



Informe Técnico: II-INME-2022-637

ESTUDIO DE PELÍCULAS DELGADAS EN LA BANDA C

Búsqueda de unirreflectividad con base en un trimer.

**Alejandro Padrón Godínez
Rafael Prieto Meléndez
Alberto Herrera Becerra
Venancio Gerardo Calva Olmos**

Grupo Académico de Modelado y Simulación de Procesos

Fecha:

Noviembre - 2022

Tipo de Proyecto: Interno.

Financiamiento interno.

ESTUDIO DE PELÍCULAS DELGADAS EN LA BANDA C

Búsqueda de unirreflectividad con base en un trimer.

Alejandro Padrón Godínez
Rafael Prieto Meléndez
Alberto Herrera Becerra
Venancio Gerardo Calva Olmos

Instituto de Ciencias Aplicadas y Tecnología - UNAM
Grupo Académico de Modelado y Simulación de Procesos

Resumen

En este reporte, presentamos un estudio para la búsqueda de la unirreflectividad en diferentes estructuras de materiales dopados, a través de películas delgadas dieléctricas tripartitas periódicas. La celda unitaria que se usó como base para la periodicidad consta de tres capas de materiales dieléctricos, la modulación del índice de refracción con ganancias y pérdidas, es decir con simetría Paridad-Tiempo; además de grosores de acuerdo a la frecuencia de resonancia en la Banda C de comunicaciones ópticas. Para llevar a cabo la unirreflectividad en las estructuras se utilizó una combinación de parámetros ópticos que involucran partes reales y complejas que a su vez dan ganancias y pérdidas cuando se estudia la propagación de radiación electromagnética a través de ellas. Como se verá en los resultados, esto es posible debido a la interacción entre las simetrías fundamentales de paridad (P) y tiempo (T), con efectos no lineales en la susceptibilidad de los materiales. Esta dinámica unireflectiva se muestra mediante la simulación numérica del modelo analítico obtenido por el método de matrices de transferencia y se comprueba mediante simulaciones de elemento finito para la reflectancia y la transmitancia en una periodicidad de 50 y 100 veces de la misma celda unitaria tripartita. El estudio se hace cuando se tiene incidencia normal por la izquierda y por la derecha. Los parámetros empleados para este estudio son los correspondientes a datos experimentales obtenidos para las constantes dieléctricas de los materiales de Óxido de Zinc dopado de Aluminio (AZO3 y AZO5) y Óxido de Zinc (ZnO_6), materiales de alta conductividad usados para aplicaciones optoelectrónicas.

Índice

Definiciones y Nomenclatura.....	3
Introducción.....	5
1 Banda C para Comunicaciones Ópticas	6
2 Cavidad Fabry-Perot.....	10
2.1 Método para diseño de Sistemas Ópticos.....	11
3 Procedimiento para tres Capas.....	13
4 El Sistema Tricapa con Simetría Paridad Tiempo.....	14
4.1 Sistemas Ópticos no-Hermitianos.....	15
4.2 Capas de Películas delgadas.....	15
4.3 Materiales Experimentales de estudio.....	16
4.4 Coeficientes de Fresnel	16
5 Reflectancia y Transmitancia de un Trimer.....	17
5.1 Simulaciones de un Trimer con capas idénticas.....	18
5.2 Simulación de un Trimer con simetría $\mathcal{PT}$	20
6 Resultados para la unirreflectividad	22
6.1 Cálculo del espesor de las Capas	22
6.2 Simulaciones numéricas de la Reflectancia	24
6.3 Comentario Final.....	26
Conclusiones.....	27
Anexo A	28
Anexo B	29
Anexo C	32
Referencias Bibliográficas.....	38

Definiciones

Término	Significado
<i>unirreflectividad</i>	unidireccionalidad de la reflectancia, invisibilidad unidireccional
<i>Trimer</i>	terna de capas dieléctricas semiconductoras, tres capas de películas delgadas
<i>WDM</i>	Wavelength Division Multiplexing, comunicaciones ópticas mediante multiplexión por división en longitud de onda en una fibra óptica
<i>AZO</i>	ZnO:Al , óxido de zinc dopado de aluminio
<i>AZO3</i>	Óxido de zinc dopado de aluminio con radical 3
<i>AZO5</i>	Óxido de zinc dopado de aluminio con radical 5
<i>ZnO₆</i>	Óxido de Zinc

Nomenclatura

Símbolo	Significado
<i>E</i>	<i>Campo Eléctrico</i>
<i>E(z)</i>	<i>Propagación del campo en la dirección de “z”</i>
<i>ε</i>	<i>Constante dieléctrica del medio</i>
<i>H</i>	<i>Campo Magnético</i>
<i>K₀</i>	<i>Número de onda $2\pi/\lambda$</i>
<i>λ</i>	<i>Longitud de onda</i>
<i>n_C</i>	<i>Índice de refracción complejo</i>
<i>n_i</i>	<i>Índice de refracción</i>
<i>n_R</i>	<i>Índice de refracción real</i>
<i>$\mathcal{PT}$</i>	<i>Paridad Tiempo</i>
<i>r_d</i>	<i>Coeficiente de reflexión derecha</i>
<i>r_i</i>	<i>Coeficiente de reflexión izquierda</i>
<i>R_i</i>	<i>Reflectancia derecha</i>
<i>R_d</i>	<i>Reflectancia izquierda</i>
<i>t_{ij}</i>	<i>Coeficiente de transmisión de la capa i a la capa j</i>

S_e	<i>Matriz de dispersión efectiva</i>
SEF	<i>Simulación por Elemento Finito</i>
SMM	<i>Simulación Modelo Matemático</i>
$\hat{\sigma}$	matrices de Pauli
θ_i	<i>Ángulo de incidencia</i>
θ_r	<i>Ángulo de reflexión</i>
θ_t	<i>Ángulo de transmisión</i>
t_d	<i>Coeficiente de transmisión derecha</i>
t_d	<i>Coeficiente de transmisión izquierda</i>
T_d	<i>Transmitancia derecha</i>
T_i	<i>Transmitancia izquierda</i>
ω	<i>Frecuencia angular</i>
ϕ	<i>Ángulo de fase</i>
M_{net}	<i>Matriz de las capas</i>
k	<i>Constante de propagación</i>

Introducción

A principio de este siglo, los materiales con simetría paridad-tiempo surgen del estudio en parte de la Óptica Cuántica y del estudio de Sistemas No-Hermitianos. Atraen la atención por la posibilidad de realizar la unireflectividad o invisibilidad unidireccional y usarla en aplicaciones, (Lin et al., 2011). Aplicaciones que involucran fenómenos de transporte que son el corazón de muchos problemas fundamentales de la ciencia. Estas mismas son de gran relevancia tecnológica en la construcción de dispositivos como diodos LED, rectificadores optoelectrónicos, sistemas de bombeo e interruptores de flujo por mencionar algunos.

Las estructuras poseen un potencial óptico complejo que satisface $\epsilon^*(-r) = \epsilon(r)$ para la constante dieléctrica de los materiales (Bender & Boettcher, 1998), lo que significa que la parte real del potencial óptico es una función par de la posición mientras que la parte imaginaria es impar. De esta forma, se requiere ganancia y pérdida estrictamente balanceadas. Cuando se usa una modulación del índice de refracción imaginario en el fenómeno de difracción, éste rompe la simetría del acoplamiento entre los modos de propagación hacia adelante y hacia atrás.

En la óptica experimental se ha observado un rompimiento espontáneo de la Simetría-PT. Esto lleva al estudio de estos fenómenos con diferentes modelos y con varias herramientas. Además, esto ayuda a seguir con el objetivo original del diseño de una fuente generadora de fotones entrelazados mediante el fenómeno conocido como conversión paramétrica espontánea descendente (SPDC por sus siglas en inglés), (Vashahri-Ghamsari et al., 2017, Procopio et al., 2010).

Por otro lado, sabemos que la reflectancia y la transmitancia sobre los materiales ópticos homogéneos generalmente son bidireccionales y simétricas debido al teorema recíproco de Lorentz. Desde el punto de vista de la información óptica la propagación de las ondas electromagnéticas en este tipo de medios se relaciona con el acoplamiento simétrico de los modos de propagación hacia adelante y hacia atrás. Estudiando el acoplamiento mediante el análisis de Fourier tenemos que cualquier función del índice de refracción será simétrico.

El comportamiento anómalo de los materiales cuando se utilizan para construir películas delgadas se ha establecido como un fenómeno físico moderno. Una vez que las anomalías están bajo control, esto se ha explotado en la investigación básica para el estudio de las propiedades físicas y químicas de los materiales para aplicaciones industriales. Una opción tradicional para diseñar dispositivos ópticos con reflexión y transmisión controlada son las películas delgadas. Aunque en óptica históricamente esto apareció como una primera brecha de la física, con anomalías de películas delgadas que se muestran en el reflejo de las burbujas de jabón, trampas de aire entre dos superficies de vidrio o gotas de grasa en el agua, (Knittl, et al., 1976). Con este tipo de dispositivos basados en películas delgadas dopadas, se quiere diseñar una estructura con alta transmitancia a una longitud de onda de 1550 nm que corresponde a la Banda C de comunicaciones ópticas a larga distancia y tener una baja reflectancia. Este comportamiento asemeja a un rectificador o diodo óptico, Figura (1). Para esto es necesario revisar las frecuencias de la Banda C para comunicaciones ópticas y así no confundir con las frecuencias de la Banda C de radiofrecuencia usadas para operaciones satelitales (Wiki, Banda C, 2022).

En una fuente generadora de fotones entrelazados, los diodos ópticos son los elementos fundamentales y sensibles a la retroalimentación, lo que puede causar daño físico, pérdida de potencia, pérdida de estabilidad y características espectrales; lo que reduce la vida útil de la fuente, (Hodgson et al., 2003).

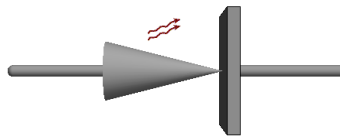


Figura 1. Esquema de un diodo óptico.

El efecto no-Hermitiano de los parámetros (balance entre pérdida-ganancia) en las propiedades de dispersión y difracción de un metamaterial, compuesto de una periodicidad de celdas unitarias, ya ha sido estudiada por Yang et al (Yang, 2016). Es necesario tener en cuenta que la investigación de estructuras periódicas PT-simétricas fue principalmente limitada (debido a la difracción de Bragg) a ondas con incidencia normal.

Para llevar a cabo la unireflectividad en las estructuras PT-simétricas se usan una combinación de parámetros ópticos que involucran partes reales y complejas que a su vez dan ganancias y pérdidas cuando se estudia la propagación de radiación electromagnética a través de ellas. Como se verá en los resultados, esto es posible debido a la interacción entre las simetrías fundamentales de paridad (P) y tiempo (T), como en los efectos no lineales.

La dinámica unireflectiva se muestra mediante la simulación numérica del método de matrices de transferencia y se comprueba mediante simulaciones de elemento finito. El análisis de la reflectancia y la transmitancia se realiza para una periodicidad de celdas unitarias, cuando se tiene incidencia normal por la izquierda y por la derecha.

En cuanto a la metodología y desarrollo mostrados en este reporte, seguiremos los empleados en el reporte II-INME-2020-570 “Modelado y Simulación de Películas Delgadas con Simetría paridad Tiempo” donde se usaron películas delgadas de dos capas, (Yuan,2019). Por lo que, se inicia con el modelo de múltiples reflexiones y transmisiones para encontrar los coeficientes de Fresnel y así la reflectividad y transmitancia en las tres capas ahora de películas delgadas, llamado también trimer. Después se obtienen los grosores de las capas siguiendo el procedimiento de Yang de acuerdo con los modos de propagación de la longitud de onda empleada (Yang et al., 2016). Y finalmente se desarrolla el modelo analítico (también de la celda unitaria de tres capas mediante la matriz de transferencia) y se genera un programa para el cálculo de los coeficientes además de la Reflectancia y Transmitancia. Se anexa el código (del modelado y simulación) realizado en la plataforma científica de Mathematica versión 11.3 al final de este reporte. Para verificar el modelo analítico (desarrollado en Mathematica), este se comprueba a través del modelado y simulación por elemento finito en la plataforma COMSOL versión 5.3 con los mismos parámetros de la estructura tri-capas periódica. Se muestran los resultados en gráficas de los coeficientes de Fresnel, de la reflectancia con incidencia normal por la izquierda y por la derecha para observar la unireflectividad de las estructuras periódicas cuando se repiten las celdas unitarias (tri-capas) de diez, cincuenta y hasta cien veces (20, 100 y 100 capas en total).

1. Banda C para Comunicaciones Ópticas

Cuando se realiza una aplicación sobre la Banda C se tiene que hacer referencia a las frecuencias en las que se trabajará, ya que la Banda C tienen un intervalo de frecuencias en el espectro electromagnético entre 4 y 8 *GHz* para aplicaciones en comunicaciones satelitales y aceleradores de partículas. En un rango de longitudes de onda entre 7.5 y 3.75 *cm* empleando principalmente las microondas según la IEEE, la Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT) y la Organización del Tratado del Atlántico Norte (OTAN). Aunque también se usan otras Bandas (S, Ku, L) para muchas otras aplicaciones como telefonía celular, bluetooth o puntos de acceso inalámbricos, por mencionar algunos. Sin embargo, en comunicaciones ópticas se pueden tomar como referencia las longitudes de onda entre 1530 y 1565 *nm* de la Banda C, que son usadas para comunicaciones ópticas mediante multiplexión por división en longitud de onda en una fibra óptica (Wavelength Division Multiplexing, o WDM por sus siglas en inglés). Ver Tabla 1.

Las aplicaciones mencionadas son dispositivos ópticos por donde se transmite radiación electromagnética en forma de luz, de aquí el estudio de este reporte cuyo objetivo es la búsqueda de la unidireccionalidad de la reflectancia en un dispositivo óptico con base en películas delgadas en la Banda C en las frecuencias 191.7 y 196 [THz], (Huawei Forum, 2022).

Tabla 1. Bandas para comunicaciones ópticas

Banda	Descripción	Intervalo de Longitud de Onda	Ancho de Onda
O	Original	1260 a 1360 nm	100
E	Extendida	1360 a 1460 nm	100
S	Longitud de Onda Corta	1460 a 1530 nm	70
C	Convencional	1530 a 1565 nm	40
L	Longitud de Onda Larga	1565 a 1625 nm	60
U	Longitud de Onda Ultra larga	1625 a 1675 nm	50

En la Banda C de la Tabla 1, denominada como convencional es donde el dispositivo óptico de comunicación presenta la menor pérdida, por lo cual muestra una buena funcionalidad para los sistemas de transmisión a larga distancia. Algunas de sus utilidades son para transmisiones en grandes metrópolis mediante WDM, y transmisiones intercontinentales por el fondo del mar. Los dispositivos ópticos que emplean estas longitudes de onda pueden ser fabricados con la tecnología “*Erbium Dopen Fiber Amplifiers*” para aumentar la intensidad de las señales de luz. Así se tienen dos ventajas para la transmisión en la Banda C, menor pérdida y amplificación para la transmisión, ver Figura (2).

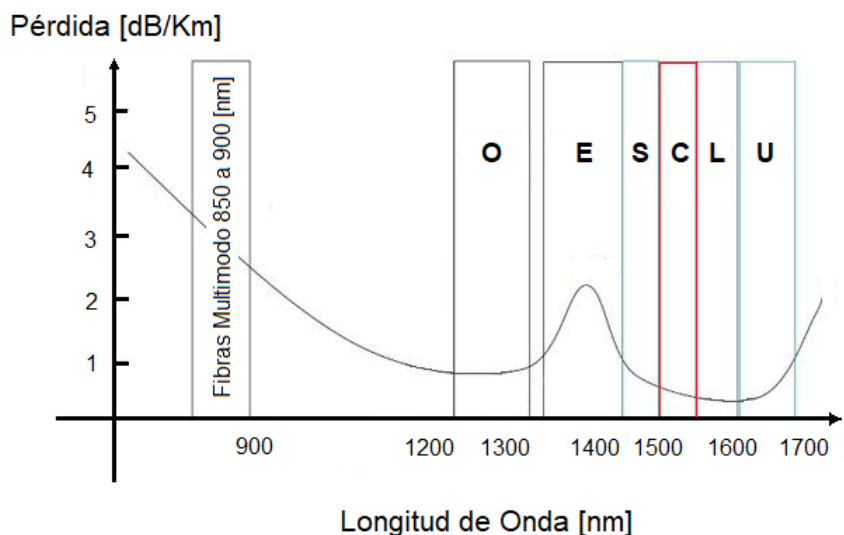


Figura 2. Bandas para Comunicaciones Ópticas.

En casos prácticos y pruebas de los dispositivos en la Banda C, cuando no se tiene al alcance de láseres a esas longitudes de onda, se usan láseres cuyas longitudes de onda de trabajo están en los 780 nm , por lo que se usan cristales para el doblado de la longitud de onda a unos 1560 nm .

2. Cavity Fabry & Perot

El estudio se inicia con el tratamiento de una capa delgada al estilo de la cavidad de Fabry-Perot. Para el análisis de una película delgada como elemento óptico aplicamos el modelo de múltiples transmisiones y reflexiones, cuando tenemos incidencia de izquierda a derecha, (Poladian, 1996). Donde se toman transmisiones sucesivas por un lado y las reflexiones sucesivas por otro lado Figura (3), como la suma de todos los campos de transmisión y la suma de todos los campos de reflexión, (Stratton, 2007) y (Steck, 2018).

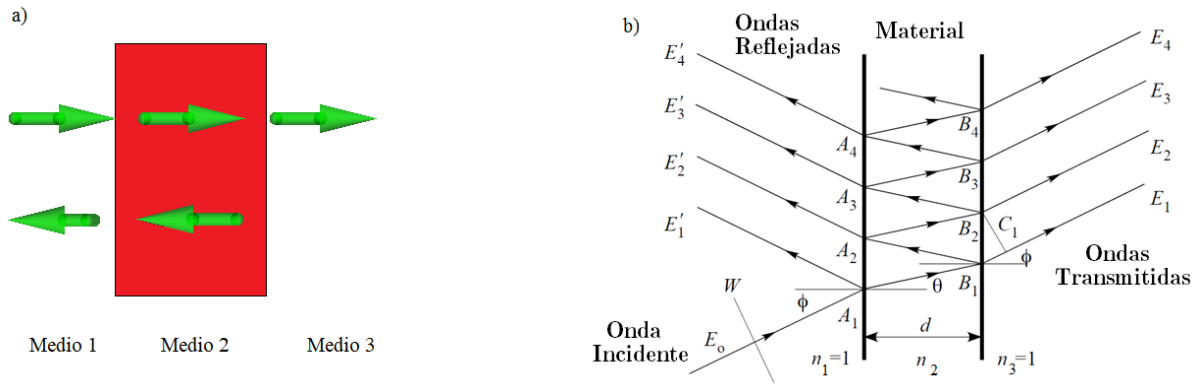


Figura 3. a) Incidencia normal. b) reflexiones y transmisiones sucesivas para ambas incidencias.

Para varias reflexiones y transmisiones obtenemos:

$$E_{2t}^{(+)} = t_{23}t_{12}E_1^{(+)}e^{i\phi} + t_{23}r_{21}r_{23}t_{12}E_1^{(+)}e^{i2\phi} + t_{23}r_{21}r_{23}r_{21}r_{23}t_{12}E_1^{(+)}e^{i4\phi} + \dots \quad (1)$$

$$E_{1r}^{(-)} = r_{12}E_1^{(+)} + t_{21}r_{23}t_{12}E_1^{(+)}e^{i\phi} + t_{21}r_{23}r_{21}r_{23}t_{12}E_1^{(+)}e^{i2\phi} + \dots, \quad (2)$$

Luego usando que la serie de $\sum_{n=0}^{\infty} (x)^n = \frac{1}{1-x}$, con esto se obtiene

$$t_{13} = \frac{t_{12}t_{23}e^{-i\phi}}{1-r_{21}r_{23}e^{-i2\phi}}; \quad r_{13} = r_{12} + \frac{t_{12}t_{21}r_{23}e^{-i2\phi}}{1-r_{21}r_{23}e^{-i2\phi}}; \quad (3)$$

La reflectancia y la transmitancia se definen como la división entre la amplitud del campo reflejado y transmitido sobre la amplitud del campo de incidencia al cuadrado, como en la ecuación (4).

$$R = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|^2 = r^2, \quad T = \left| \frac{E_t}{E_i} \right|^2 = t^2, \quad (4)$$

donde $R+T=1$, para todos los parámetros reales positivos, (Pedrotti,1993).

2.1 Método para diseño de Sistemas Ópticos

Uno de los métodos tradicionales para diseño óptico es el método de matriz de transferencia como se muestra en la Tabla (2), también conocidas como las matrices ABCD, (Sandino, 2012) y (Kalvo, 2015).

Tabla 2. Matrices de Transferencia para diseño óptico.

Elemento	Matriz
Propagación en el espacio libre o dentro de un medio de índice de refracción constante	$\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Refracción sobre una interfase plana	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$
Refracción sobre una interfase curvada	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1-n_2}{R \cdot n_2} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$
Reflexión sobre un espejo plano	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
Reflexión sobre un espejo curvo	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_e} & 1 \end{pmatrix}$
Lente delgada	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$
Lente gruesa	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2-n_1}{R_2 n_1} & \frac{n_2}{n_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1-n_2}{R_1 n_2} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$
Prisma de ángulo recto	$\begin{pmatrix} k & \frac{d}{nk} \\ 0 & \frac{1}{k} \end{pmatrix}$

Para este método se necesita una matriz para la incidencia, otra para la propagación del medio y finalmente otra para la salida. Luego se obtiene la matriz de las capas (M_{net}) y la matriz de transferencia efectiva (S_e), también llamada matriz de dispersión, de acuerdo con:

$$M_{net} = \begin{pmatrix} t_{23}t_{32} - r_{23}r_{32} & r_{32} \\ -r_{23} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{ik_2 n_2 d_2} & 0 \\ 0 & e^{-ik_2 n_2 d_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t_{12}t_{21} - r_{12}r_{21} & r_{21} \\ -r_{12} & 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$M_{net} = M_{23} \cdot M_{22} \cdot M_{12} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}, \quad S_e = \begin{pmatrix} t_{13} & r_{31} \\ r_{13} & t_{31} \end{pmatrix} = \frac{1}{m_{22}} \begin{pmatrix} Det(M_{net}) & m_{12} \\ -m_{21} & 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

con m_{ij} como componentes de la matriz. Y así,

$$\begin{aligned} r_{12} &= \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}; & r_{21} &= \frac{k_2 - k_1}{k_2 + k_1}; & r_{23} &= \frac{k_2 - k_3}{k_2 + k_3}; \\ t_{12} &= 1 + r_{12}; & t_{21} &= 1 + r_{21}; & t_{23} &= 1 + r_{23}; \\ 4k_1 &= n_1 \frac{w}{c}; & k_2 &= n_c \frac{w}{c}; & k_3 &= n_3 \frac{w}{c}; \\ n_c &= n_2 \pm i * k_2 \\ \phi &= n_c * d_2 * k_0. \end{aligned} \quad (7)$$

Para una tercia de capas delgadas la Matriz de dispersión se calcula con:

$$M_{net} = M_{30} * M_{33} * M_{23} * M_{22} * M_{12} * M_{11} * M_{01} \quad (8)$$

$$M_{net} = \text{FullSimplify}[M_{30}.M_{33}.M_{23}.M_{22}.M_{12}.M_{11}.M_{01}];$$

$$M_{net} = \begin{pmatrix} \frac{n_0+n_1}{2n_1} & \frac{n_1-n_0}{2n_1} \\ \frac{n_1-n_0}{2n_1} & \frac{n_0+n_1}{2n_1} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} e^{i d_1 n_1 k_0} & 0 \\ 0 & e^{-i d_1 n_1 k_0} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{n_1+n_2}{2n_2} & \frac{n_2-n_1}{2n_2} \\ \frac{n_2-n_1}{2n_2} & \frac{n_1+n_2}{2n_2} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} e^{i d_2 n_2 k_0} & 0 \\ 0 & e^{-i d_2 n_2 k_0} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{n_2+n_3}{2n_3} & \frac{n_3-n_2}{2n_3} \\ \frac{n_3-n_2}{2n_3} & \frac{n_2+n_3}{2n_3} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} e^{i d_3 n_3 k_0} & 0 \\ 0 & e^{-i d_3 n_3 k_0} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{n_0+n_3}{2n_0} & \frac{n_0-n_3}{2n_0} \\ \frac{n_0-n_3}{2n_0} & \frac{n_0+n_3}{2n_0} \end{pmatrix}$$

Finalmente se obtienen los coeficientes de Fresnel para una capa, como en la ecuación (3), sólo que en este caso para ambas incidencias izquierda y derecha se tiene,

$$t_{13} = \frac{t_{12}t_{23}e^{ik_2 n_2 d_2}}{1 - r_{21}r_{23}e^{i2k_2 n_2 d_2}}; \quad (9)$$

$$r_{13} = r_{12} + \frac{t_{12}t_{23}r_{23}e^{ik_2 n_2 d_2}}{1 - r_{21}r_{23}e^{i2k_2 n_2 d_2}}; \quad (10)$$

$$t_{31} = \frac{t_{32}t_{21}e^{ik_2 n_2 d_2}}{1 - r_{23}r_{21}e^{i2k_2 n_2 d_2}}; \quad (11)$$

$$r_{31} = r_{21} + \frac{t_{12}r_{32}t_{21}e^{ik_2 n_2 d_2}}{1 - r_{23}r_{21}e^{i2k_2 n_2 d_2}}. \quad (12)$$

Este mismo análisis se puede extender a dos, tres y más capas escribiendo los parámetros característicos de cada capa. Esto va a depender de la construcción de la celda unitaria para el estudio de propagación sobre ella, con lo cual podemos ahora realizar una periodicidad de celdas con $n=1, 2, 3, \dots$, hasta un periodo factible de manufacturación, Figura (4).

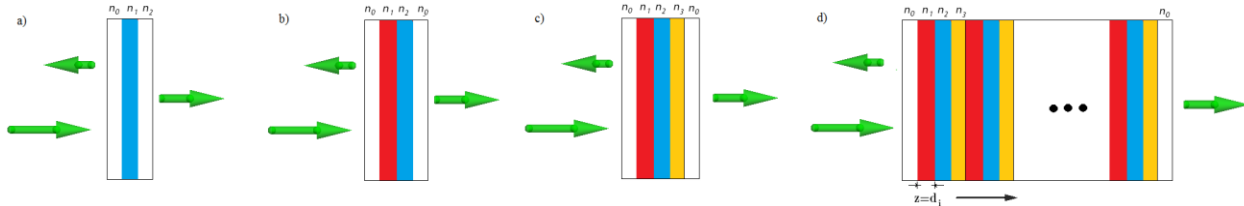


Figura 4. Celdas unitarias para el estudio de la propagación sobre ellas o una periodicidad de ellas, a) con una capa $n=1$, b) con dos capas $n=1$, c) con tres capas $n=1$ y d) una periodicidad de ellas $n=1, 2, 3, \dots$.

3. Procedimiento para tres Capas

La celda unitaria que se usa como base para la periodicidad consta de tres capas, modulación del índice de refracción y grosores de acuerdo a la longitud de onda de resonancia, ver Figura (5). En otras palabras, para llevar a cabo la reflectividad unidireccional se utiliza aquí una combinación de parámetros ópticos que involucran partes reales y complejas que a su vez nos dan ganancias y pérdidas. Se usan muestras experimentales como óxidos de zinc y aluminio en un arreglo de $n=10, 50$ y 100 repeticiones pasivo-pérdida/ganancia-real. Con índices de refracción n_0+n_R en la primer capa, $n_0 \pm i \cdot n_R$ en la segunda y n_0 en la tercera, con $n_R > 0$ para pérdida y $n_R < 0$ para ganancia.

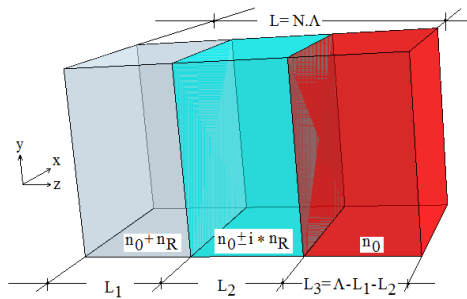


Figura 5. Trimer o tri-capas como la Celda Base.

Como se ve en los resultados, esto es posible debido a la interacción entre las simetrías fundamentales de paridad (P) y tiempo (T), con efectos no lineales. Esta dinámica unidireccional se muestra mediante la simulación numérica del método de matrices de transferencia y se comprueba mediante simulaciones de elemento finito de la reflectancia y la transmitancia. Cuando se usa una modulación del índice de refracción imaginario en el fenómeno de difracción, éste rompe la simetría del acoplamiento entre los modos de propagación hacia adelante y hacia atrás. Las estructuras poseen un potencial óptico complejo que satisface $n^*(r) = n(-r)$, lo que significa que la parte real del potencial óptico es una función par de la posición mientras que la parte imaginaria es impar. Para el cálculo del periodo Λ o frecuencia espacial en una determinada longitud de onda, en nuestro caso de 1550 nm para la aparición de los modos de resonancia, se puede utilizar:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta_{mG}} n_{eff} = \frac{2\Lambda}{m} n_0. \quad (12)$$

Con β_m constante de propagación, n_{eff} índice de refracción efectivo, m número de modos y n_0 índice de refracción de la muestra.

4. El sistema Tri-capa con Simetría Paridad Tiempo

El estudio que se realiza del sistema tri-capa tiene simetría - $\mathcal{PT}$ y consiste de un pequeño acoplamiento de materiales que se usarán como medio de propagación óptico. La tri-capa o trimer con índice de refracción complejo, contenido en un medio de refracción homogéneo, puede hacer que la radiación electromagnética incidente en una dirección pueda sólo transmitirse sin que el sistema afecte su propagación. Para la dirección contraria de incidencia la radiación propagada puede transmitirse y reflejarse en el material, haciendo entonces que la propagación experimente una reflectividad entrelazada. El comportamiento de este fenómeno presenta un balance entre pérdidas y ganancias en ciertas regiones debido a la naturaleza de estos metamateriales artificiales. Las simulaciones de la propagación de ondas que se han realizado sobre estos sistemas de estructuras $\mathcal{PT}$, hacen que su comportamiento sea como el de un elemento rectificador

de ondas electromagnéticas. Esta clase de materiales depositados en estructuras $\mathcal{PT}$ ópticas, como películas delgadas con propiedades de pérdidas y ganancias, permiten explorar la posibilidad de convertirse en un sistema de propagación inducida invisible unidireccional en puntos localizados.

4.1 Sistemas Ópticos no-Hermitianos

Ahora se muestra como las estructuras mediante capas con simetría $\mathcal{PT}$ se comportan como sistemas no-Hermitianos. Con nuevos descubrimientos a principios del siglo XXI, la teoría y las implementaciones experimentales mediante fotones de este tipo de sistemas (incluyendo dispositivos ópticos con pérdida total, así como los sistemas simétricos de paridad-tiempo que consisten en pérdidas y ganancias ópticas balanceados) han dado lugar a interacciones luz-materia con posibles diversas aplicaciones en las ciencias y las ingenierías. Con estos antecedentes, se presenta un estudio teórico no-Hermitiano mediante capas dieléctricas dopadas, (Longhi, 2010). En la Figura (6) se muestra la distribución de los sistemas no-Hermitianos desde el punto de vista de la fotónica acuerdo a los materiales y sus variables físicas (El-Ganainy, 2019).

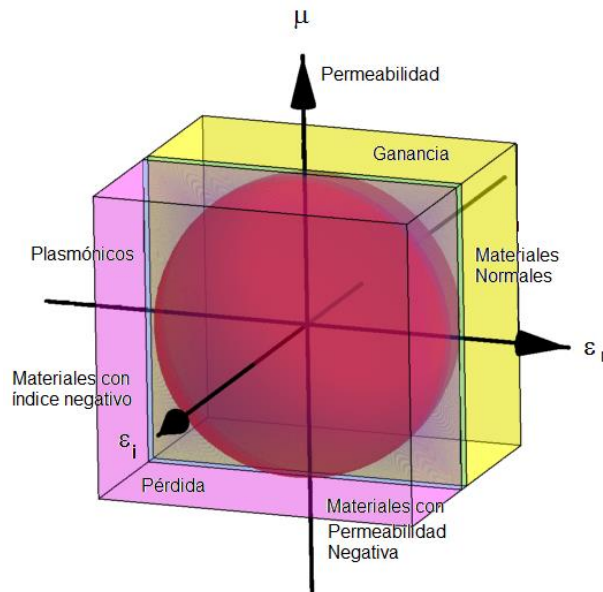


Figura 6. Distribución de materiales contemplando el dominio real y complejo de la constante dieléctrica (ϵ_r , ϵ_i), y la permeabilidad μ de los materiales.

4.2 Capas de películas delgadas

Tomando como referencia la construcción de un diodo eléctrico se procede a desarrollar un sistema con base en películas delgadas que servirán para la fabricación de un diodo óptico y realizar sobre este dispositivo el estudio y análisis cuando se aplica radiación electromagnética por dos direcciones normales paralelamente opuestas.

En la actualidad los estudios que se realizan con estos dispositivos se hacen con una serie de capas periódicas, tomando como celda unitaria un par de ellas o una terna de capas (Padrón, 2020). Se diseñan las películas delgadas para que tengan una simetría paridad tiempo ($\mathcal{PT}$) después de dopar con otros materiales.

El dispositivo se crea mediante depósitos electroquímicos o electrolisis en vidrios de los materiales que serán analizados. Esto se logra con una terna de capas dieléctricas semiconductoras (trimer) con ganancia y pérdida balanceada como el de la Figura (5). Se toma la longitud de onda de 1550 nm para la resonancia y con esta se calculan los grosores en función de misma para los casos de ganancia y de pérdida, siendo de diferentes tamaños los grosores para ambos casos.

4.3 Materiales Experimentales de estudio

Los materiales que se ponen en estudio son aquellos de los que se manufacturan los diodos (dispositivos eléctricos con base a Óxidos de Zinc dopados de Aluminio). Los resultados que se muestran en este reporte son los obtenidos para AZO_3 y AZO además de ZnO_6 . Para los cuales se hicieron un estudio de Z-scan por el Laboratorio de Películas Delgadas la Universidad de Nuevo León y que se presentan en el Anexo A y que los comparamos con los obtenidos en el Anexo B de acuerdo los reportes presentados en (Rodríguez-de Marcos, 2016) para los valores de los índices de refracción y las constantes dieléctricas complejas de los materiales.

4.4 Coeficientes de Fresnel

Las ecuaciones (9-12) se pueden escribir en función de los ángulos de incidencia θ_i y refractado θ_t . Usando las transformaciones siguientes:

$$\begin{aligned}
r_{mn} &= \frac{k_m \cos(\theta_i) - k_n \cos(\theta_t)}{k_m \cos(\theta_i) + k_n \cos(\theta_t)}, \\
r_{nm} &= \frac{k_m \cos(\theta_i) - k_n \cos(\theta_t)}{k_m \cos(\theta_i) + k_n \cos(\theta_t)}, \\
t_{mn} &= 1 + r_{mn}, \\
t_{nm} &= 1 + r_{nm}.
\end{aligned} \tag{13}$$

con $m=0,1,2$ y $n=0,1,2$; $k_{m,n}$ es la constante de propagación, θ_i , θ_t son ángulos de incidencia y refractado respectivamente. Con las cuales, sustituyendo y simplificando obtenemos las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
t_{02} &= \frac{4e^{i\phi} n_0 n_1 \cos^2 \theta_i (n_1 \cos \theta_i + n_0 \cos \theta_t)}{(n_0 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t)[(n_1 \cos \theta_i + n_0 \cos \theta_t)(n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t) - e^{i2\phi} (n_1 \cos \theta_i - n_0 \cos \theta_t)(n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t)]} \\
r_{02} &= \frac{(n_1 \cos \theta_i + n_0 \cos \theta_t)(n_0 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t)(n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t) + e^{i2\phi} (n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t)(3n_0 n_1 \cos^2 \theta_i + (n_0^2 + n_1^2) \cos \theta_i \cos \theta_t - n_0 n_1 \cos^2 \theta_t)}{(n_0 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t)[(n_1 \cos \theta_i + n_0 \cos \theta_t)(n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t) - e^{i2\phi} (n_1 \cos \theta_i - n_0 \cos \theta_t)(n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t)]} \\
t_{20} &= \frac{4e^{i\phi} n_1 n_2 \cos^2 \theta_i (n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t)}{(n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t)[(e^{i2\phi} (n_1 \cos \theta_i - n_0 \cos \theta_t)(n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t) - (n_1 \cos \theta_i + n_0 \cos \theta_t)(n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t)]} \\
r_{20} &= \frac{(n_1 \cos \theta_i + n_0 \cos \theta_t)(n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t)(n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t) + e^{i2\phi} (n_1 \cos \theta_i - n_0 \cos \theta_t)(3n_1 n_2 \cos^2 \theta_i + (n_1^2 + n_2^2) \cos \theta_i \cos \theta_t - n_1 n_2 \cos^2 \theta_t)}{(n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t)[(n_1 \cos \theta_i + n_0 \cos \theta_t)(n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t) - e^{i2\phi} (n_1 \cos \theta_i - n_0 \cos \theta_t)(n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t)]} \tag{14}
\end{aligned}$$

donde $n_0=n_2$: aire, n_1 =índice de refracción del medio de propagación para una capa. Así r_{02} , t_{02} son los coeficientes de Fresnel incidencia por la izquierda y r_{20} , t_{20} por la derecha, (Mata–Méndez,1992). Con estos coeficientes podemos encontrar la reflectancia y transmitancia que formalmente son los cuadrados de cada coeficiente, donde: $R+T=1$, cuando tenemos condiciones de conservación (es decir sin absorción de radiación por los materiales). Seguimos el mismo análisis para dos capas y obtendremos los coeficientes r_{03} , t_{03} por la izquierda y r_{30} , t_{30} por la derecha. Que simularemos en forma numérica partiendo de sus expresiones analíticas y simulaciones por elemento finito.

5. Reflectancia y Transmitancia para un Trimer

Con el estudio de la simetría paridad-tiempo $\mathcal{PT}$ que surge de la óptica cuántica y de sistemas no-Hermitianos, los científicos y los investigadores ponen su atención en estos

sistemas por la posibilidad de realizar la no reciprocidad de la propagación de la luz, invisibilidad unidireccional, perfecta absorción coherente y usar estos en diversas aplicaciones (Shramkova et al., 2016).

En el análisis que se desarrolla, primero se muestran las simulaciones numéricas de la reflectancia y transmitancia a partir de los coeficientes de Fresnel, para un Trimer con capas idénticas mediante el conjunto de ecuaciones (14) y las del Anexo C según los parámetros que se manejan del modelo analítico.

Luego se realizan y se presentan las simulaciones numéricas por elemento finito de la misma estructura. Por último, se verá la evolución de las simulaciones de la reflectancia y transmitancia de un Trimer con simetría $\mathcal{PT}$ y después una periodicidad de Trimers.

5.1 Simulaciones de un Trimer con capas idénticas

El análisis se inicia con el modelado de dos capas delgadas iguales al estilo de una cavidad Fabry-Perot y se deriva en la construcción de la matriz de dispersión efectiva para obtener los coeficientes de Fresnel para transmisión y la reflexión. Con ellos se obtienen la reflectancia y la transmitancia sobre el Trimer, que son las amplitudes de los campos en la dirección de propagación en función de la incidencia angular de radiación electromagnética.

La Figura (7) muestra la configuración que se hace de la estructura del Trimer para la simulación por elemento finito. Para este caso se usó un ángulo de incidencia $\theta_i=0$; un índice de refracción del aire $n_0=1.0$; índice de refracción del AZO5 $n_r=1.31184$ y con un periodo o grosor de $\Lambda=1181.546 \times 10^{-9} \text{ nm}$.

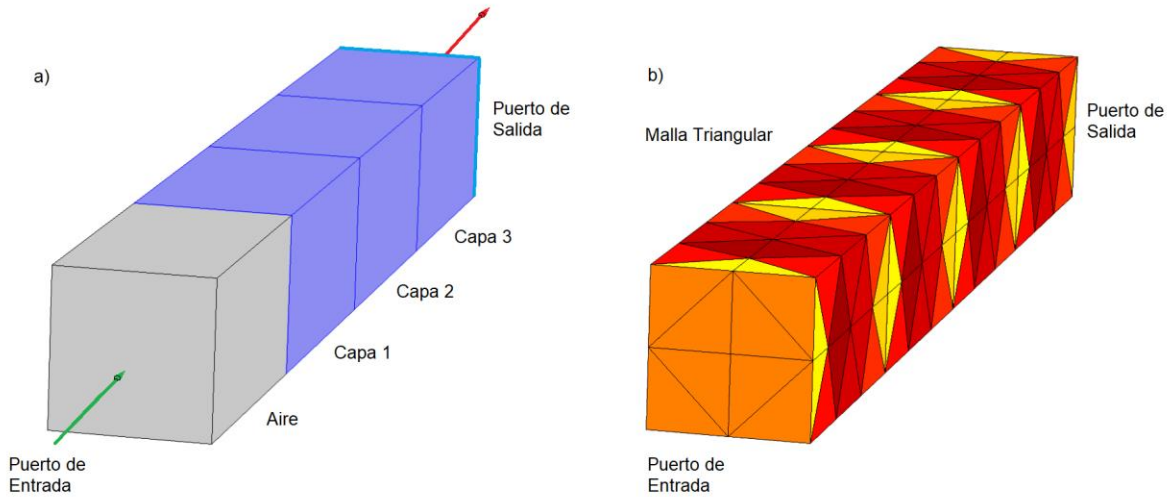


Figura 7. a) Codificación de puertos en un trimer de AZO5 con capas idénticas, y b) la malla triangular para la simulación por elemento finito.

La Figura (8) nos muestra un ejemplo donde se supone la propagación de un haz en aire, que incide angularmente sobre una capa AZO5 con índice de refracción 1.31184 de tamaño infinito. Se presentan las reflectancias y transmitancias y se observa que, cuando la reflectancia es mínima la transmitancia es máxima. Esto es una relación lógica, puesto que $R+T=1$. Como sabemos en este punto coincide con el ángulo de Brewster, (57.13° en este caso), o sea el punto donde se anula la componente del campo paralela al plano de incidencia. Las simulaciones son mediante el modelo analítico (SMA) de las ecuaciones de Fresnel, conjunto de ecuaciones (14) y se comparan con las simulaciones obtenidas por elemento finito (SEF). Los resultados son similares.

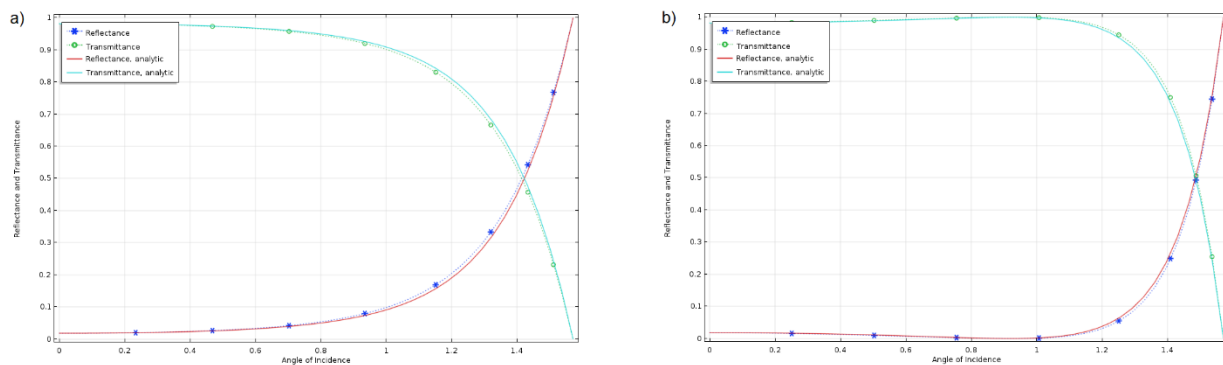


Figura 8. Reflectancia y Transmitancia sobre una superficie de AZO5 en función del ángulo de incidencia, a) incidencia izquierda y b) incidencia derecha.

5.2 Simulación de un Trimer con simetría $\mathcal{PT}$.

Se realiza el estudio de la dependencia angular en un trimer, utilizando estructuras con simetría- $\mathcal{PT}$ (basadas en películas delgadas dopadas que rompen la simetría de reflexión estándar de los dispositivos ópticos pasivos). Para esto se utiliza la metodología de matrices de transferencia, (Kottos 2016) y (Ramezani,2010). Esto se muestra a través de la simulación numérica de los modelos analíticos de la reflectancia y transmitancia y se verifica con simulación por elemento finito.

En la búsqueda de un diodo óptico con las características de un diodo eléctrico, analizamos un dispositivo óptico a base de películas delgadas de dos capas o una serie de ellas.

Para las simulaciones numéricas tomaremos dos casos de estudio sobre simetrías- $\mathcal{PT}$ con pérdida y el otro con capas con ganancia, (Novitsky et Al., 2018 y 2019).

Para un Trimer con capas de AZO5 con un índice de refracción de $n_1=1.31184$ y un factor de extinción de $\kappa_1=-0.011222$, con un grosor de $L_1=L_2=148.0675$ nm para las dos primeras capas y $L_3=889.405$ nm para la tercer capa, en el caso de pérdida, sabiendo que para $\kappa_i>0$ hay pérdidas y $\kappa_i<0$ hay ganancias.

La figura (9) muestra la configuración que se hace de la estructura del Trimer para la simulación por elemento finito con tres capas diferentes.

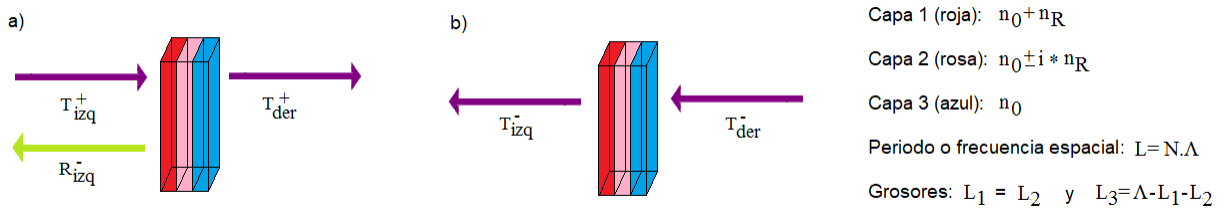


Figura 9. Un trimer con simetría $\mathcal{PT}$, configuración de puertos en un trimer con capas diferentes para la simulación por elemento finito.

De acuerdo a la Figura (9), se tiene que los índices de refracción de los medios de propagación están dados por $n_0 + n_R$, $n_0 \pm i \cdot n_R$ y n_0 respectivamente. Aquí podemos identificar que $n_0 = 1.31184$. Lo que enseña la óptica geométrica es que el ángulo de incidencia debe ser igual al ángulo de salida, pero con cristales birrefringentes esta

aseveración no se cumple ya que existe desviación o división de haces de acuerdo a los ejes del cristal no lineal.

Así, los resultados obtenidos muestran la reflectancia y transmitancia, ambas incidencias angulares (izquierda y derecha) para una muestra de AZO3 usando simulación del modelo analítico (Math), ver Figuras (10) y (11).

Estas gráficas muestran R y T en función de la longitud de onda y en función del número de onda.

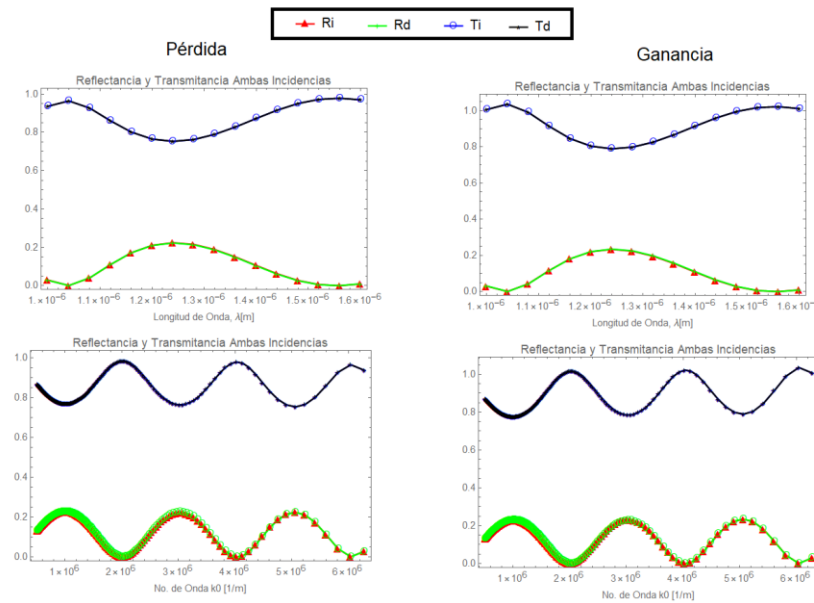


Figura 10. Simulaciones para un Trimer con $n=1$ en AZO5, Reflectancia y Transmitancia por ambos lados, (R_i, T_i) : incidencia izquierda, (R_d, T_d) : incidencia derecha, Math: modelo analítico.

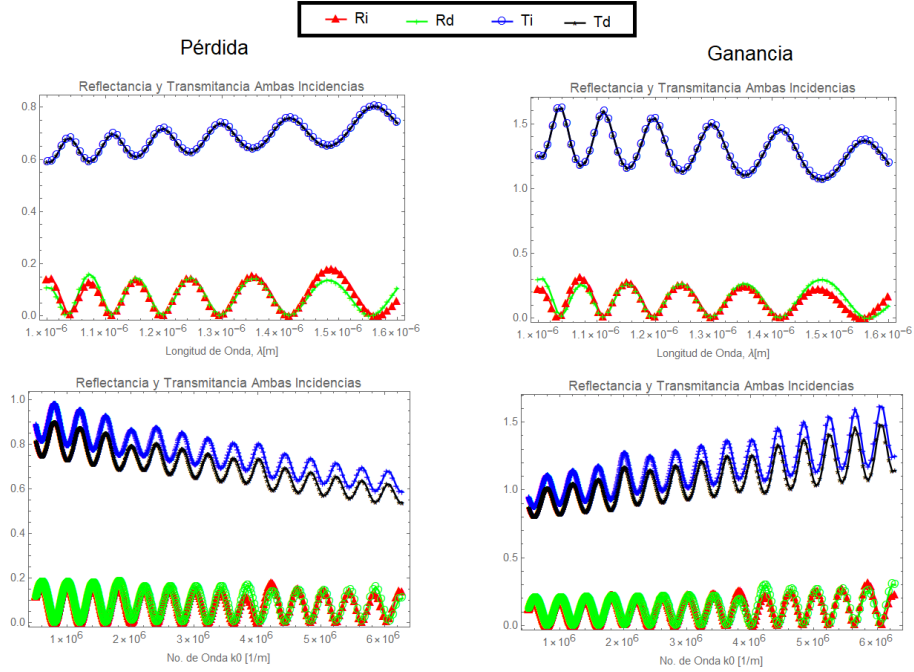


Figura 11. Simulaciones para un Trimer con $n=5$ repeticiones en AZO5, Reflectancia y Transmitancia por ambos lados, (R_i , T_i): incidencia izquierda, (R_d , T_d): incidencia derecha, Math: modelo analítico.

6. Resultados para la Unirreflectividad

Los resultados muestran las gráficas de la reflectancia para las muestras AZO3, AZO5 y ZnO6 usando simulación numérica (NUM) y la simulación por elemento finito (FES) con pérdida y ganancia, para una periodicidad de la celda unitaria de $n=10$, 50 y 100. Una vez que se obtuvieron los modelos analíticos con los métodos mostrados y los parámetros requeridos, se procede a mostrar las simulaciones numéricas de los modelos matemáticos y las correspondientes simulaciones por elemento finito. La base de los Trimer de AZO3, AZO5 y ZnO6 serán capas de películas delgadas dopadas con simetría $\mathcal{PT}$, para los casos de pérdida y ganancia. Antes se calculan los grosores de las películas para una resonancia en la longitud de onda de 1550 nm, usando los coeficientes de Fresnel obtenidos de la matriz de dispersión efectiva por el método de matriz de transferencia.

6.1 Cálculo del espesor de las películas delgadas dieléctricas

En el caso de las simulaciones de un Dimer (bi-capa) el procedimiento fue calcular la primera y segunda derivada de los coeficientes de Fresnel en función de la longitud de onda de resonancia tanto como la primera y segunda derivada de la reflexión y transmisión en función del desplazamiento o grosor de las capas en el Dimer.

Ahora con la ecuación (12), para el cálculo de la frecuencia espacial y con los valores de valores $m=2$, $\lambda=1550 \text{ nm}$ y los índices de refracción de cada material, se obtiene los datos de la Tabla (3), usando el procedimiento de Yang (Yang E. et al., 2016).

Los datos experimentales de los índices de refracción de los materiales utilizados se muestran en el anexo A, haciendo referencia también a los datos para un cristal de Óxido de Zinc dopado con Aluminio del anexo B al final del reporte.

Tabla 3. Parámetros para el cálculo del periodo a una longitud de onda de 1550 nm.

<i>AZO3-1550 nm</i>	$n_0 = 0.593804$	$n_k = 0.00269449$	$\Lambda = 2610.29 \text{ nm}$
<i>AZO5-1550nm</i>	$n_0 = 1.311884$	$n_k = 0.011222$	$\Lambda = 1181.54 \text{ nm}$
<i>ZnO6-1550nm</i>	$n_0 = 0.624471$	$n_k = 0.00704596$	$\Lambda = 2482.1 \text{ nm}$

Una vez obtenido el periodo, se fijan los grosores de los materiales en cada capa, de acuerdo a:

$$L_1 = L_2 = \Lambda / 8; L_3 = (\Lambda - L_1 - L_2) = 3 \Lambda / 4 \text{ para la pérdida,}$$

De aquí que con $\Lambda = 2610.29 \text{ nm}$, $L_1=L_2=326.28625 \text{ nm}$ y $L_3=1957.7175 \text{ nm}$ para AZO3. Luego $\Lambda = 1181.54 \text{ nm}$, $L_1=L_2=148.0675 \text{ nm}$ y $L_3=889.405 \text{ nm}$ para AZO5. Y por último con $\Lambda = 2482.1 \text{ nm}$, $L_1=L_2= 310.2625 \text{ nm}$ y $L_3= 1861.575 \text{ nm}$ para ZnO6 para la pérdida.

Por otro lado,

$$L_1 = L_2 = 3\Lambda/8; L_3 = (\Lambda - L_1 - L_2) = \Lambda / 4 \text{ para la ganancia.}$$

Por lo que con $\Lambda = 2610.29 \text{ nm}$, $L_1=L_2= 978.85875 \text{ nm}$ y $L_3= 652.5725 \text{ nm}$ en el caso de AZO3. Luego $\Lambda = 1181.54 \text{ nm}$, $L_1=L_2=443.0775 \text{ nm}$ y $L_3=295.385 \text{ nm}$ para el material AZO5. Y por último con $\Lambda = 2482.1 \text{ nm}$, $L_1=L_2= 930.7875 \text{ nm}$ y $L_3= 620.525 \text{ nm}$ para ZnO6 en el caso de la pérdida.

6.2 Simulaciones numéricas de la Reflectancia

Veamos la evolución para cada muestra que se analizó mediante las gráficas de la Reflectancia para la periodicidad del Trimer con $n=10$, 50 y 100. Para las dos primeras periodicidades se pueden comparar las simulaciones del modelo analítico y las simulaciones por elemento finito, observando las diferencias para ambos métodos solo en el caso de $n=10$. Podemos verificar la dinámica de la Reflectancia para la periodicidad de $n=50$ con Mathematica y COMSOL. Para el caso de $n=100$ solamente se muestran las simulaciones en Mathematica debido que los computadores empleados tienen desborde de memoria durante las simulaciones. Las gráficas de la Figura (12) muestran cómo se va presentando la unirreflectividad de acuerdo con la periodicidad de los Trimers para el caso de la muestra de AZO3.

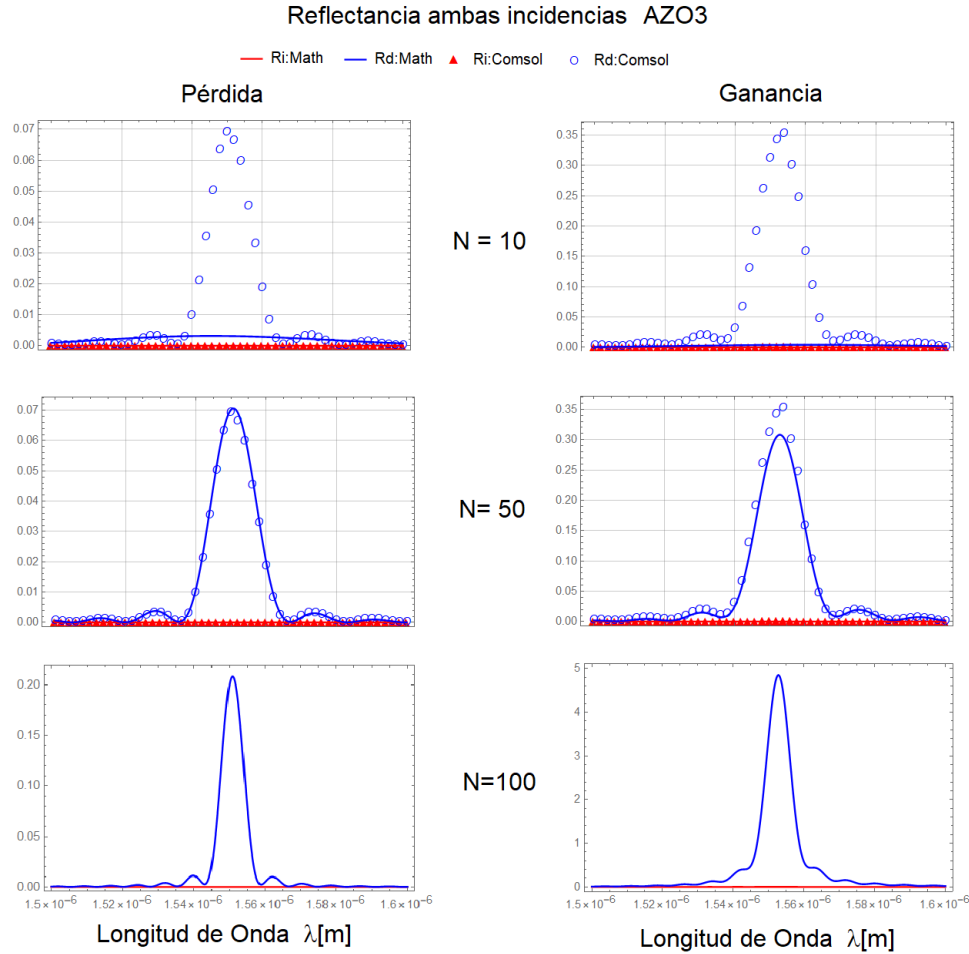


Fig. 12. Reflectividad para el AZO3 para una periodicidad de $n=10$, 50 y 100 veces.

Las gráficas de la Figura (13) muestran cómo se va presentando la Unirreflectividad con la periodicidad de los Trimers en el caso de la muestra AZO5.

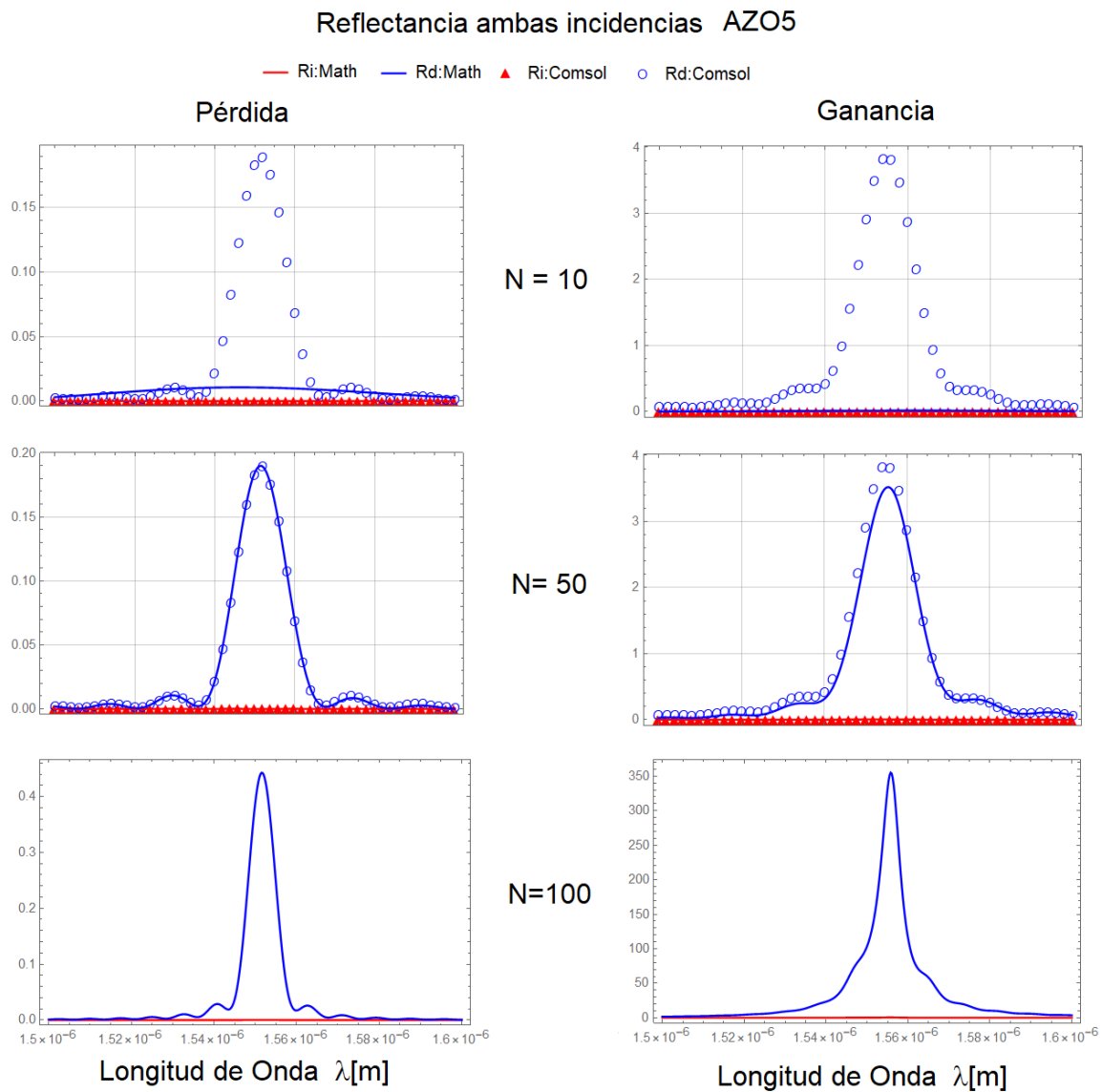


Figura 13. Reflectividad para el AZO5 para una periodicidad de $N=10$, 50 y 100 veces.

La figura (13) muestra las gráficas para la aparición de la unirreflectividad con la periodicidad de los trimers en el caso de la muestra ZnO6.

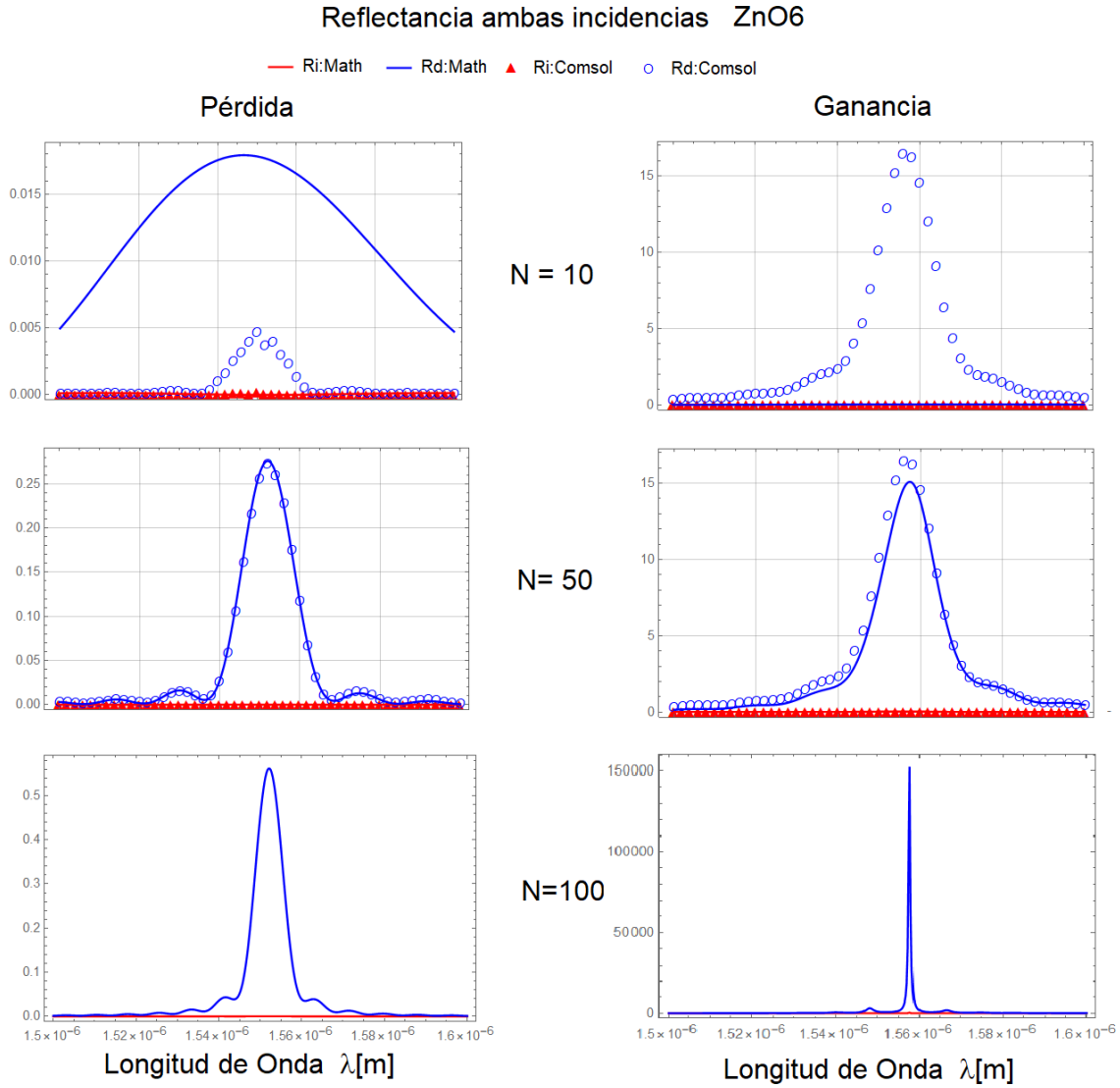


Figura 14. Reflectividad para el ZnO6 para una periodicidad de $n=10$, 50 y 100 veces.

6.3 Comentario Final

La unirreflectividad en estas muestras queda demostrada en las simulaciones de la periodicidad de las ternas para ambas incidencias, como lo han presentado muchos trabajos teóricos sobre materiales con simetría $\mathcal{PT}$. Sin embargo, hay que desarrollar una técnica para comprobar experimentalmente estos resultados, lo cual seguramente no resultará de bajo costo, por el equipamiento involucrado desde la construcción de la periodicidad de los Trimer idénticos.

Conclusiones

En este informe se presentaron las simulaciones numéricas de la propagación de radiación electromagnética a partir del modelo analítico sobre películas delgadas, obtenidas mediante el método de reflexiones y transmisiones sucesivas y el uso de matrices de transferencia de los coeficientes de Fresnel.

Con los coeficientes de Fresnel se obtuvieron las amplitudes de la reflectancia y transmitancia a través de películas delgadas, para los casos de pérdida y de ganancia, lo cual permitió hacer una simetría $\mathcal{PT}$ con incidencia angular e incidencia normal en una periodicidad de ternas. Después de haber analizado por un lado la teoría de propagación de ondas electromagnéticas en películas delgadas, se logró desarrollar el procedimiento para la generación de matrices que ayudaron a estudiar sistemas multicapas y aplicar el mismo a estructuras con simetría $\mathcal{PT}$.

Se calcularon los espesores de las capas mediante la frecuencia espacial o el periodo de la longitud de onda para los casos de la pérdida y de la ganancia del Trimer. Recordando que el índice de refracción presenta parte real e imaginaria, cuando la parte imaginaria es mayor que cero se tiene pérdida y cuando es menor que cero se tiene ganancia.

Los programas desarrollados en Mathematica permiten seguir un procedimiento sistemático para determinar las amplitudes de la reflectancia y la transmitancia con espesores e índices de refracción conocidos.

Se presentaron tres muestras con los datos experimentales para generar el Trimer o la celda unitaria base.

Se logró verificar los métodos de simulación del modelo analítico con Mathematica y de la estructura construida en COMSOL (para la simulación por elemento finito), ambas simulaciones numéricas.

Los resultados para la unirreflectividad fueron comprobados para una periodicidad del Trimer con $n=50$ y $n=100$ veces.

Anexo A

Datos experimentales:

AZO3-1550nm

$n_0 = 0.593804$

$|n_R|=|n_I|=0.269449$, se uso $|n_R|=|n_I|=0.00269449$, bajando 2 órdenes de magnitud

NO CUMPLE CON: $|n_R|=|n_I| \ll n_0$

$e_1 = 0.28$

$e_2 = 0.32$

AZO5-1550nm

$n_0 = 1.311884$

$|n_R|=|n_I|=1.1222$, se uso $|n_R|=|n_I|=0.011222$ bajando 2 órdenes de magnitud

NO CUMPLE CON: $|n_R|=|n_I| \ll n_0$

$e_1 = 0.48$

$e_2 = 2.96$

ZnO₆-1550nm

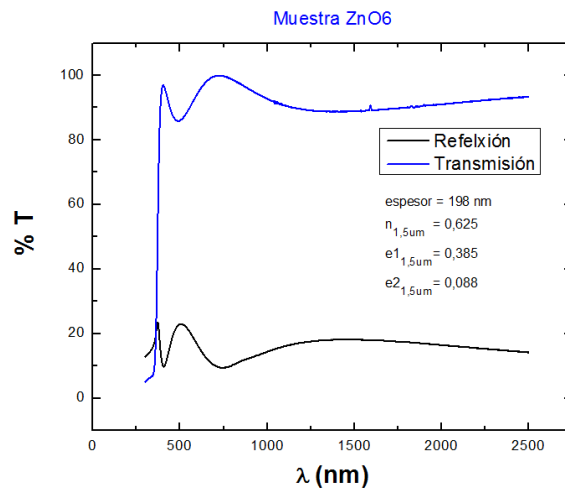
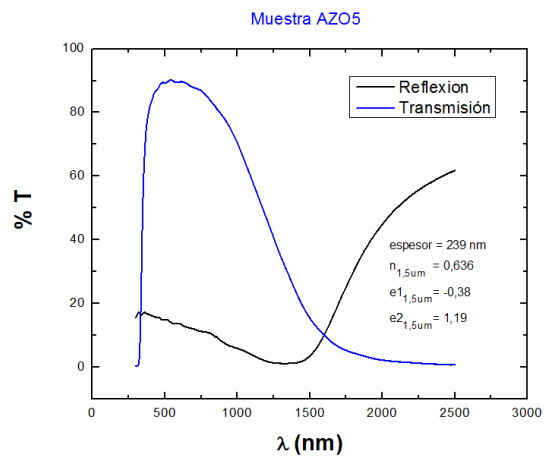
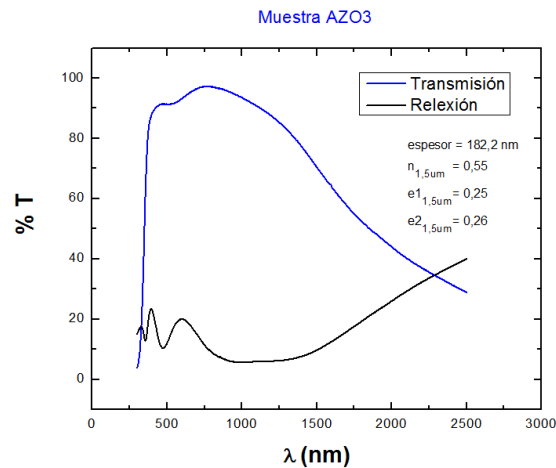
$n_0 = 0.624471$

$|n_R|=|n_I|=0.0704596$, se uso $|n_R|=|n_I|=0.000704596$, y $|n_R|=|n_I|=0.00704596$ bajando 1 y 2 órdenes de magnitud menores

NO CUMPLE CON: $|n_R|=|n_I| \ll n_0$

$e_1 = 0.385$

$e_2 = 0.088$



Anexo B

Las películas de óxido se depositaron mediante evaporación reactiva por haz de electrones sobre varios tipos de sustratos a 300 °C. De la referencia listada a continuación se toman los índices de refracción del material.

Parámetros de referencia del Oxido de Zinc dopado de Aluminio AZO para cristales dopados, obtenidos desde la url: <https://refractiveindex.info/>

Estante: OTROS – Miscelánea de materiales

Libro: Al-ZnO (Aluminium-doped zinc oxide, AZO)

Página: Shkondin et al., 2017: n, k, 2 – 20 μm

Constantes ópticas de Al:ZnO (óxido de zinc dopado con aluminio, AZO)
Shkondin et al. 2017: n,k 2-20 μm

Longitud de onda: μm (2.00 – 20.00)

Índice de refracción complejo ($n+ik$)

Índice de refracción $n = 0.58369$

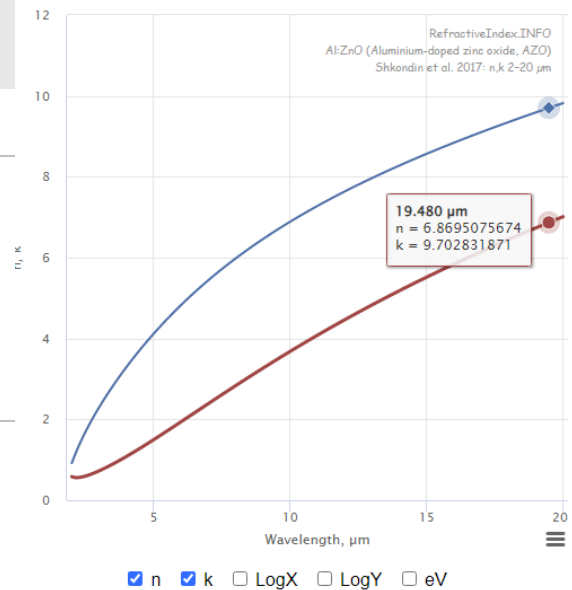
Coefficiente de extinción $k = 0.92016$

Constantes ópticas derivadas

Permitividad relativa (constantes dieléctricas)

$\epsilon_1 = -0.50600$

$\epsilon_2 = 1.0742$



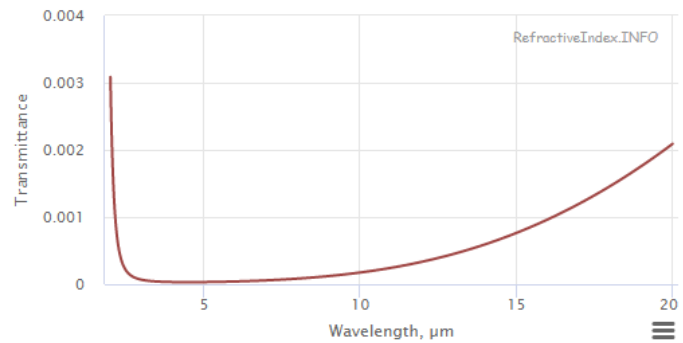
Coefficiente de absorción $\alpha = 57816 \text{ cm}^{-1}$

Dispersión cromática $dn/d\lambda = -0.29693 \mu\text{m}^{-1}$

Índice de grupo $n_g = 1.1775$

Cálculo de transmisión óptica

Longitud de onda: $2 \mu\text{m}$



☐ LogX ☐ LogY ☐ eV

Grosor:

Método de

cálculo:

Transmitancia $T=0.0030839$

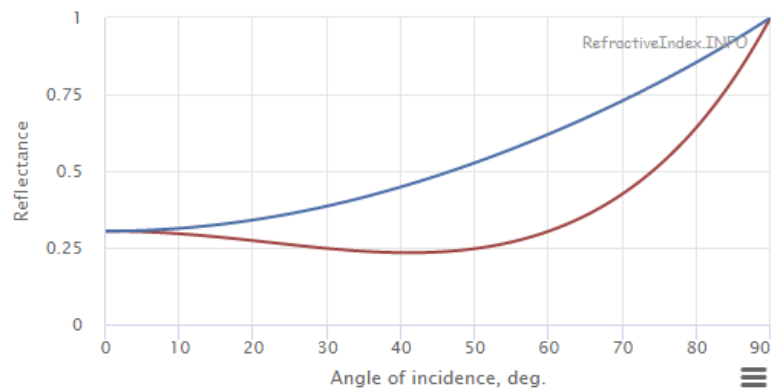
Caáculo de la reflexión

Longitud de onda: $2 \mu\text{m}$

Ángulo de incidencia

($0 \sim 90^\circ$): Dirección:

☐ en ☐ afuera



Reflectancia

P-polarizado $R_p = 0,30405$

S-polarizado $R_s = 0,30405$

No polarizado $(R_p + R_s)/2$ $R = 0.30405$

Fase de reflexión

$\phi_p = 84.186^\circ$ $\phi_s = -95.814^\circ$

ángulo de Brewster

$\vartheta_B = 47.457^\circ$

Sitio web de RefractiveIndex.INFO: © 2008-2022 [Mikhail Polyanskiy](#)

base de datos refractiveindex.info: dominio público a través de [CC0 1.0](#)

Anexo C

Cálculo de los coeficientes de Fresnel en función del ángulo de incidencia para la reflexión y transmisión de 3-capas mediante matrices de transferencia:

$$\begin{aligned}
 t_{04} &= - \left((t_{01} t_{12} t_{23} t_{34} (\cos[\phi_1 + \phi_2 + \phi_3] + i \sin[\phi_1 + \phi_2 + \phi_3])) / (-1 + e^{2i\phi_1} r_{10} r_{12} + e^{2i\phi_2} r_{21} r_{23} - e^{2i(\phi_1-\phi_2)} r_{10} r_{12} r_{21} r_{23} + \right. \\
 &\quad \left. e^{2i(\phi_1+\phi_2)} r_{10} r_{23} t_{12} t_{21} + e^{2i\phi_3} r_{34} (r_{32} - e^{2i\phi_1} r_{10} r_{12} r_{32} + e^{2i\phi_2} (-r_{21} + e^{2i\phi_1} r_{10} (r_{12} r_{21} - t_{12} t_{21})) (r_{23} r_{32} - t_{23} t_{32}))) \right) \\
 r_{04} &= (-r_{01} + e^{2i\phi_1} r_{01} r_{10} r_{12} + e^{2i\phi_2} r_{01} r_{21} r_{23} - e^{2i(\phi_1+\phi_2)} r_{01} r_{10} r_{12} r_{21} r_{23} - \\
 &\quad e^{2i\phi_1} r_{12} t_{01} t_{10} + e^{2i(\phi_1+\phi_2)} r_{12} r_{21} r_{23} t_{01} t_{10} + e^{2i(\phi_1+\phi_2)} r_{01} r_{10} r_{23} t_{12} t_{21} - e^{2i(\phi_1+\phi_2)} r_{23} t_{01} t_{10} t_{12} t_{21} + \\
 &\quad e^{2i\phi_3} r_{34} (r_{32} (r_{01} - e^{2i\phi_1} r_{12} (r_{01} r_{10} - t_{01} t_{10})) + e^{2i\phi_2} (-r_{01} r_{21} + e^{2i\phi_1} (r_{01} r_{10} - t_{01} t_{10}) (r_{12} r_{21} - t_{12} t_{21})) (r_{23} r_{32} - t_{23} t_{32}))) / \\
 &\quad (-1 + e^{2i\phi_1} r_{10} r_{12} + e^{2i\phi_2} r_{21} r_{23} - e^{2i(\phi_1-\phi_2)} r_{10} r_{12} r_{21} r_{23} + e^{2i(\phi_1+\phi_2)} r_{10} r_{23} t_{12} t_{21} + \\
 &\quad e^{2i\phi_3} r_{34} (r_{32} - e^{2i\phi_1} r_{10} r_{12} r_{32} + e^{2i\phi_2} (-r_{21} + e^{2i\phi_1} r_{10} (r_{12} r_{21} - t_{12} t_{21})) (r_{23} r_{32} - t_{23} t_{32}))) \\
 t_{40} &= - \left((t_{10} t_{21} t_{32} t_{43} (\cos[\phi_1 + \phi_2 + \phi_3] + i \sin[\phi_1 + \phi_2 + \phi_3])) / (-1 + e^{2i\phi_1} r_{10} r_{12} + e^{2i\phi_2} r_{21} r_{23} - e^{2i(\phi_1-\phi_2)} r_{10} r_{12} r_{21} r_{23} + \right. \\
 &\quad \left. e^{2i(\phi_1+\phi_2)} r_{10} r_{23} t_{12} t_{21} + e^{2i\phi_3} r_{34} (r_{32} - e^{2i\phi_1} r_{10} r_{12} r_{32} + e^{2i\phi_2} (-r_{21} + e^{2i\phi_1} r_{10} (r_{12} r_{21} - t_{12} t_{21})) (r_{23} r_{32} - t_{23} t_{32}))) \right) \\
 r_{40} &= (r_{43} (-1 + e^{2i\phi_1} r_{10} r_{12} + e^{2i\phi_2} r_{21} r_{23} (r_{21} - e^{2i\phi_1} r_{10} (r_{12} r_{21} - t_{12} t_{21}))) + \\
 &\quad e^{2i\phi_3} (r_{32} - e^{2i\phi_1} r_{10} r_{12} r_{32} + e^{2i\phi_2} (-r_{21} + e^{2i\phi_1} r_{10} (r_{12} r_{21} - t_{12} t_{21})) (r_{23} r_{32} - t_{23} t_{32}))) (r_{34} r_{43} - t_{34} t_{43})) / \\
 &\quad (-1 + e^{2i\phi_1} r_{10} r_{12} + e^{2i\phi_2} r_{21} r_{23} - e^{2i(\phi_1-\phi_2)} r_{10} r_{12} r_{21} r_{23} + e^{2i(\phi_1+\phi_2)} r_{10} r_{23} t_{12} t_{21} + \\
 &\quad e^{2i\phi_3} r_{34} (r_{32} - e^{2i\phi_1} r_{10} r_{12} r_{32} + e^{2i\phi_2} (-r_{21} + e^{2i\phi_1} r_{10} (r_{12} r_{21} - t_{12} t_{21})) (r_{23} r_{32} - t_{23} t_{32})))
 \end{aligned}$$

Cálculo de los coeficientes de Fresnel en función de los índices de refracción para la reflexión y transmisión de 3-capas mediante matrices de transferencia:

$$\begin{aligned}
 t_{03} &= - \left((16 e^{i(d_1 n_1 + d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta n_0 n_1 n_2 n_3) / \right. \\
 &\quad \left(e^{i(2 d_1 n_1 + d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (n_0 + n_1) (-n_1 + n_2) (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) + e^{i(2 d_1 n_1 + d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (-n_0 + n_1) (n_1 + n_2) (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) + \right. \\
 &\quad \left. e^{i(2 d_1 n_1 + d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (-n_0 + n_1) (n_1 - n_2) (n_0 - n_3) (-n_2 + n_3) + e^{i(2 d_1 n_1 + d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (n_0 + n_1) (n_1 + n_2) (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) + \right. \\
 &\quad \left. e^{i(2 d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (n_0 + n_1) (-n_1 + n_2) (-n_0 + n_3) (n_2 + n_3) + e^{i(2 d_1 n_1 + d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (-n_0 + n_1) (n_1 + n_2) (-n_0 + n_3) (n_2 + n_3) + \right. \\
 &\quad \left. e^{i(2 d_1 n_1 + d_3 n_3)} \times \theta (-n_0 + n_1) (n_1 - n_2) (n_0 + n_3) (n_2 + n_3) - e^{i d_3 n_3} \times \theta (n_0 + n_1) (n_1 + n_2) (n_0 + n_3) (n_2 + n_3) \right) \\
 r_{03} &= ((n_0 - n_1) (e^{i d_2 n_2} \times \theta (n_1 - n_2) (e^{-i d_3 n_3} \times \theta (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) + e^{i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (n_2 + n_3)) + \\
 &\quad e^{-i(d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (n_1 + n_2) (-e^{2i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) + (n_0 + n_3) (n_2 + n_3))) + \\
 &\quad e^{2i d_1 n_1} \times \theta (n_0 + n_1) (e^{i d_2 n_2} \times \theta (n_1 + n_2) (e^{-i d_3 n_3} \times \theta (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) + e^{i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (n_2 + n_3)) + \\
 &\quad e^{-i(d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (e^{2i d_3 n_3} \times \theta (-n_1 + n_2) (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) + (n_1 - n_2) (n_0 + n_3) (n_2 + n_3)))) / \\
 &\quad ((n_0 - n_1) (e^{i d_2 n_2} \times \theta (n_1 - n_2) (e^{-i d_3 n_3} \times \theta (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) + e^{i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (n_2 + n_3)) + \\
 &\quad e^{-i(d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (n_1 + n_2) (-e^{2i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) + (n_0 + n_3) (n_2 + n_3))) + \\
 &\quad e^{2i d_1 n_1} \times \theta (n_0 - n_1) (e^{i d_2 n_2} \times \theta (n_1 + n_2) (e^{-i d_3 n_3} \times \theta (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) + e^{i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (n_2 + n_3)) + \\
 &\quad e^{-i(d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (e^{2i d_3 n_3} \times \theta (-n_1 + n_2) (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) + (n_1 - n_2) (n_0 + n_3) (n_2 + n_3)))) \\
 t_{30} &= (16 e^{i d_1 n_1} \times \theta n_0 n_1 n_2 n_3) / ((n_0 + n_1) (e^{i d_2 n_2} \times \theta (n_1 - n_2) (e^{-i d_3 n_3} \times \theta (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) + e^{i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (n_2 + n_3)) + \\
 &\quad e^{-i(d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (n_1 + n_2) (-e^{2i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) + (n_0 + n_3) (n_2 + n_3))) + \\
 &\quad e^{2i d_1 n_1} \times \theta (n_0 - n_1) (e^{i d_2 n_2} \times \theta (n_1 + n_2) (e^{-i d_3 n_3} \times \theta (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) + e^{i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (n_2 + n_3)) + \\
 &\quad e^{-i(d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (e^{2i d_3 n_3} \times \theta (-n_1 + n_2) (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) + (n_1 - n_2) (n_0 + n_3) (n_2 + n_3)))) \\
 r_{30} &= - \left(((n_0 + n_1) (e^{-i(d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (n_1 + n_2) (e^{2i d_3 n_3} \times \theta (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) - (n_0 - n_3) (n_2 + n_3)) - \right. \\
 &\quad \left. e^{i d_2 n_2} \times \theta (n_1 - n_2) (e^{-i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) - e^{i d_3 n_3} \times \theta (n_0 + n_3) (n_2 + n_3))) + \right. \\
 &\quad \left. e^{2i d_1 n_1} \times \theta (n_0 - n_1) (e^{-i(d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (n_1 - n_2) (e^{2i d_3 n_3} \times \theta (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) - (n_0 - n_3) (n_2 + n_3)) - \right. \\
 &\quad \left. e^{i d_2 n_2} \times \theta (n_1 + n_2) (e^{-i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) - e^{i d_3 n_3} \times \theta (n_0 + n_3) (n_2 + n_3)))) / \right. \\
 &\quad \left((n_0 + n_1) (e^{i d_2 n_2} \times \theta (n_1 - n_2) (e^{-i d_3 n_3} \times \theta (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) + e^{i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (n_2 + n_3)) + \right. \\
 &\quad \left. e^{-i(d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (n_1 + n_2) (-e^{2i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) + (n_0 + n_3) (n_2 + n_3))) + \right. \\
 &\quad \left. e^{2i d_1 n_1} \times \theta (n_0 - n_1) (e^{i d_2 n_2} \times \theta (n_1 + n_2) (e^{-i d_3 n_3} \times \theta (n_2 - n_3) (n_0 + n_3) + e^{i d_3 n_3} \times \theta (-n_0 + n_3) (n_2 + n_3)) + \right. \\
 &\quad \left. e^{-i(d_2 n_2 + d_3 n_3)} \times \theta (e^{2i d_3 n_3} \times \theta (-n_1 + n_2) (-n_0 + n_3) (-n_2 + n_3) + (n_1 - n_2) (n_0 + n_3) (n_2 + n_3)))) \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r04} = & \left(16e^{-\frac{2(4(n1-n2+n3-2n4-2n5+n6))}{\lambda}} m0\,n1\,n2\,n3 \right) / \left(e^{\frac{2(4(n1-n2+n3-2n4-2n5+n6))}{\lambda}} (m0-n1)(n2-n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(4(n2-n3-4n4+n5))}{\lambda}} (n1-n0)(n1+n2)(n2-n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(4(n4-n1+n5+n6))}{\lambda}} (n1-n0)(n1-n2)(n2+n3)(n0+n3)-\right. \\ & \left. \frac{2(4(n3-n4))}{\lambda} (n0+n1)(n1+n2)(n2+n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(2(4(n1-n2+n3-4n4+n5))}{\lambda}} (n1-n0)(n1-n2)(n0-n3)(n3-n2)+e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n0+n1)(n1+n2)(n3-n0)(n3-n2)+e^{\frac{2(2(4(n2-n3-4n4+n5))}{\lambda}} (n0+n1)(n2-n1)(n3-n0)(n2+n3)+e^{\frac{2(4(n1-n1+2n2-2n3-2n4-2n5+n6))}{\lambda}} (n1-n0)(n1+n2)(n3-n0)(n2+n3) \right) \\ \mathbf{r04} = & \left(m0-n1 \left(e^{\frac{2(4(n1-n2))}{\lambda}} (n1-n2) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n2+n3) \right) + e^{\frac{2(4(n2-n3-4n4+n5))}{\lambda}} (n1+n2) \left(m0+n3 \right) (n2+n3) - e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n3-n2) \right) + \right. \\ & \left. e^{\frac{4(n1-n2)}{\lambda}} (n0+n1) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n1+n2) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n2+n3) \right) + e^{\frac{2(4(n2-n3-4n4+n5))}{\lambda}} \left(e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n1)(n3-n0)(n3-n2)+(n1-n2)(m0+n3)(n2+n3) \right) \right) \right) \\ & \left(m0+n1 \left(e^{\frac{2(4(n1-n2))}{\lambda}} (n1-n2) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n2+n3) \right) + e^{\frac{2(4(n2-n3-4n4+n5))}{\lambda}} (n1+n2) \left(m0+n3 \right) (n2+n3) - e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n3-n2) \right) + \right. \\ & \left. e^{\frac{4(n1-n2)}{\lambda}} (n0-n1) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n1+n2) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n2+n3) \right) + e^{\frac{2(4(n2-n3-4n4+n5))}{\lambda}} \left(e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n1)(n3-n0)(n3-n2)+(n1-n2)(m0+n3)(n2+n3) \right) \right) \right) \Big) \\ \mathbf{t40} = & - \left(\left(m0+n1 \left(e^{\frac{2(4(n2-n4+n5+n6))}{\lambda}} (n1+n2) \left(e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n3)(n0+n3)-(m0-n3)(n2+n3) \right) - e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n1-n2) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n3-n2) - e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (m0+n3)(n2+n3) \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. e^{\frac{4(n1-n2)}{\lambda}} (m0-n1) \left(e^{\frac{2(4(n2-n4+n5+n6))}{\lambda}} (n1-n2) \left(e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n3)(n0+n3)-(m0-n3)(n2+n3) \right) + e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n1+n2) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n3-n2) - e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (m0+n3)(n2+n3) \right) \right) \right) \right) / \\ & \left(m0+n1 \left(e^{\frac{2(4(n1-n2))}{\lambda}} (n1-n2) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n2+n3) \right) + e^{\frac{2(4(n2-n3-4n4+n5))}{\lambda}} (n1+n2) \left(m0+n3 \right) (n2+n3) - e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n3-n2) \right) + \right. \\ & \left. e^{\frac{4(n1-n2)}{\lambda}} (m0-n1) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n1+n2) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n2+n3) \right) + e^{\frac{2(4(n2-n3-4n4+n5))}{\lambda}} \left(e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n1)(n3-n0)(n3-n2)+(n1-n2)(m0+n3)(n2+n3) \right) \right) \right) \Big) \Big) \\ \mathbf{r40} = & \left(16e^{-\frac{2(4(n1-n2))}{\lambda}} m0\,n1\,n2\,n3 \right) / \left(e^{\frac{2(4(n1-n2))}{\lambda}} (n1-n2) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n2+n3) \right) - e^{\frac{2(4(n2-n3-4n4+n5))}{\lambda}} (n1+n2) \left(m0+n3 \right) (n2+n3) - e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n3-n2) \right) + \\ & e^{\frac{4(n1-n2)}{\lambda}} (m0-n1) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n1+n2) \left(e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n3)(n0+n3)+e^{\frac{2(4(n3-n4))}{\lambda}} (n3-n0)(n2+n3) \right) + e^{\frac{2(4(n2-n3-4n4+n5))}{\lambda}} \left(e^{\frac{4(4(n3-n4))}{\lambda}} (n2-n1)(n3-n0)(n3-n2)+(n1-n2)(m0+n3)(n2+n3) \right) \right) \Big) \Big) \end{aligned}$$
$$r_i \equiv$$

[illegible]

33

$$\begin{aligned}
& +2.356194490192345i)(nr+\kappa)\Lambda\lambda(n_0+nr+\kappa)(n_0^2(n_0+nr+\kappa)^2+2n_0nr(n_0+nr+\kappa)^2+nr^2(n_0+nr \\
& +\kappa)^2+2n_0\kappa(n_0+nr+\kappa)^2+2nr\kappa(n_0+nr+\kappa)^2+\kappa^2(n_0+nr+\kappa)^2)(-ie-(0.+2.356194490192345i)(\\
& nr-i\kappa)\Lambda\lambda\kappa(-ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(2inr+\kappa)4n_0nr+e(0.+1.57079632 \\
& 67948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)\kappa(2inr+\kappa)4n_0nr(2nr-i\kappa))((1+i)nr+\kappa)(1-i\kappa(1+i)nr+ \\
& \kappa)+11-i\kappa(1+i)nr+\kappa e(0.+2.356194490192345i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda(2inr^2((1+i)nr+\kappa)^2+(2+2i)nr\kappa((1 \\
& +i)nr+\kappa)^2+\kappa^2((1+i)nr+\kappa)^2)(ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)\kappa 4n_0nr-ie(0.+1.5 \\
& 707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)(2inr+\kappa)(-4nr^2(2inr+\kappa)^2+4inr\kappa(2inr+\kappa)^2 \\
& +\kappa^2(2inr+\kappa)^2)4n_0nr)))((12(nr+\kappa)e-(0.+2.356194490192345i)(nr+\kappa)\Lambda\lambda(n_0+nr+\kappa)(e-(0.+2 \\
& .356194490192345i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda(-ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(2inr+\kappa)4n_0 \\
& nr+e(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)\kappa(2inr+\kappa)4n_0nr(2nr-i\kappa))1-i\kappa \\
& (1+i)nr+\kappa-ie(0.+2.356194490192345i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda\kappa(ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(\\
& n_0+nr)\kappa 4n_0nr-ie(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)(2inr+\kappa)(-4nr^2(\\
& 2inr+\kappa)^2+4inr\kappa(2inr+\kappa)^2+\kappa^2(2inr+\kappa)^2)4n_0nr)((1+i)nr+\kappa)(1-i\kappa(1+i)nr+\kappa))+12(nr+\kappa)e(0. \\
& +2.356194490192345i)(nr+\kappa)\Lambda\lambda(n_0+nr+\kappa)(1-2n_0n_0+nr+\kappa)(-ie-(0.+2.35619449019234 \\
& 5i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda\kappa(-ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(2inr+\kappa)4n_0nr+e(0.+1.57079 \\
& 63267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)\kappa(2inr+\kappa)4n_0nr(2nr-i\kappa))((1+i)nr+\kappa)(1-i\kappa(1+i) \\
& nr+\kappa)+11-i\kappa(1+i)nr+\kappa e(0.+2.356194490192345i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda(2inr^2((1+i)nr+\kappa)^2+(2+2i)nr \\
& \kappa((1+i)nr+\kappa)^2+\kappa^2((1+i)nr+\kappa)^2)(ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)\kappa 4n_0nr-ie(0. \\
& +1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)(2inr+\kappa)(-4nr^2(2inr+\kappa)^2+4inr\kappa(2inr \\
& +\kappa)^2+\kappa^2(2inr+\kappa)^2)4n_0nr)))]
\end{aligned}$$

INCIDENCIA DERECHA

rd=

$$\begin{aligned}
& \text{Abs}[(12(nr+\kappa)e-(0.+2.356194490192345i)(nr+\kappa)\Lambda\lambda(n_0+nr+\kappa)(e-(0.+2.3561944901923 \\
& 45i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda(-ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)(2inr+\kappa)4n_0nr \\
& +e(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(n_0^2(n_0+nr)^2+2n_0nr(n_0+nr)^2+nr^2(n_0+nr)^2)\kappa(2 \\
& inr+\kappa)4n_0nr(2nr-i\kappa))1-i\kappa(1+i)nr+\kappa-1((1+i)nr+\kappa)(1-i\kappa(1+i)nr+\kappa)ie(0.+2.356194490192 \\
& 345i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda\kappa(ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)\kappa 4n_0nr-ie(0 \\
& .+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(n_0^2(n_0+nr)^2+2n_0nr(n_0+nr)^2+nr^2(n_0+nr)^2)(2inr+\kappa \\
&)(-4nr^2(2inr+\kappa)^2+4inr\kappa(2inr+\kappa)^2+\kappa^2(2inr+\kappa)^2)4n_0nr))+12(nr+\kappa)e(0.+2.3561944901923
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 45i)(nr+\kappa)\Lambda\lambda(n_0+nr+\kappa)(1-2n_0n_0+nr+\kappa)(-ie-(0.+2.356194490192345i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda\kappa(-ie-(\\
& 0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)(2inr+\kappa)4n_0nr+e(0.+1.570796326 \\
& 7948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(n_0^2(n_0+nr)^2+2n_0nr(n_0+nr)^2+nr^2(n_0+nr)^2)\kappa(2inr+\kappa)4n_0nr(2nr-i\kappa \\
&))((1+i)nr+\kappa)(1-i\kappa(1+i)nr+\kappa)+11-i\kappa(1+i)nr+\kappa e(0.+2.356194490192345i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda(2inr \\
& 2((1+i)nr+\kappa)^2+(2+2i)nr\kappa((1+i)nr+\kappa)^2+\kappa^2((1+i)nr+\kappa)^2)(ie-(0.+1.5707963267948966i)nr \\
& \Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)\kappa 4n_0nr-ie(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(n_0^2(n_0+nr)^2 \\
& +2n_0nr(n_0+nr)^2+nr^2(n_0+nr)^2)(2inr+\kappa)(-4nr^2(2inr+\kappa)^2+4inr\kappa(2inr+\kappa)^2+\kappa^2(2inr+\kappa)^2)4n_0 \\
& nr)))((12(nr+\kappa)e-(0.+2.356194490192345i)(nr+\kappa)\Lambda\lambda(n_0+nr+\kappa)(e-(0.+2.35619449019234 \\
& 5i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda(-ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(2inr+\kappa)4n_0nr+e(0.+1.570796 \\
& 3267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)\kappa(2inr+\kappa)4n_0nr(2nr-i\kappa))1-i\kappa(1+i)nr+\kappa-ie(0.+ \\
& 2.356194490192345i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda\kappa(ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)\kappa 4n_0nr-ie \\
& (0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)(2inr+\kappa)(-4nr^2(2inr+\kappa)^2+4inr\kappa(2 \\
& inr+\kappa)^2+\kappa^2(2inr+\kappa)^2)4n_0nr)((1+i)nr+\kappa)(1-i\kappa(1+i)nr+\kappa))+12(nr+\kappa)e(0.+2.356194490192 \\
& 345i)(nr+\kappa)\Lambda\lambda(n_0+nr+\kappa)(1-2n_0n_0+nr+\kappa)(-ie-(0.+2.356194490192345i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda\kappa(-ie \\
& -(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(2inr+\kappa)4n_0nr+e(0.+1.5707963267948966i)nr \\
& \Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)\kappa(2inr+\kappa)4n_0nr(2nr-i\kappa))((1+i)nr+\kappa)(1-i\kappa(1+i)nr+\kappa)+11-i\kappa(1+i) \\
& nr+\kappa e(0.+2.356194490192345i)(nr-i\kappa)\Lambda\lambda(2inr^2((1+i)nr+\kappa)^2+(2+2i)nr\kappa((1+i)nr+\kappa)^2+\kappa^2(\\
& (1+i)nr+\kappa)^2)(ie-(0.+1.5707963267948966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)\kappa 4n_0nr-ie(0.+1.570796326794 \\
& 8966i)nr\Lambda\lambda(n_0+nr)(-1+2n_0n_0+nr)(2inr+\kappa)(-4nr^2(2inr+\kappa)^2+4inr\kappa(2inr+\kappa)^2+\kappa^2(2inr+\kappa)^2) \\
& 4n_0nr))))]
\end{aligned}$$

Código en Mathematica para calcular los coeficientes de Fresnel de tres capas:

Celda de inicialización

(*Calculo de la estructura Automatizada*)

(*Hay que usar estas matrices para la automatización*)

(*Mbase=M32.M33.M23.M22.M12.M11

Mnet=M30.M33.M23.M22.M12.M11.MatrixPower[Mbase,nv].M01;

TRES CAPAS CON MATRICES DE TRANSFERENCIA*)

SMatrix[ni_, t_, nio_, nv_] := Module[{M, Minp, Mout, Mbase},

Minp = SurfaceMatrix[nio[[1]], ni[[1]]];

```

Mbase =
SurfaceMatrix[ni[[3]], ni[[2]].PropagationMatrix[t[[3]],
ni[[3]], \[Kappa]0.SurfaceMatrix[ni[[2]],
ni[[3]].PropagationMatrix[t[[2]],
ni[[2]], \[Kappa]0.SurfaceMatrix[ni[[1]],
ni[[2]].PropagationMatrix[t[[1]], ni[[1]], \[Kappa]0];
Mout = SurfaceMatrix[ni[[3]], nio[[2]].PropagationMatrix[t[[3]],
ni[[3]], \[Kappa]0.SurfaceMatrix[ni[[2]],
ni[[3]].PropagationMatrix[t[[2]],
ni[[2]], \[Kappa]0.SurfaceMatrix[ni[[1]],
ni[[2]].PropagationMatrix[t[[1]], ni[[1]], \[Kappa]0];

M = Mout.MatrixPower[Mbase, nv].Minp;
MtoS[M]
]

```

(*Modulo para obtener las matrices de la transición de los medios*)

```

MtoS[s_] := (1/s[[2, 2]])*{{Det[s], s[[1, 2]]}, {-s[[2, 1]], 1}};

SurfaceMatrix[ni_, nt_] := Module[{k1, k2, r12, r21, t12, t21, m},
k1 = ni*w/c;
k2 = nt*w/c;
r12 = FullSimplify[(k1 - k2)/(k1 + k2)];
r21 = FullSimplify[(k2 - k1)/(k2 + k1)];
(*r12=FullSimplify[(k1 Cos[\[Theta]i]-
k2 Cos[\[Theta]t])/(k1 Cos[\[Theta]i]+ k2 Cos[\[Theta]t])];
r21=FullSimplify[(k2 Cos[\[Theta]i]-
k1 Cos[\[Theta]t])/(k2 Cos[\[Theta]i]+ k1 Cos[\[Theta]t]);*)
(*r12=FullSimplify[(k1 - k2)/(k1 + k2)];
r21=FullSimplify[(k2 - k1)/(k2 + k1)];*)
t12 = FullSimplify[1 + r12];

```

```

t21 = FullSimplify[1 + r21];
m = {{t12, r21}, {r12, t21}};
MtoS[m]
(*(1/s01[[2,2]])*{{Det[s01],s01[[1,2]]},{-s01[[2,1]],1}}*)
]
(*Modulo para obtener las matrices en los medios, d en nanometros*)
PropagationMatrix[d2_, n2_, \[Kappa]0_] :=
Module[{k1, k2, r12, r21, t12, t21, m},
m = {{Exp[I d2 n2 \[Kappa]0], 0}, {0, Exp[I d2 n2 \[Kappa]0]}};
MtoS[m]
]

```

Ese código se extiende para calcular una periodicidad de celdas unitarias de películas delgadas. Para las simulaciones numéricas se definen los parámetros, cuantas capas se quiere simular y se grafican los resultados. Esas simulaciones pueden tardar varias horas dependiendo el número de capas a simular.

Referencias Bibliográficas

- Bender, C. M.; Boettcher, S.; (1998). “ $\mathcal{PT}$ -symmetric quantum mechanics”. Phys. Rev. Lett. 80, 5243, <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.5243>
- Boylestad R. & Nashelsky L.; (1989). "Electrónica Teoría de Circuitos". 4a. Ed. P.Hall.
- El-Ganainy R.; Khajavikhan M.; Christodoulides D. N.; Ozdemir S. K.; (2019). “The dawn of non-Hermitian optics”. Communications Physics. 2: 37, <https://doi.org/10.1038/s42005-019-0130-z>, www.nature.com/commsphys.
- Feng L.; Xu Y. L.; Fegadolli W. S.; Lu M.; Oliveira J.; Almeida V. R.; Chen Y.; Scherer A.; (2013). “Experimental demonstration of a unidirectional reflectionless $\mathcal{PT}$ metamaterial at optical frequencies”. Nat. Mat. 12, 108-113. DOI: 10.1038/NMAT3495
- Hodgson D. & Olsen B.; (1976). “Protecting Your Laser Diode”, ILX Lightwave Corporation, 2003.
- Huawei Forum, Available at: <https://forum.huawei.com>. (Accessed on: Julio, 2022).
- Kalvo Vega H. O.; (2015), “Propuesta metodológica para el diseño de instrumentos ópticos sencillos partiendo de un planteamiento matricial”. Tesis. FC-UNC.
- Knittl, Z.; (1998). “Optics of Thin Films”, Ed. John Wiley and Sons.
- Kottos T.; Aceves A. B.; (2016). “Contemporary Optoelectronics”. Springer Series in Optical Sciences 199, DOI: 10:1007=978 / 94 / 017 / 7315 / 7 / 9
- Lin Z.; Ramezani H.; Eichelkraut T.; Kottos, T.; Cao H.; Christodoulides D. N.; (2011). “Unidirectional Invisibility Induced by $\mathcal{PT}$ -Symmetric Periodic Structures”. Phys. Rev. Lett. PRL 106, 213901. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.213901>
- Longhi S.; (2010). “ $\mathcal{PT}$ -symmetric laser absorber”. Phys. Rev. A-82, 031801(R). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.031801>

- Mata – Méndez O.; (1992). “Relaciones de Fresnel y teorema de conservación de la energía para un haz electromagnético”, Revista Mexicana de Física 38, No. 5.
- Novitsky D.; Karabchevsky A.; Lavrinenko A. V.; Shalin A. S.; Novitsky A.; (2018). “ $\mathcal{PT}$ symmetry breaking in multilayers with resonant loss and gain locks light propagation direction”. Physical Review B 98(12):125102. DOI: 10.1103
- Novitsky D.; Novitsky A.; Shalin A. S.; (2019). “ $\mathcal{PT}$ -symmetric multilayer systems: homogenization and beam propagation”. Conference: 2019 Thirteenth International Congress on Artificial Materials for Novel Wave Phenomena (Metamaterials).
- Padrón-Godínez A.; Prieto Meléndez R.; Calva Olmos G.; Treviño-Palacios C. G.; (2019). “Sistemas Rectificadores de Señales mediante Diodos Ópticos y Electrónicos”. SOMI XXXIV, Congreso de instrumentación, Morelia, Michoacán-México. Volumen: No. 1, Año 6, ISSN 2395-8499.
- Padrón-Godínez A.; Prieto Meléndez R.; Calva Olmos G. Herrera Becerra A. A.; “Modelado y Simulación de Películas Delgadas con Simetría PT”. Informe Técnico II-INME-2020-570. (2020).
- Pedrotti F. L. & Pedrotti L. S.; (1993). “Introductions to Optics”, Ed. Prentice-Hall International, Inc.
- Poladian L.; (1996). “Resonance mode expansions and exact solutions for nonuniform gratings,” Phys. Rev. E. 54, 2963.
DOI: 10.1109/MetaMaterials.2019.8900885
- Procopio L. M.; Rosas-Ortiz O. and Velázquez V. M.; (2010). “Spatial correlation of photon pairs produced in spontaneous parametric down-conversion”. Frontiers in Contemporary Physics, 5th Ed.-EAV09.

- Ramezani H.; Kottos T.; (2010). “Unidirectional nonlinear $\mathcal{PT}$ -Symmetric optical structures”. Phys. Rev. A-82, 043803. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.043803>
- Rodríguez-de Marcos L. V.; Larruquert J. I.; Méndez Aznárez J. A.; (2016). “Self-consistent optical constants of SiO₂ and Ta₂O₅ films”, Opt. Mater. Express 6, 3622-3637. (Numerical data kindly provided by Juan Larruquert).
- Sandino Hernández A. F.; (2014). “Matrices ABCD en óptica”, Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 8, No. 2, Depto. Física-UAM.
- Shramkova O. V. & Tsironis G. P.; (2016). “Scattering properties of $\mathcal{PT}$ - symmetric layered periodic structures”. J. Opt. 18, 105101, (9pp).
DOI:10.1088/2040-8978/18/10/105101
- Steck A. D.; (2006). “Classical and Modern Optics”. University of Oregon.
- Stratton J. A.; (2007). “Theory Electromagnetic”, Ed. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Wiki, Banda_C, Availavable at: https://es.wikipedia.org/wiki/Banda_C. (Accessed on: Agosto, 2022).
- Yang E.; Lu Y.; Wang Y.; Dai Y.; Wang P. (2016). “Unidirectional reflectionless phenomenon in periodic ternary layered material”. OSA.
DOI:10.1364/OE.24.014311, OPTICS EXPRESS 14311.
- Yuan L.; Lu Y. Y.; (2019). “Unidirectional reflectionless transmission for two-dimensional $\mathcal{PT}$ -symmetric periodic structures”. Phys. Rev. A., 100.053805.
DOI: 10.1103.