

José Rufino Díaz Uribe

PRÁCTICAS DE LABORATORIO DE ÓPTICA



ICAT
Instituto de Ciencias
Aplicadas y Tecnología

José Rufino Díaz Uribe

LABORATORIO DE ÓPTICA

TEORÍA Y PRÁCTICA



ICAT
Instituto de Ciencias
Aplicadas y Tecnología

535.078

Díaz Uribe, José Rufino, autor.

Laboratorio de óptica : teoría y práctica / José Rufino Díaz Uribe. -- 1a edición. --
Ciudad de México : Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de
Ciencias, 2018.

138 páginas : ilustraciones ; 28 cm

Bibliografía: página 136

ISBN 978-607-300-9911

1. Óptica -- Manuales de laboratorio. 2. Análisis espectroscópico -- Manuales
de laboratorio. 3. Óptica geométrica -- Manuales de laboratorio. 4. Óptica física
-- Manuales de laboratorio. I. Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad
de Ciencias, editor.

Biblioteca Nacional de México

No. de sistema [000708630]

Esta obra contó con el apoyo de los proyectos PAPIIME: PE104410 y
PE111916

LABORATORIO DE ÓPTICA. TEORÍA Y PRÁCTICA

1a. edición, 25 de septiembre de 2018.

© D.R. 2018. Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Circuito Exterior, Ciudad Universitaria
México 04510, Ciudad de México
editoriales@ciencias.unam.mx

ISBN: 978-607-30-0991-1

Diseño de portada: Eliete Martín del Campo Treviño
Formación interiores: Eliete Martín del Campo Treviño

Prohibida la reproducción parcial o total de esta obra por cualquier medio,
sin la autorización por escrito del titular de los derechos patrimoniales.

Impreso y hecho en México.

PREFACIO

El presente conjunto de prácticas de laboratorio de óptica es el resultado de mi experiencia durante 40 años de impartir el curso básico de óptica, Física Clásica III (Óptica) del plan de estudios anterior (plan '67) y desde el 2002 que se imparte el nuevo curso Laboratorio de Óptica, del plan de estudios actual (Plan 2002) de la carrera de Físico en la Facultad de Ciencias de la UNAM. He venido elaborando estas prácticas para el curso de Laboratorio de Óptica desde hace aproximadamente veinticuatro años. Cada semestre que imparto este curso, las he estado usando con los estudiantes como apoyo a la enseñanza de la parte experimental de la óptica, ello ha permitido detectar errores y ampliar su contenido. Estoy consciente que ningún producto de esta naturaleza puede considerarse terminado, pues siempre habrá nuevos desarrollos e ideas que puedan ser incorporados. Este material tiene la particularidad haber sido desarrollado específicamente para el curso de Laboratorio de Óptica de la Facultad de Ciencias, adecuado al equipamiento y condiciones propias del Laboratorio de Óptica del Departamento de Física de la misma Facultad, por lo que no tiene contraparte en ningún material escrito conocido. Aquí debo reconocer, sin embargo, que una buena parte del material ha sido desarrollado a partir del conjunto de prácticas que tradicionalmente se desarrollan en el mismo laboratorio, por lo que existen puntos comunes; sin embargo, también considero que contiene elementos novedosos que convierten al material en un apoyo adicional a los cursos correspondientes.

El camino ha sido largo, pues además, parte de lo que aquí se incluye lo experimenté siendo estudiante de la misma licenciatura. Adicionalmente debido a que mi campo de trabajo profesional como investigador de la misma universidad es la óptica, reconozco que dicha actividad ha enriquecido y ampliado mi visión en la enseñanza de la misma materia.

Cabe mencionar aquí un poco de la filosofía de las prácticas propuestas. Originalmente, cuando comencé a impartir el curso de laboratorio de óptica, yo estaba recién egresado de la misma carrera. Mi experiencia como estudiante era que no me gustaban las "recetas de cocina" que me daban mis profesores a través de los tan socorridos instructivos que existían en prácticamente todos los laboratorios de la carrera. Mi intención siempre fue y ha sido que los estudiantes deben preparar previamente la parte teórica de material a cubrir en cada sesión de laboratorio. Después de probar diferentes formas de motivar a mis alumnos para que hicieran tal labor, invariablemente terminaba yo explicando los detalles de cada actividad. Aun cuando al principio de cada sesión de laboratorio me tomaba algunos minutos para explicar a grandes rasgos los objetivos y la metodología de cada práctica, los estudiantes constantemente preguntaban hacia dónde iban en el mejor de los casos; en otros, simplemente se perdían y terminaban midiendo otras cosas u olvidaban anotar datos clave, por lo que tenían que empezar de nuevo en la siguiente sesión. En tales circunstancias, opté por elaborar unas hojas breves con las partes más relevantes de cada práctica; anotaba los objetivos y brevemente la metodología, con algunas notas de lo que no debían pasar por alto. Estas hojas ayudaban en parte a los estudiantes a no perder la noción de lo que se estaba haciendo, pero pronto sentí que no era suficiente; fui incluyendo más detalles de cada parte, la teoría, la metodología y los puntos de interés que debían ser observados durante

cada sesión. También agregué la bibliografía básica y, en algunos casos, algunas referencias más específicas con la esperanza de que los alumnos realmente prepararan con anticipación cada una de las prácticas. En fin, poco a poco cada una de esas hojas fue aumentando su contenido hasta convertirse en algo así como los instructivos que de estudiante no me gustaban. Cabe aquí mencionar que he tratado, en la medida que me ha sido posible, evitar el dar instrucciones precisas, únicas, “recetas”; en algunos casos sólo sugiero posibles formas de medir la cantidad física de interés, dejando al estudiante que seleccione el camino más conveniente o que con base en la literatura sugiera alternativas para obtener el mismo fin. Un ejemplo de ello es la práctica No. 2: Medición de índices de refracción. Se proponen al estudiante cuatro métodos diferentes de medir los índices de sustancias transparentes.

En 2004 propuse a la Comisión de Publicaciones del Departamento de Física de la Facultad de Ciencias de la UNAM, la publicación de la primera versión terminada del Manual. Después de los comentarios de los árbitros decidí hacer una revisión más a fondo del material propuesto. Tal vez el resultado más evidente, sea la modificación del formato. Para comenzar, la extensión es más del doble del anterior. El número y distribución de las prácticas es casi el mismo pero, aparte de las sustanciales revisiones y modificaciones realizadas a los instructivos de las prácticas, ahora la teoría se ha separado de los instructivos, porque muchas veces los conceptos no se relacionan con una sola actividad; también, se ha incorporado una gran extensión de conceptos básicos de teoría, cubriendo mejor los diferentes temas necesarios para comprender mejor la realización de las diferentes prácticas.

El manual se ha dividido en cinco capítulos. El primero es la Introducción al Laboratorio de Óptica. El segundo está dedicado a la Óptica Geométrica. Los capítulos III y IV abordan la Óptica Física; el III se refiere a la parte vectorial, mientras que el IV es la parte escalar. El capítulo V, se refiere al análisis y manejo de datos experimentales; al igual que el capítulo I, el V no incluye prácticas.

Las prácticas incluidas en esta versión del manual, excepto la primera, son esencialmente las mismas de la primera versión, aunque han sido revisadas, en mayor o menor medida. A sugerencia de un árbitro, se ha uniformizado el formato de las mismas; ahora todas contienen título, objetivos, actividades previas, procedimiento experimental (incluyendo una lista de material mínimo), guía para la discusión y bibliografía. La mayoría de ellas, cuentan con más actividades propuestas que las que normalmente un equipo de estudiantes puede realizar durante dos sesiones semanales de tres horas cada una, en un semestre de 16 semanas. En el curso que imparto en la Facultad de Ciencias, destino tres sesiones para cada práctica, excepto para la primera con una sola sesión y las prácticas 4 y 9 con dos sesiones cada una. Adicionalmente, queda tiempo disponible para que los alumnos desarrollen una práctica libre durante 4 o 5 sesiones al final del curso. También hay cuatro sesiones que dedico a complementar el curso: la primera de todas es la presentación e introducción al laboratorio de óptica; esto está relacionado con el contenido del capítulo I. Después de la primera práctica, la cual es principalmente de diagnóstico, pues me da una primera idea de cómo llegan preparados los alumnos, dedico un par de clases a recordar el manejo y análisis de datos experimentales

(gran parte de ello se incluye en el capítulo V); también aprovecho para hablar sobre la manera en que se debe presentar un informe científico; este material no se incluye en este manual, pero podría estar en una versión posterior. Finalmente, la tercera sesión dedicada a la práctica de polarización, la utilizo para que los estudiantes expongan y demuestren a sus compañeros del grupo, los experimentos que cada equipo realizó.

Algunos detalles de las partes nuevas de este manual son:

En el capítulo I se introduce al estudiante hacia lo que es la óptica y algunos datos esenciales para situar a la luz como tema de estudio. Luego se describe el material y equipos que utilizará para las diferentes prácticas, incluyendo el nombre y función para que vaya conociendo la nomenclatura y la relacione con los objetos físicos, por medio de fotografías. Posteriormente se señalan las normas de seguridad personal, incluyendo una descripción de las diferentes categorías o clases en las que se clasifican los láseres; también se mencionan las precauciones y reglas que se deben seguir para utilizar de forma responsable el equipo del laboratorio de óptica. Al final se sugieren algunos ejercicios teóricos y una bibliografía mínima que permitan al estudiante comenzar a familiarizarse con el tema.

El capítulo II incluye la teoría y las cuatro prácticas sobre Óptica Geométrica. En la teoría se incluye el concepto de rayo y las Leyes de la Óptica Geométrica; se describen algunos métodos sencillos para medir el índice de refracción de sustancias transparentes, principalmente sólidos y líquidos. Se introduce la Ecuación de Gauss para las lentes delgadas y espejos esféricos en su aproximación paraxial; se establece la convención de signos más usual en enseñanza básica y se expresa la amplificación transversal. Posteriormente se describen como sistemas ópticos básicos, el microscopio simple y el compuesto, además del telescopio; en todos los casos se anotan las expresiones para calcular la amplificación angular o poder de aumento, en términos de las distancias focales de las lentes usadas y para los microscopios, la distancia al punto cercano del ojo y la longitud de tubo. En este capítulo se propone la realización de cuatro prácticas de óptica geométrica. La primera de ellas es Leyes de la Óptica Geométrica. Esta es una práctica que eliminé hace muchos años, porque me parecía muy simple y trataba conceptos aparentemente muy bien conocidos por los estudiantes; quería aprovechar el poco tiempo disponible para temas más avanzados. Ahora, sin embargo, la reincorporé porque me permite usarla como una práctica de diagnóstico acerca de los conocimientos que los estudiantes tienen sobre el trabajo experimental. Esta práctica permite, en una sola sesión, coleccionar un conjunto de datos sobre los cuales trabajar su análisis; aquí detecto si los estudiantes tienen el cuidado de usar el número de cifras significativas correcto, si saben graficarlos adecuadamente, si pueden encontrar relaciones funcionales entre las variables, si determinan las incertidumbres y su propagación al realizar operaciones con ellas. Todo esto me da elementos para recordar a los estudiantes todos estos aspectos básicos de la actividad experimental, que ahora forma parte del plan del temario del curso de Laboratorio de Óptica.

En la teoría del capítulo III, se describe brevemente la teoría de la dispersión, con el fin de mostrar al estudiante de forma muy simple que el índice de refracción de un medio depende de la frecuencia de la luz que lo atraviesa. Se escriben las Ecuaciones de

Fresnel y se grafican la reflectancia y transmitancia en una interfase plana y se describen de forma muy somera algunos métodos para producir y analizar luz polarizada. Aquí se incluyen las prácticas 5 de Espectroscopía, 6 de Reflectancia y Transmitancia y 7 de Polarización.

En el capítulo IV se describen de forma breve los fenómenos de interferencia y difracción y se anotan las ecuaciones básicas, relacionadas con los interferómetros de Young, Michelson y Fabry-Perot y la difracción de Fraunhofer de una, dos y varias rendijas. La práctica 8 de Interferencia que se incluye ha sido revisada sustancialmente; se han dejado como actividades previas algunos cálculos simples que muestran el poder de este fenómeno para realizar mediciones de alta precisión. Se incluyen varias actividades que van desde la medición de la longitud de onda de un láser con un interferómetro de Young de doble rendija, hasta la medición de la diferencia de longitudes de onda de las dos líneas amarillas del doblete del espectro de emisión del sodio con un interferómetro de Michelson. Con este mismo instrumento, también se proponen medir el índice de refracción del aire y otros gases, el índice de refracción de una placa de caras paralelas usando el patrón de interferencia de la luz blanca, el espesor de una película delgada o el ángulo que se inclina una placa de caras paralelas. En la práctica 9 de difracción, se propone utilizar una cámara fotográfica digital para analizar los patrones de difracción producidos por aberturas simples: una y dos rendijas; entre 3 y 5 rendijas, abertura circular y arreglos bidimensionales de aberturas triangulares y cuadradas.

Finalmente, el capítulo V trata sobre algunos aspectos del análisis y manejo de datos experimentales. Se describe el uso adecuado de cifras significativas. Se describe la manera en que deben evaluarse las incertidumbres aleatorias, basada en una muestra de n datos; se explica la distribución normal de probabilidad. Se hace ver que existen otro tipo de incertidumbres que deben ser consideradas. Estas partes se basan fuertemente en la *Guía para Estimar la Incertidumbre de la Medición*, que escribieron Wolfgang A. Schmid y Ruben J. Lazos Martínez, del Centro Nacional de Metrología en abril de 2004. Luego se indica la forma de calcular la propagación de incertidumbres, cuando se trata de variables distribuidas uniformemente y cuando la distribución es normal. Con ellas se ejemplifica la manera en que pueden ser usadas para planear un experimento. Posteriormente se explican los aspectos básicos del análisis y tratamiento de imágenes digitales y cómo se realiza una interpolación lineal entre dos puntos de una gráfica. Se escriben las ecuaciones necesarias para el ajuste por mínimos cuadrados de una relación lineal, con la ventaja de que además, se escriben las ecuaciones para calcular las incertidumbres en la pendiente y la ordenada al origen y el coeficiente de correlación.

Este ha sido un gran esfuerzo, pero no puede considerarse acabado. Hay ideas e intenciones que por falta de tiempo no se concretaron. Seguramente más adelante habrá una revisión de este trabajo. Siempre con el fin de proporcionar un mejor material de apoyo a los estudiantes del Laboratorio de Óptica.

Durante 2009 platicaba mucho con mi esposa acerca de la enorme tarea de modificar sustancialmente el manual. Por sugerencia de ella solicité a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) de la UNAM un proyecto PAPIIME (Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y Mejoramiento de la Enseñanza); mi solicitud

fue aprobada en marzo del 2010 (PE104410 y PE111916). A partir de ese momento y hasta febrero del 2012 me involucré de forma intensiva, no sólo en la revisión y modificación del manual, sino en la actualización de las prácticas. Conté con la colaboración de dos Técnicos Académicos del Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET) de la UNAM: el Ing. Eduardo Bernal Vargas, quien apoyó el proyecto en el diseño y fabricación de componentes mecánicas, y el M. en I. Juan Ricardo Damián Zamacona, enfocado a los aspectos de diseño y fabricación de circuitos electrónicos, requeridos para el desarrollo de algunos de los instrumentos necesarios para probar las prácticas en mi laboratorio del CCADET (ahora ICAT). Cabe mencionar que se buscaba reproducir las condiciones del Laboratorio de Óptica del Departamento de Física de la Facultad de Ciencias o construir sistemas sencillos que pudieran ser reproducidos fácilmente para su uso por los estudiantes de la misma facultad. En este proyecto, también participaron los estudiantes de la carrera de Física de la Facultad de Ciencias: Josslyn Beltrán Madrigal, Guizela Huelsz Prince, Hugo Alberto Lara García y Fernando Gonzalo Rejón Barrera. Ellos me ayudaron a revisar la redacción original de las prácticas siguiendo las instrucciones y tratando de llegar a los resultados esperados. En algunos casos, ellos también propusieron alguna redacción alternativa, pero no siempre se incorporaron a la nueva versión. Adicionalmente, Ana Elizabeth Ruiz Romero, estudiante egresada de la ahora Facultad de Artes y Diseño (FAD) de la UNAM, me ayudó con la preparación del manuscrito. También participaron en el proyecto otros estudiantes pero, por su corta estancia de no más de dos meses, su contribución fue muy limitada y no contribuyeron de forma significativa a la versión actual. A todos ellos les expreso mi reconocimiento y gratitud por su participación en este proyecto.

Desafortunadamente, el manual no quedó listo para ser publicado, por lo que en el año de 2016 volví a solicitar apoyo del PAPIME (PE111916), casi exclusivamente para contar con fondos para la publicación. En el 2017 se presentó en su forma actual a la Comisión de Publicaciones del Departamento de Física de la Facultad de Ciencias, el proceso editorial requirió una revisión detallada de algunas de las figuras. Espero que pronto pueda verse el resultado en su forma impresa final.

Ciudad Universitaria, CDMX, a 16 de abril de 2018.

Rufino Díaz

CONTENIDO

CAPÍTULO I.

INTRODUCCIÓN AL LABORATORIO DE ÓPTICA

INTRODUCCIÓN GENERAL	14
Óptica	14
Espectro electromagnético	14
Divisiones de la óptica	14
EQUIPO Y MATERIAL DEL LABORATORIO DE ÓPTICA	15
Fuentes luminosas	16
Componentes ópticas	16
Componentes mecánicos	18
Detectores de luz	20
Dispositivos eléctricos y electrónicos	21
NORMAS DE SEGURIDAD PERSONAL	22
Riesgo de descarga eléctrica	22
Daño ocular	22
PRECAUCIONES DE USO DEL EQUIPO	24
Componentes ópticas: lentes, espejos, prismas	24
Componentes mecánicas: portales, rieles, carros, soportes, etc.	24
Dispositivos eléctricos: fuentes, medidores, etc.	24
ACTIVIDAD INICIAL	25
BIBLIOGRAFÍA	25

CAPÍTULO II.

ÓPTICA GEOMÉTRICA

CONCEPTOS BÁSICOS	27
Rayos de luz	27
LEYES DE LA ÓPTICA GEOMÉTRICA	27
Ley de Snell	28
Ley de la reflexión	28
Ley de la refracción	28
REFRACTOMETRÍA	29
Medición del índice de refracción por alturas aparentes	29
Por desplazamiento transversal al rotar una placa paralela	29
Método de Pfund	30
Método del ángulo de desviación mínima	31
LENTES DELGADAS	32
Introducción	32
Lentes	32
Ecuación de Gauss para las lentes delgadas	32
Amplificación transversal	33
Convenciones de signos	33

SISTEMAS ÓPTICOS	34
Introducción	34
Tamaño y amplificación angular	34
Microscopio simple o lupa	34
Microscopio compuesto	35
Telescopio	36
PRÁCTICA 1. LEYES DE LA ÓPTICA GEOMÉTRICA	38
PRÁCTICA 2. MEDICIÓN DE ÍNDICES DE REFRACCIÓN	41
PRÁCTICA 3. LENTES DELGADAS	45
PRÁCTICA 4. SISTEMAS ÓPTICOS (Microscopio y telescopio)	49

CAPÍTULO III.

ÓPTICA FÍSICA (TEORÍA VECTORIAL) 53

10

ECUACIONES DE MAXWELL Y ECUACIÓN DE ONDA	53
Ecuaciones de Maxwell	53
Ecuación de onda	54
Ondas electromagnéticas	54
TEORÍA ELEMENTAL DE LA DISPERSIÓN	55
ESPECTROSCOPÍA	59
Base de datos de líneas espectrales	60
ECUACIONES DE FRESNEL	62
POLARIZACIÓN	63
Polarizadores	64
Birrefringencia	64
Polarización por reflexión	65
Polarización por esparcimiento	65
Actividad óptica	66
Retardadores	67
PRÁCTICA 5. ESPECTROSCOPÍA DE PRISMA	69
PRÁCTICA 6. CURVAS DE INTENSIDAD (Ecuaciones de Fresnel)	75
PRÁCTICA 7. POLARIZACIÓN	80

CAPÍTULO IV.

ÓPTICA FÍSICA (TEORÍA ESCALAR) 93

INTERFERENCIA	93
Introducción	93
Interferencia de dos haces monocromáticos	93
Interferómetro de Young	94
Interferómetro de Michelson	95
Medición del índice de refracción de una placa de vidrio con interferómetro de Michelson	97
El Interferómetro de Fabry-Perot	98
DIFRACCIÓN	100
Difracción de Fraunhofer	100
Difracción de Fresnel y Fraunhofer	100
Difracción debida a una y varias rendijas	100

PRÁCTICA 8. INTERFERENCIA	102
PRÁCTICA 9. DIFRACCIÓN	115

CAPÍTULO V.

ANÁLISIS Y MANEJO DE DATOS EXPERIMENTALES 119

CIFRAS SIGNIFICATIVAS	119
Conceptos básicos	119
Redondeo	120
Operaciones con cifras significativas	121
EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRES	122
Distribución de probabilidad	122
Evaluación de incertidumbres aleatorias	124
Distribución Normal o Gaussiana	124
Evaluación de incertidumbres no aleatorias	125
PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRES	126
EJEMPLO DE LA PLANEACIÓN DE UN EXPERIMENTO	128
CAPTURA, ANÁLISIS Y TRATAMIENTO DE IMÁGENES DIGITALES	129
Consideraciones para capturar imágenes de fenómenos ópticos	129
Análisis de fotografías	130
MÉTODO DE INTERPOLACIÓN LINEAL	132
MÍNIMOS CUADRADOS	133
TAREAS	134

REFERENCIAS 136

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN AL LABORATORIO DE ÓPTICA

INTRODUCCIÓN GENERAL

ÓPTICA

Una manera directa de iniciar nuestro estudio de la óptica es por medio de alguna definición de ella, en palabras de Daniel Malacara: “La óptica es la ciencia que estudia los orígenes, la propagación y la detección de la luz” [Ref. 1]. La que nos remite al concepto de luz: es la radiación electromagnética (ondas) que se propaga en el vacío a una velocidad de

$$c = 299,792,458 \text{ m/s.} \quad (1.1)$$

Problema 1. Explica por qué en la ecuación (1.1) no se anota ninguna incertidumbre. Sugereencia, revisa la Ref. 2.

ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO

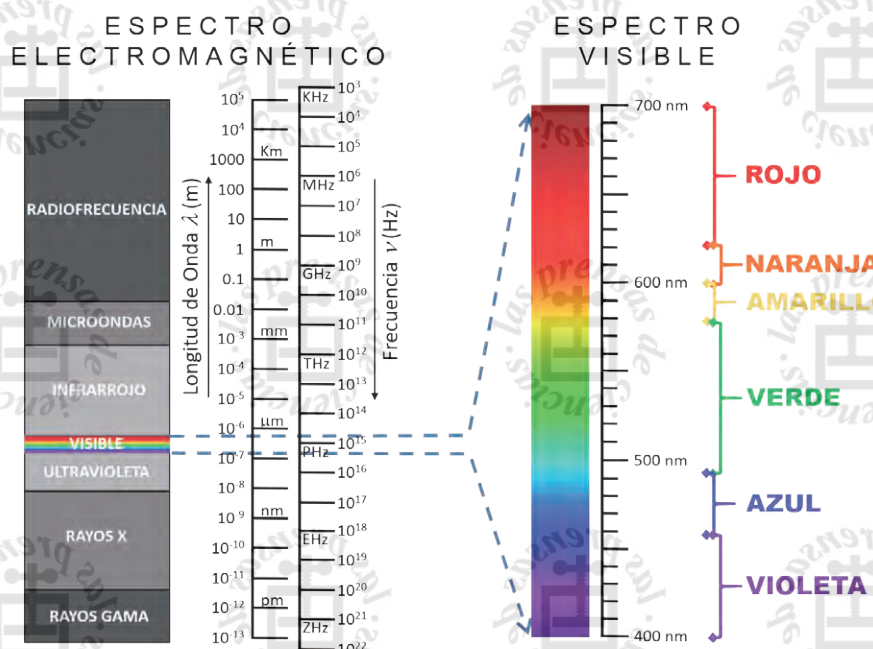


Fig. I.1 Espectro electromagnético. En la primera columna se muestran las bandas espectrales de acuerdo a su denominación más común. En la segunda y tercera columnas se muestran en escala logarítmica las longitudes de onda y las frecuencias correspondientes. A la derecha se muestra a detalle el espectro visible, las longitudes de onda asociadas y las bandas de color correspondientes. La banda coloreada es ilustrativa, no es un espectro real y los colores son sólo esquemáticos.

DIVISIONES DE LA ÓPTICA

La óptica se divide en tres grandes áreas, de acuerdo al nivel de descripción que se utiliza para explicar los diversos fenómenos.

En primera instancia, en su nivel más básico, se encuentra la óptica geométrica. Esta busca describir la manera en que se propaga la luz y se basa en asociar a las trayectorias que

sigue la luz una realidad física a las que llama rayos. Las leyes más básicas de propagación de los rayos son las llamadas leyes de la óptica geométrica (ver capítulo II, sección a.1); lo que describen dichas leyes es la forma en que cambian de dirección, respecto al rayo incidente, los rayos reflejado y transmitido que se generan cuando un rayo de luz incide en una interfase o superficie de separación entre dos medios isotrópicos y homogéneos con diferentes propiedades ópticas (índices de refracción; ver capítulo II, sección a.3). Esta teoría permite entender, describir y predecir la forma en que la luz puede ser manipulada por medio de lentes (ver capítulo II, sección a.3), espejos, prismas y sistemas ópticos complejos, para formar imágenes mejoradas de objetos para aplicaciones cotidianas, médicas, tecnológicas y científicas (ver capítulo II, sección a.4).

En un nivel de descripción más elaborado, se encuentra la óptica física, en donde se reconoce que la luz es un fenómeno electromagnético, ondulatorio, por lo que también se conoce con el nombre de óptica ondulatoria. En este caso, las leyes básicas son las ecuaciones de Maxwell (ver Ref. 3 ó capítulo III, sección a.5), de donde se puede obtener la ecuación de onda, que es la ecuación de partida para explicar los fenómenos correspondientes a esta área de la óptica. Uno de los principales problemas a entender aquí se refiere a los fenómenos asociados a la interacción de la luz con la materia; en su estudio, la naturaleza transversal o polarización de las ondas de luz resulta ser muy relevante. Por ejemplo, la respuesta a la pregunta: ¿qué proporción de la energía luminosa que incide en una interfase entre dos medios de diferente índice de refracción se transfiere a los haces luminosos reflejado y transmitido?, se conoce con el nombre de ecuaciones de Fresnel (ver capítulo III, sección a.6). Otros temas de interés, que hacen apasionante el estudio de la óptica, son el problema de propagación de la luz en medios anisotrópicos; en este caso, los medios son usualmente cristalinos, lo que da lugar a la óptica de cristales, que incluyen el fenómeno de birrefringencia natural. Pero también pueden inducirse anisotropías en medios que normalmente son amorfos dando lugar a una birrefringencia inducida, como en el fenómeno de fotoelasticidad, donde esfuerzos mecánicos aplicados a un material transparente dan lugar a cambios en la intensidad luminosa y/o coloración; cuando la birrefringencia se induce por medio de un campo magnético, se llama efecto Faraday. Otros fenómenos relacionados que serán estudiados de forma experimental en este curso son la actividad óptica, la polarización por espárcimiento, y el uso de polarizadores lineales y retardadores de fase. Todos estos fenómenos pertenecen a la parte vectorial de la óptica física

Cuando la naturaleza transversal de las ondas luminosas no es tan relevante, al menos en un primer acercamiento, nos situamos en los problemas de superposición de ondas, que cuando se trata de un número finito o al menos numerable de ondas, se conoce como el fenómeno de interferencia de la luz; cuando el conjunto de haces que se superponen forma un continuo, se llama difracción de la luz. El primero da lugar a una herramienta extremadamente poderosa para realizar mediciones de precisión; históricamente, en esta parte se encuentra el fenómeno de interferencia de Young, donde se superponen dos haces producidos por dos aberturas similares practicadas en una pantalla opaca. Este fenómeno dio la pauta en el siglo XIX, para reconocer el carácter ondulatorio de la luz cuando Agustín Jean Fresnel dio explicación al fenómeno de difracción. También se encuentra el interferómetro de Michelson usado en el experimento de Michelson-Morley, que demostró la inexistencia del éter y podría haber dado sustento experimental al desarrollo de la Teoría Especial de la Relatividad. Significativamente, este interferómetro fue usado por Albert Michelson, para medir el metro patrón, por lo que posteriormente se cambió la definición de esta unidad fundamental en términos de la longitud de onda de la línea naranja del Kr86. Con este instrumento los estudiantes podrán realizar mediciones de longitudes tan pequeñas como 5 Å.

Finalmente la teoría de la difracción nos explica cómo es posible que la luz pueda rodear obstáculos en condiciones muy específicas y que aparentemente siga trayectorias diferentes a las predichas por la óptica geométrica. Esta teoría sienta las bases del entendimiento de la formación de imágenes en términos más físicos que geométricos y predice límites a la capacidad de producir imágenes amplificadas de objetos por medio de instrumentos ópticos.

Para concluir esta descripción de las diversas áreas de la óptica, vale la pena mencionar que existe una semejanza formal entre la mecánica y la óptica; en cursos y textos avanzados, se demuestra que la óptica geométrica se puede obtener también a partir de las ecuaciones de Maxwell o de la ecuación de onda, en la aproximación en que la longitud de onda de la luz se puede considerar tan pequeña que los efectos ondulatorios son muy sutiles; las ecuaciones resultantes conocidas como la ecuación de rayo, por un lado, es formalmente equivalente a la ecuación de movimiento dada por la segunda ley de Newton. Por otro lado, la llamada ecuación Eikonal, guarda una analogía con la ecuación de Hamilton-Jacobi de la mecánica analítica. Pero la semejanza no termina aquí, la mecánica cuántica está regida por la ecuación de Schrodinger, que se interpreta como una ecuación para las ondas materiales, más o menos análoga a la Ecuación de onda clásica que se obtiene de las ecuaciones de Maxwell. La óptica geométrica y la óptica física, son a grandes rasgos, lo que se llama óptica clásica; sin embargo, a finales del siglo XIX surgieron algunos problemas físicos que no pudieron ser descritos en términos de la física conocida hasta entonces, por lo que se tuvo que inventar o descubrir una nueva física, la física cuántica. Algunos de esos fenómenos involucraban la interacción de la luz con la materia; por ejemplo el fenómeno de radiación de cuerpo negro y los procesos de absorción y emisión de luz por átomos en gases muy diluidos, lo que da lugar a la formación de espectros de absorción y emisión de líneas. Para dar cuenta de estos fenómenos tuvo que inventarse el concepto de cuanto luminoso o fotón, con toda su complejidad filosófica y conceptual que implicó. Cuando es necesario acudir a este modelo para describir los fenómenos luminosos, entramos al campo de la óptica cuántica.

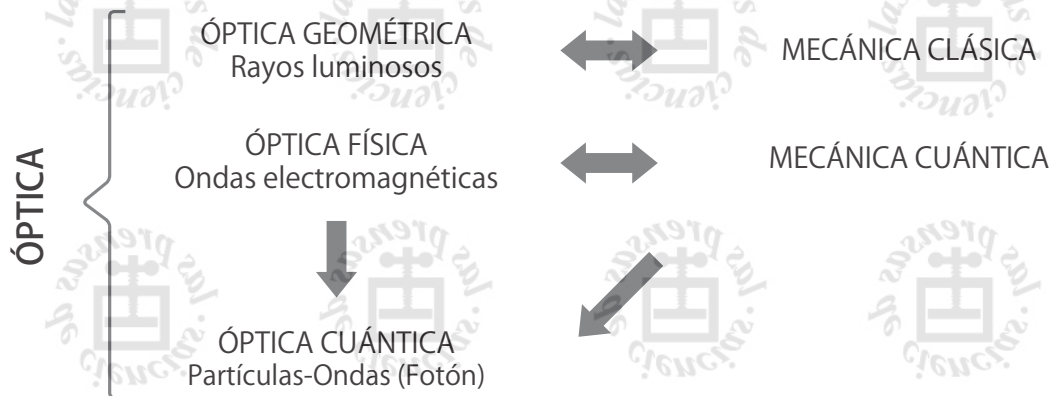


Fig. I.2 División usual de la óptica; la clasificación se basa en el modelo usado para describir la luz. Las flechas indican la correspondencia formal que existe con la mecánica.

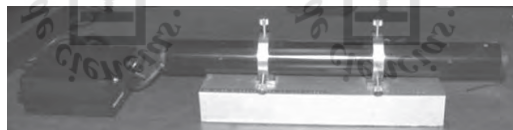
EQUIPO Y MATERIAL DEL LABORATORIO DE ÓPTICA

Para realizar diferentes experimentos existen diversos equipos y componentes; algunos son de uso cotidiano, otros son más o menos especializados. Con el fin de dar a conocer los más comunes, a continuación se enlistan y en algunos casos de incluyen fotografías.

FUENTES LUMINOSAS



Lámpara de luz blanca, colimada, con fuente de poder. Produce luz blanca, incoherente, de espectro continuo.



Láser de He-Ne, con fuente de poder; produce luz monocromática, coherente



Fuente de luz puntual, con fuente de poder; produce luz blanca, de espectro continuo; incoherente temporalmente, pero parcialmente coherente espacialmente.



Lámpara espectral de vapores de sodio (Na), mercurio (Hg), cadmio (Cd), hidrógeno (H), argón (Ar), neón (Ne), helio (He), con fuente de poder; produce luz de diferentes colores con un espectro de líneas característico de cada sustancia.



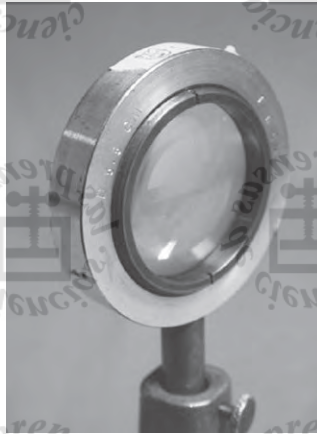
Diodo láser; produce luz monocromática, coherente.

COMPONENTES ÓPTICAS

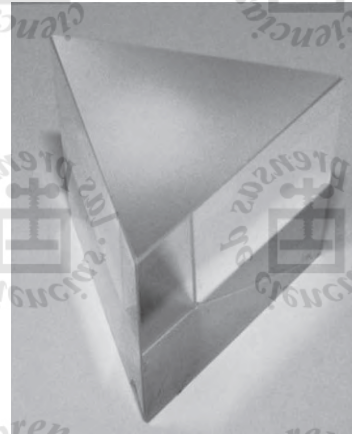


Objetivo de microscopio con portaobjetivo; en el laboratorio se encuentran objetivos con diferente poder de amplificación y por tanto, diferente distancia focal:

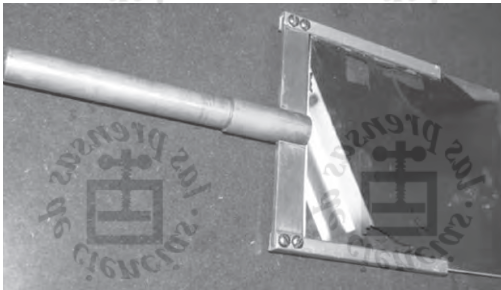
Amplificación (X)	Distancia focal (mm)
5	32
10	16
20	8
40	4
60	2.7
100	1.6



Lente simple con montura; una lente se caracteriza por su distancia focal y su diámetro.



Prisma dispersor equilátero



Espejo plano de primera superficie con montura



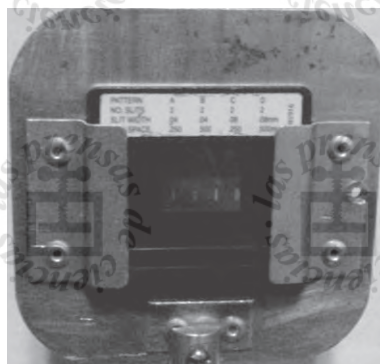
Semidisco de acrílico



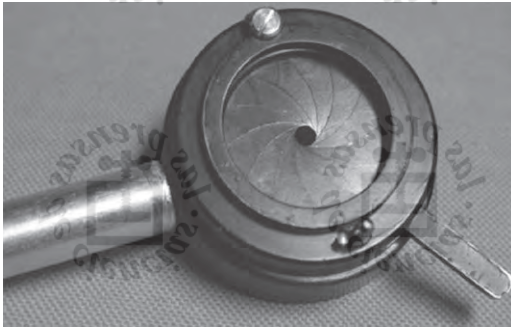
Retardador de $\lambda/4$, con montura graduada



Polarizador lineal con montura graduada



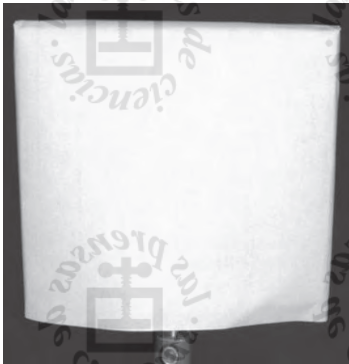
Transparencias con aberturas difractoras en porta transparencias: 1 rendija con 4 diferentes anchuras; 2 rendijas con diferentes anchuras y separaciones; 2,3,4 y 5, rendijas de la misma anchura y separación; aberturas circulares de dos diámetros diferentes, arreglo cuadrado de aberturas cuadradas y arreglo hexagonal de aberturas triangulares



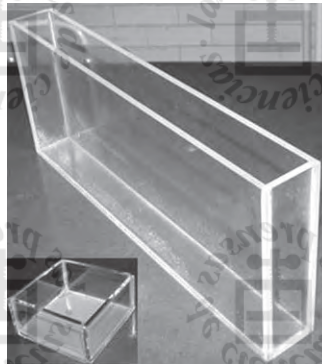
Diafragma de iris



Pantalla translúcida



Pantalla opaca

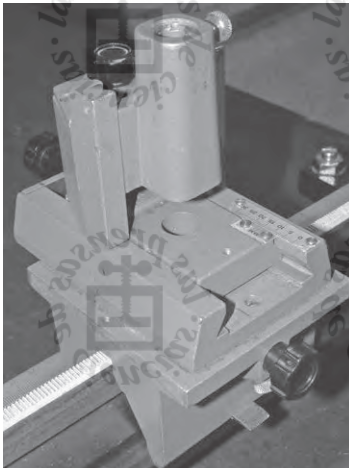


Recipientes transparentes
para líquidos o cubas

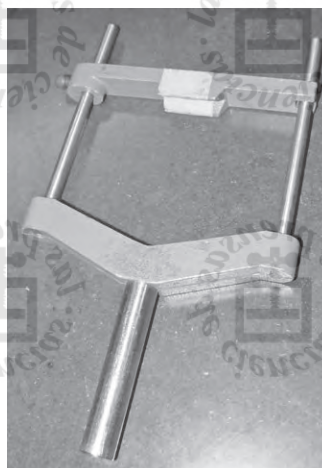


Cristal de calcita

COMPONENTES MECÁNICOS



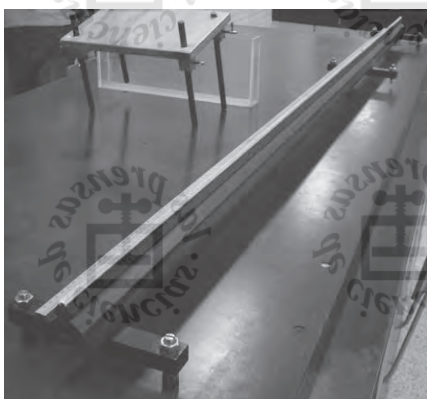
Carros: fijos, con
desplazamientos x, y, y/o z



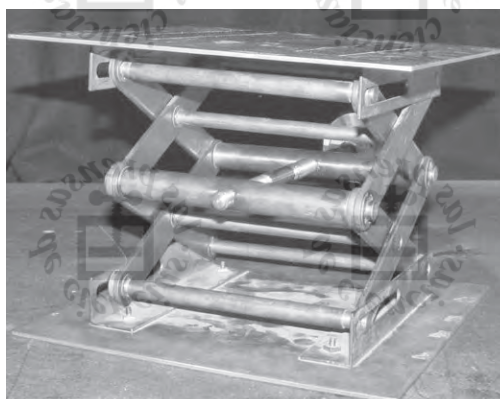
Portalentes de barra



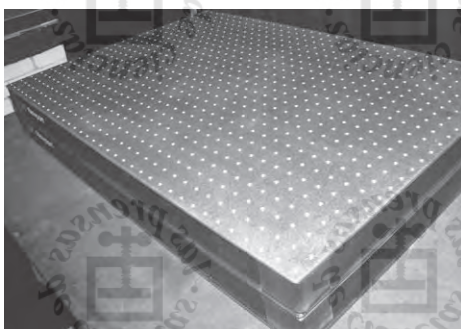
Porta objetivos de
microscopio



Banco o riel óptico



Mesa de altura variable



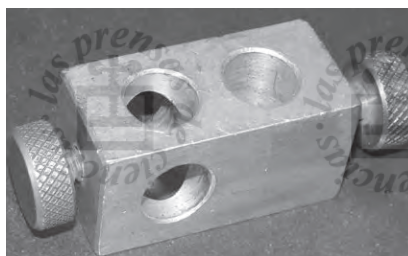
Mesa óptica



Mesa de madera con 4 patas



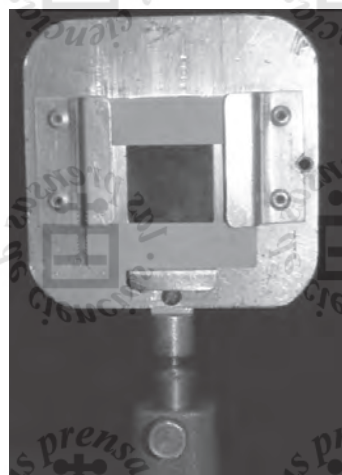
Varillas, vástagos, nueces, soportes



Nuez



Mesas de trabajo y bancos



Porta transparencias



Mesa giratoria graduada

DETECTORES DE LUZ



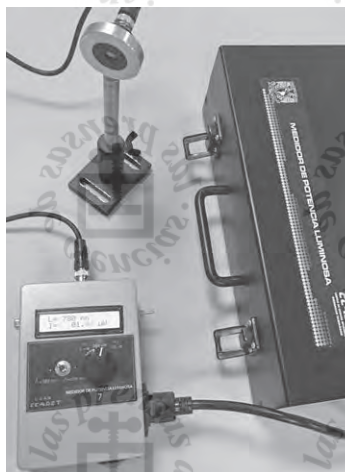
Ojo humano



Cámara fotográfica



Fotodetector de silicio



Medidor de potencia

DISPOSITIVOS ELÉCTRICOS Y ELECTRÓNICOS



Fuentes de poder

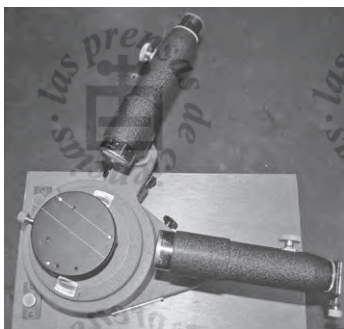


Multímetros

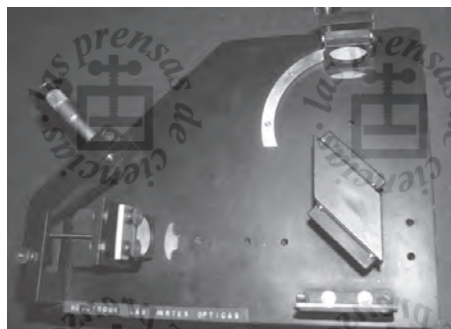


Osciloscopios

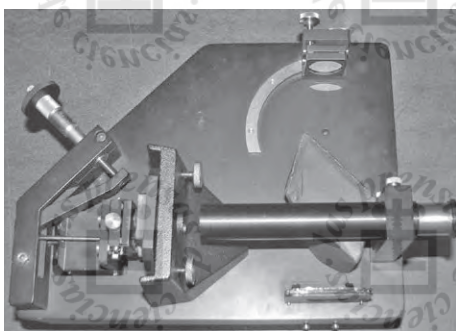
INSTRUMENTOS ÓPTICOS



Espectrómetro



Interferómetro de Michelson



Interferómetro de Fabry-Perot



Microscopio
viajero

NORMAS DE SEGURIDAD PERSONAL

RIESGO DE DESCARGA ELÉCTRICA.

Existen riesgos de descarga eléctrica o simplemente de “toques” por el mal manejo de los dispositivos eléctricos, especialmente con las fuentes de poder de alto voltaje para las lámparas de descarga.

Precauciones:

- Utilizar siempre los dispositivos eléctricos para el fin que han sido creados y bajo las formas comunes de uso.
- No conectar los instrumentos eléctricos a una fuente de voltaje diferente de la indicada.
- En caso de encontrar un aparato con cables eléctricos expuestos (sin aislante), debe apagarse y desconectarse de inmediato; dar aviso al profesor y/o al laboratorista.
- Evitar derramar líquidos sobre los instrumentos eléctricos. Cuando por accidente algún líquido entre en contacto con un aparato eléctrico, apagar de inmediato el instrumento y desconectarlo de la fuente de poder; dar aviso al profesor y/o al laboratorista. Secar con un paño o toalla el líquido derramado. No volver a conectar el instrumento hasta estar seguro que el agua o líquido ha sido completamente eliminado.
- Evitar tocar los conectores metálicos aún cuando se haya desconectado el instrumento de la fuente de poder. En algunos casos, el instrumento mantiene cierta carga en algún condensador que puede descargarse al tocarlo.

DAÑO OCULAR.

Riesgo de daño ocular por exposición a fuentes luminosas intensas o fuentes de radiación potencialmente dañina. Ejemplos del primer caso son la vista prolongada del Sol, sin protección adecuada; también existe riesgo con la luz intensa producida por arcos eléctricos en lámparas o durante procesos de soldadura; la soldadura autógena también produce luz muy intensa. La luz emitida por láseres, aún de baja potencia puede implicar riesgos de daño ocular [Ref. 6].

Recomendaciones:

- Haz caso a las señales de advertencia que manda tu organismo.
- Cierra los ojos de manera espontánea.
- Voltar de inmediato la cara en otra dirección.
- Asegurarse que la intensidad luminosa ha disminuido suficientemente, abriendo lentamente los párpados; estos sólo deben abrirse totalmente cuando la luz ha dejado de ser un riesgo.
- En caso necesario, la luz debe bloquearse con algún objeto opaco y es recomendable alejarse de inmediato de la fuente luminosa.
- Pasar por alto esas señales puede resultar en riesgo de daño ocular parcial permanente.
- Con láseres de alta potencia, el daño ocular es prácticamente inmediato
- Ejemplos de láseres de alta potencia:
 - Gaseosos: de argón, de nitrógeno, de bióxido de carbono (o CO₂), etc.
 - De estado sólido: de Neodimio-YAG, rubí, diodo de alta potencia, etc.
- Los lugares donde se usan dichos instrumentos deben estar debidamente señalizados.
- Los láseres de alta potencia también pueden afectar a la piel y objetos personales.
- Pueden producir quemaduras severas u otros trastornos, incluyendo cáncer.

- Las lámparas espectrales de mercurio producen luz ultravioleta (UV) dañina para la piel y ojos. Debe usarse un filtro que bloquee al UV.
- En los casos indicados, se puede quitar el filtro, pero debe orientarse la lámpara en la dirección que se usará y deberá bloquearse la luz que no entre al dispositivo con pantallas opacas.
- Para ver luz laser de He-Ne, directamente es necesario usar *goggles* o disminuir la potencia del haz a menos de 20 microWatts/cm² para poderlo ver durante ¼ de segundo (radio del haz: 1mm).

Tabla 1 Efectos de la luz láser sobre el organismo. [Ref. 4] UV - ultravioleta, IR - infrarrojo Adaptado de: <i>Laser safety</i> (http://en.wikipedia.org/wiki/Laser_safety)	
Longitud de onda (Banda espectral)	Efecto patológico
180–315 nm (UV-B, UV-C)	Fotoqueratitis (inflamación de la córnea, equivalente a quemadura por el sol)
315–400 nm (UV-A)	Catarata fotoquímica (opacidad del cristalino)
400–780 nm (visible)	Daño fotoquímico en la retina, quemadura retinal
780–1400 nm (IR cercano)	Catarata, quemadura retinal
1.4–3.0 μ m (IR)	Plumas acuosas (proteínas en el humor acuoso), catarata, quemadura retinal
3.0 μ m–1 mm	Quemadura retinal

Con el fin de identificar los posibles riesgos durante el uso de los láseres, el Instituto Láser de América (*Laser Institute of America*) definió desde hace algún tiempo la siguiente clasificación [Ref. 5]:

Clase I

Inherentemente seguro; no hay posibilidad de dañar al ojo. Esto se puede deber a que la potencia de salida sea suficientemente baja (en tal caso el daño al ojo es imposible aún después de horas de exposición), o debido a que el láser se encuentra dentro de una carcasa que evita que el usuario tenga acceso al haz láser durante su operación normal, tal como en los reproductores de CD's o en las impresoras láser

Clase II

El reflejo de parpadeo del ojo humano (respuesta de aversión) evitará el daño ocular a menos que la persona observe el haz directo de manera deliberada durante un periodo extenso. La potencia de salida puede ser de hasta 1 mW. Esta clase sólo incluye láseres que emiten luz visible. Algunos apuntadores láser caen en esta categoría.

Clase IIa

Región en el extremo de baja potencia de la clase II donde el láser requiere más de 1000 segundos de visión continua para producir quemaduras en la retina. Escáneres láser comerciales se encuentran en esta subclase.

Clase IIIa

Láseres en esta subclase son peligrosos principalmente en combinación con instrumentos ópticos que cambien el diámetro del haz o la densidad de potencia. La potencia de salida no excede los 5 mW. La densidad de potencia del haz no debe exceder los 2.5 mW/cm². Muchas miras láser de las armas de fuego y algunos apuntadores láser caen en esta categoría.

Clase IIIb

Los láseres de esta clase pueden causar daño si el haz entra directamente al ojo. Esto se aplica generalmente a láseres con potencias entre 5 y 500 mW. Los láseres de esta categoría pueden causar daño permanente con exposiciones de tan sólo 0.01 segundos o menos, dependiendo de la potencia del láser. Generalmente, la reflexión difusa de estos láseres no es riesgosa; las reflexiones especulares, sin embargo, pueden ser tan peligrosas como la exposición directa. Se recomienda el uso de gafas protectoras cuando pueda ocurrir la visión directa de haces láser de categoría IIIb. Láseres al extremo de altas potencias de esta clase, también pueden producir peligro de incendio y puede quemar ligeramente la piel.

Clase IV

Los láseres de esta clase tienen potencias en el haz de salida de más de 500 mW y pueden producir daño severo y permanente al ojo o a la piel, siendo amplificado el efecto por la óptica del ojo o por otros instrumentos. Las reflexiones difusas de estos haces láser pueden ser peligrosos a la piel o al ojo dentro de la Zona de Peligro Nominal (Nominal Hazard Zone). La mayoría de los láseres de entretenimiento, los industriales, científicos, militares y de uso médico se encuentran en esta categoría.

PRECAUCIONES DE USO DEL EQUIPO

COMPONENTES ÓPTICAS: LENTES, ESPEJOS, PRISMAS

Precauciones:

- Manipular las componentes por las monturas y soportes por los bordes y superficies esmeriladas u opacas.
- No tocar ninguna superficie reflectora o refractora con los dedos o alguna otra parte del cuerpo.
- No golpearlas.
- No tallarlas.
- No limpiarlas.
- En caso necesario indicar al profesor, ayudante o laboratorista el problema con alguna componente sucia.

COMPONENTES MECÁNICAS: PORTALENTES, RIELES, CARROS, SOPORTES, ETC.

Los mecanismos deben funcionar suavemente, a menos que esté muy dañado

Precauciones:

- No forzar ningún mecanismo.
- Si algo está atorado, avisar al profesor, al ayudante o al laboratorista.
- No golpear, rayar ni tallar ningún mecanismo.
- No usarlos como palanca, contrapeso o de laguna forma que pueda lastimarlo o destruir su función.

DISPOSITIVOS ELÉCTRICOS: FUENTES, MEDIDORES, ETC.

Sólo usarlos como es indicado, con las conexiones debidas y al voltaje especificado

Precauciones:

- Los conectores son a prueba de errores, no forzarlos si no embonan bien.
- Cuando se usa un medidor, siempre usar la escala más alta (menos sensible) e ir disminuyendo la escala de medición hasta obtener la lectura correcta.
- Evitar saturar el medidor.

- Los instrumentos de baterías, apagarlos mientras no estén en uso.
- No golpearlos.
- No abrir e intentar reparar.
- En caso necesario indicar al profesor, ayudante o almacenista el problema con algún instrumento que no funciona correctamente.
- Reportar cuando se observe el mal estado de una conexión o un cable sin aislamiento.

ACTIVIDAD INICIAL

Con el fin de introducir a los estudiantes al laboratorio de óptica, se sugiere hacer una presentación inicial de los materiales, instrumentos y equipos con los que se cuenta en el laboratorio. De esta forma se puede hablar de las normas de seguridad personal y de las precauciones de los estudiantes deben seguir durante el uso del equipo. En la sección 2 se ilustra con fotografías parte del equipo óptico, pero es importante demostrar cómo se utiliza. De manera natural, durante la demostración se observan fenómenos simples que atraen la atención del estudiante; esto hace menos tediosa la exposición y se puede aprovechar para mantener la atención del estudiante. Se recomienda mantener en un mínimo, las explicaciones sobre los fenómenos observados; el énfasis debe estar en cómo cuidar la integridad personal y de los equipos cuando se usa luz. Una parte relevante es el incluir una breve explicación de los posibles efectos de la luz láser cuando se dirige a los ojos; ello lleva a la clasificación de los láseres por la potencia de la luz emitida y por los riesgos de daño personal, principalmente ocular.

Con el fin de hacer evidente a los estudiantes el progreso que tendrán sobre su conocimiento de la óptica, se sugiere que respondan el siguiente cuestionario antes de iniciar la exposición. Al final del curso podrán comparar sus respuestas iniciales con su conocimiento final.

Preguntas para antes de la exposición:

1. Explica con tus propias palabras ¿qué es para ti la luz?
2. ¿Qué fenómenos conoces en los que la luz juegue un papel importante?
3. ¿Tienes idea del porqué de la aparición de alguno de esos fenómenos?
4. ¿Tienes idea si alguno de estos fenómenos son útiles para algún fin práctico?

Preguntas para después de la exposición:

1. Los fenómenos y experimentos presentados por el profesor, ¿los conocías con anterioridad?
2. ¿Hubo alguno, o algunos, que te parecieran particularmente interesantes? Explica por qué.
3. ¿Podrías explicar el porqué de algunos de estos fenómenos?
4. ¿La exposición presentada ha modificado de alguna manera tu concepción sobre lo que es la luz y la manera en que se manifiesta a través de estos experimentos?
5. Sugerencias para mejorar la presentación.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Malacara, D., 2004. *Óptica Básica*. 2ª. Ed. México: Fondo de Cultura Económica, pp.29
- [2] Giacomo, P., 1984. The new definition of the meter, *Am. J. Phys.*, 52, pp. 607-613.
- [3] Pourcell, E., 1973. *Electricidad y Magnetismo*. Berkeley Physics Course Vol. 2, Reverté Barcelona.
- [4] *Laser safety* (http://en.wikipedia.org/wiki/Laser_safety)
- [5] Marshall, W. y Sliney, D., 2007. *Laser Safety Guide*, 11a. ed. EUA: Laser Institute of America.
- [6] Sliney, D. y Freasier, B., 1973. Evaluation of Optical Radiation Hazards, *Appl Opt*, 12, pp. 1-24.

CAPÍTULO II. ÓPTICA GEOMÉTRICA

CONCEPTOS BÁSICOS

RAYOS DE LUZ

El concepto de rayo de luz es bien conocido en la vida diaria. Es un concepto intuitivo basado en la experiencia cotidiana; todos hemos percibido los rayos de luz que nos proporcionan claridad en el día, en el interior de nuestra casa, aula u oficina; también nos proporciona calor en los días fríos de invierno. Lo mismo percibimos de otras fuentes de luz, naturales o artificiales.

En escenas que involucren sombras podemos distinguir que los rayos de luz viajan en línea recta. El hecho de que las sombras sean geométricamente similares a los objetos que las producen, es una clara manifestación de la trayectoria rectilínea de los rayos luminosos. Este es también un concepto conocido basado en la experiencia diaria y la intuición.

27



Fig. II.1 La geometría de las sombras es clara muestra de la propagación rectilínea de los rayos luminosos

La definición precisa de los rayos luminosos es más complicada, pues si intentamos aislar un rayo de luz es prácticamente imposible. Por ahora baste decir que un rayo de luz es la trayectoria por donde se propaga la energía luminosa. Un ejemplo actual y muy cercano a lo que entendemos intuitivamente de lo que es un rayo de luz, lo proporciona el angosto haz de luz que proporciona casi cualquier fuente de luz láser. Para ser más precisos, tendremos que esperar a avanzar más en el conocimiento de la óptica.

LEYES DE LA ÓPTICA GEOMÉTRICA

Cuando un rayo de luz incide en la interfase o frontera entre dos medios transparentes aparecen dos nuevos rayos; el rayo reflejado, que es el que regresa al mismo medio (medio de incidencia) donde se encuentra el rayo incidente y el rayo transmitido que es el que se propaga en el segundo medio (medio de transmisión).

LEY DE DEL PLANO DE INCIDENCIA

Una primera conclusión empírica acerca de los rayos de incidente, reflejado y transmitido, es que los tres rayos se encuentran en un mismo plano, conocido como plano de incidencia. Lo que no es tan obvio, es que el plano de incidencia también contiene al vector normal a la interfase en el punto de incidencia (el punto donde el rayo incidente intersecta a la interfase). Este resultado conduce a la primera ley de la óptica geométrica conocida como ley del plano de incidencia:

Los rayos reflejado y transmitido se encuentran en el plano de incidencia, definido por el rayo incidente y la normal a la interfase en el punto de incidencia.

LEY DE LA REFLEXIÓN

Desde la antigüedad se sabe que el rayo reflejado se dirige en una dirección tal que el ángulo de incidencia -definido por el rayo incidente y la dirección normal a la interfase- es igual al ángulo de reflexión -el que hace la misma normal con el rayo reflejado-.

$$\theta_r = \theta_i \quad (2.1)$$

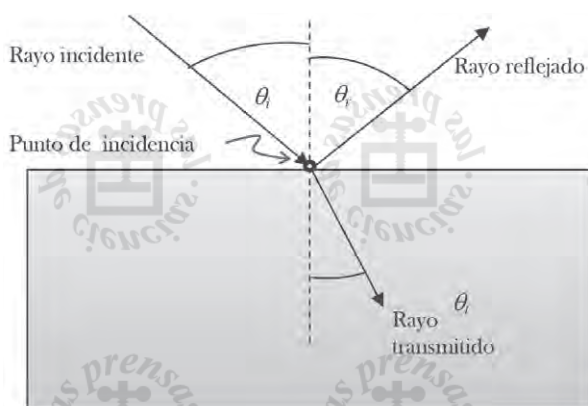


Fig. II.2 Definición de los ángulos de incidencia θ_i , reflexión θ_r , y transmisión θ_t

Esta es la **ley de la reflexión** (ver figura II.2).

LEY DE SNELL

La relación entre la dirección del rayo transmitido y el rayo incidente, sin embargo, fue más elusiva y hasta el siglo XVII se conoció correctamente. Esta es la famosa **ley de la refracción** o **ley de Snell** (o Snell-Descartes, según algunos autores). Esta ley dice que el cociente de los senos de los ángulos de incidencia y el de transmisión -definido de igual manera por la normal y el rayo transmitido- es igual a una constante.

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = n_{ti} \quad (2.2)$$

la constante n_{ti} se conoce con el nombre de **índice de refracción relativo** del medio de transmisión respecto al medio de incidencia y es una medida del grado de desviación que sufre un rayo al transmitirse a otro medio. Un estudio más minucioso del fenómeno de refracción o de propagación de la luz en diferentes medios nos conduciría al interesante resultado de que el índice de refracción es también igual al cociente de las velocidades de la luz en el medio de transmisión y el de incidencia. Además de lo anterior, podemos decir que el

índice de refracción da cuenta de una gran diversidad de fenómenos en los que la luz es el protagonista central. Debido a ello su conocimiento es de fundamental importancia para un adecuado conocimiento de la óptica, por un lado, además de que nos permite caracterizar materiales, por el otro.

REFRACTOMETRÍA

A continuación se describen algunos métodos sencillos para medir el índice de refracción, susceptibles de ser realizados en el laboratorio con equipo mínimo. Se sugiere desarrollar alguno de ellos, aunque buscando en la bibliografía pueden encontrarse otros igualmente simples y atractivos.

MEDICIÓN DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN POR ALTURAS APARENTES [Ref. 1]

Al observar un objeto sumergido dentro de un recipiente en donde se tenga un líquido transparente, la profundidad a la que se observa es distinta a la profundidad que se observa cuando no existe el líquido (ver figura II.3). Este fenómeno se puede explicar fácilmente utilizando la ley de Snell; además, la relación entre estas profundidades y el índice de refracción está dada por una relación que involucra a los ángulos de incidencia y transmisión; para ángulos de incidencia muy pequeños, se puede demostrar que

$$n = \frac{\text{Profundidad real}}{\text{Profundidad aparente}} = \frac{|L_3 - L_1|}{|L_2 - L_1|} \quad (2.3)$$

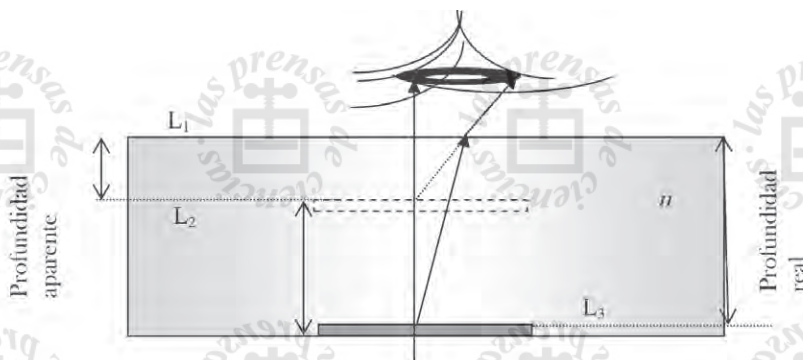


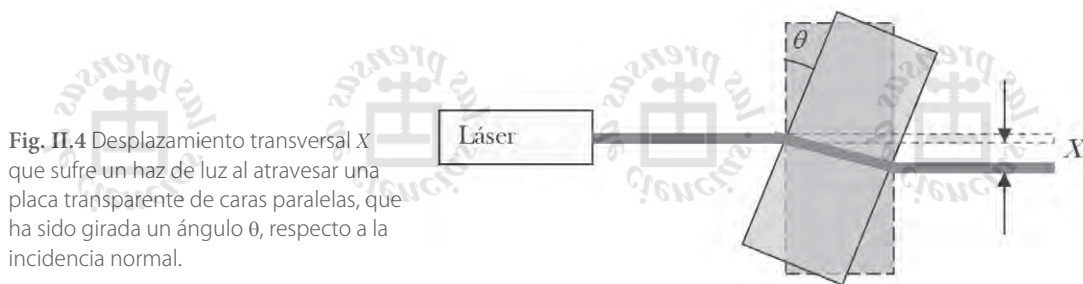
Fig. II.3 Cambio en la profundidad aparente de un objeto por efecto de la refracción de la luz.

POR DESPLAZAMIENTO TRANSVERSAL AL ROTAR UNA PLACA PARALELA

En este método se utiliza el hecho de que para cada rayo que incida sobre una placa plano paralela transparente, aquél emergerá paralelo a la dirección inicial, pero desplazado lateralmente de su dirección original (ver figura II.4). La magnitud del desplazamiento depende del ángulo de incidencia θ_i , del espesor D de la placa y de su índice de refracción, n_{ij} . Además, localizando al rayo reflejado por la primera superficie de la placa, se podrá determinar el ángulo de incidencia. Realizando un análisis geométrico del dispositivo se encuentra que:

$$n = \sqrt{\sin^2 \theta_i + \left(\frac{D \sin \theta_i \cos \theta_i}{D \sin \theta_i - X} \right)^2} \quad (2.4)$$

donde θ , D , y X se muestran en la figura II.4. Por lo tanto el índice se puede determinar montando el arreglo experimental mostrado en la misma figura y midiendo las cantidades indicadas.



MÉTODO DE PFUND [Ref. 2, 3]

Para este método se utiliza nuevamente una placa de caras paralelas y un láser. Montando el arreglo mostrado en la figura II.5. Se hace incidir el haz del láser en un punto de la cara inferior, pintada de color blanco. Por la rugosidad de la superficie, la luz es esparcida en todas direcciones, en particular hacia la cara opuesta, por la cual saldrán los rayos luminosos, excepto aquellos que inciden a ángulos mayores que el ángulo crítico; éstos, serán reflejados totalmente formándose así un círculo iluminado sobre la superficie blanca inferior (figura II.5).

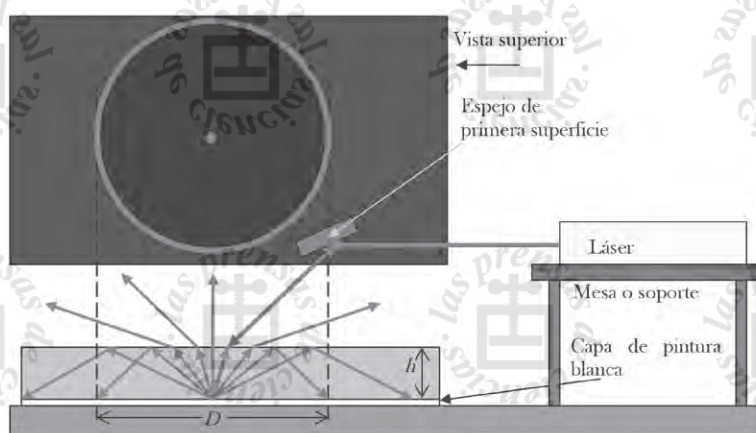


Fig. II.5 Formación del círculo de oscuridad en contraste con la luminosidad circundante por reflexión total interna.

El índice de refracción de la placa estará determinado por el ancho h de la misma y el diámetro D de la mancha oscura formada en la cara donde incide el láser, de la siguiente forma:

$$n_v = \frac{\sqrt{D^2 + 16h^2}}{D} \quad (2.5)$$

Si a este mismo arreglo se le adaptaran paredes para contener un líquido se podría encontrar su índice de refracción de la misma forma, puesto que el efecto de este líquido será el de aumentar el diámetro del disco formado y la relación entre este índice y los parámetros medidos será:

$$n_l = \frac{n_v D_l}{\sqrt{D_l^2 + 16h^2}} \quad (2.6)$$

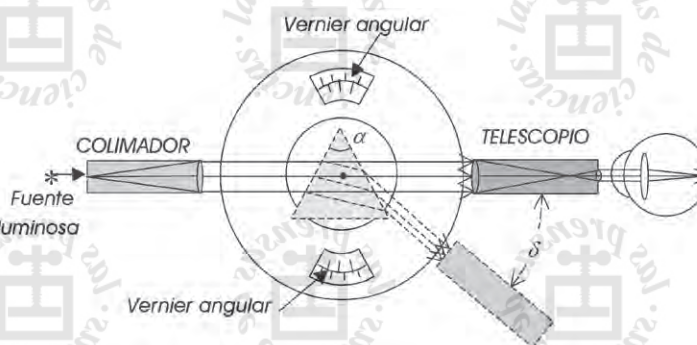
MÉTODO DEL ÁNGULO DE DESVIACIÓN MÍNIMA [Ref. 4,5,6]

Un espectrómetro permite medir de manera muy precisa el índice de refracción de prismas. Cuando un haz luminoso incide de manera que la desviación del rayo transmitido respecto del incidente es mínima, el índice de refracción está dado por la siguiente ecuación

$$n = \frac{\sin \left[\frac{(\delta_{\min} + \alpha)}{2} \right]}{\sin \left(\frac{\alpha}{2} \right)} \quad (2.7)$$

donde α es el ángulo de las caras del prisma y $\delta_{\min}$ es el valor del ángulo de desviación mínima (ver figura II.6).

Fig. II.6 Componentes básicas de un espectrómetro y definición de la desviación δ .



También es posible medir el ángulo α del prisma con el espectroscopio. Para ello se hace incidir el haz colimado sobre el vértice o ánguloápice, de manera que se produzcan dos haces reflejados; cada uno proviene de la reflexión del haz colimado en cada cara del prisma que forman el ángulo a medir. Cada uno de los haces reflejados se dirige en diferente dirección, de manera que midiendo el ángulo γ que hacen los dos haces reflejados, se puede conocer α por medio de la siguiente relación (ver Fig. II.7):

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} \quad (2.8)$$

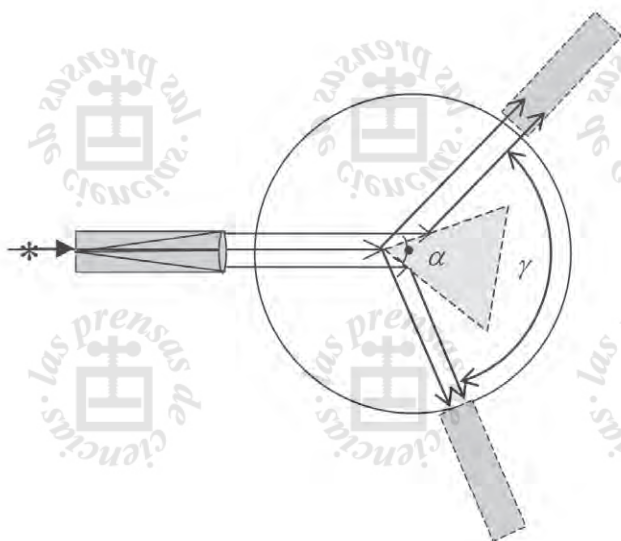


Fig. II.7 Arreglo experimental para medir el ángulo α del prisma.

LENTE DELGADAS

INTRODUCCIÓN

Las lentes son usadas actualmente para diversos usos comerciales, médicos, industriales y científicos. Su versatilidad puede verse en que sus aplicaciones varían desde usarla como componente único (ejemplo de ello es una lupa o unos anteojos) como en sistemas ópticos más complejos (telescopio o un microscopio), además de la posibilidad de modificar los parámetros al momento de la fabricación, tales como la distancia focal o su diámetro, entre otros. Tal vez el ejemplo más cotidiano de esto, lo constituyen las lentes oftálmicas para corregir diferentes defectos en el ojo o ametropías. Lentes negativas para la miopía, lentes positivas para hipermetropía y cilíndricas o toroidales para el astigmatismo.

LENTE

Una lente es un sistema óptico, compuesto de dos ó más superficies refractoras no paralelas (comúnmente esféricas), con la propiedad de que al observar un objeto a través de ella se forma una imagen de dicho objeto. Cuando el sistema sólo está formado por dos superficies refractoras se le da el nombre de lente simple y si la separación entre estas superficies es pequeña se dice que la lente es delgada. Si cuando se hace incidir un haz de rayos paralelos y, después de atravesar la lente, éstos convergen a un punto, a la lente se le llama convergente o positiva; si los rayos divergen se dice que la lente es divergente o negativa. Para cada posición del objeto se encuentra una posición y tamaño de la imagen diferentes.

Las imágenes que se pueden crear con las lentes delgadas (y en general, con cualquier sistema óptico) se clasifican como reales o virtuales. Una imagen real es aquella que puede ser proyectada sobre una pantalla de observación colocada a la distancia adecuada, según sea la distancia que guarde el objeto a la lente. Las imágenes virtuales por el contrario no pueden ser proyectadas en una pantalla; es decir, los rayos provenientes del objeto no convergen a ningún punto, más bien parecen divergir de un punto que, para ser localizado, requiere de un arreglo auxiliar.

ECUACIÓN DE GAUSS PARA LAS LENTES DELGADAS

La ubicación de la imagen está descrita matemáticamente por la ecuación de Gauss. Esta relaciona las distancias del objeto S_o y la imagen S_i (ver figura II.8) con un parámetro de la propia lente llamada distancia focal f .

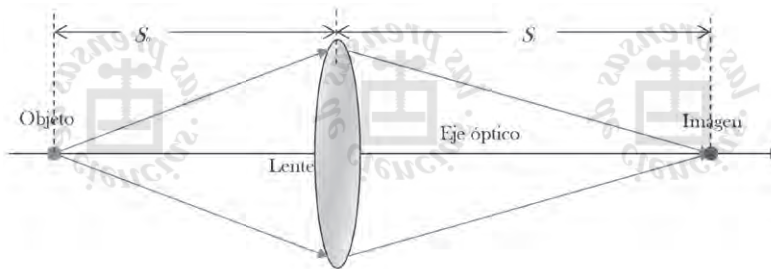


Fig. II.8 Definición de las distancias objeto e imagen

Ésta es definida con aquella distancia a la cual convergen rayos paralelos al eje definido por la lente. La relación es la siguiente.

$$\frac{1}{S_o} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f} \quad (2.9)$$

Una manera directa de entender el comportamiento de la distancia imagen como función de la distancia objeto, para una distancia focal positiva, lo proporciona la gráfica de la figura II.9

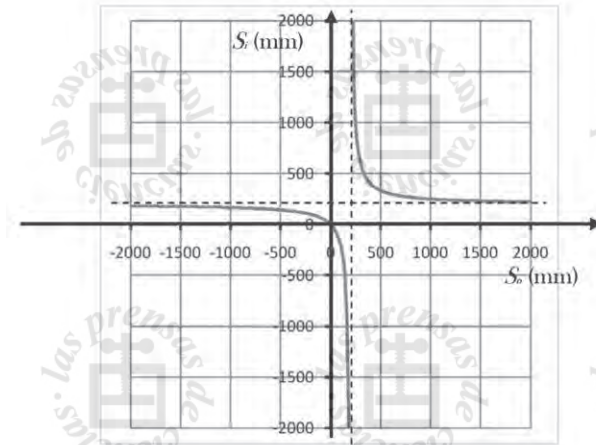


Fig. II.9 Gráfica que muestra la dependencia entre la distancia imagen S_i como función de la distancia objeto S_o , para una lente positiva de $f=200$ mm

AMPLIFICACIÓN TRANSVERSAL

En consecuencia, no es difícil demostrar que la amplificación transversal, definida como la razón existente entre las dimensiones transversales de la imagen y el objeto, resulta ser

$$M_t \equiv \frac{y_i}{y_o} = -\frac{S_i}{S_o} \quad (2.10)$$

En donde y_i es el tamaño transversal de la imagen y y_o es el tamaño transversal del objeto.

CONVENCIONES DE SIGNOS

Es importante reconocer que no todas las cantidades involucradas son números positivos, existe una convención de signos para estas cantidades tomando a los rayos provenientes de la izquierda, la convención se resume en la tabla 2.1.

Tabla 2.1 Convenciones de signos usadas en este manual				
Posición respecto a la lente	Distancia objeto S_o		Distancia imagen S_i	
	Signo	Tipo	Signo	Tipo
Antes	+	real	-	virtual
Después	-	virtual	+	real
Posición respecto del eje óptico	Tamaño del objeto y_o		Tamaño de la imagen y_i	
	Signo	Orientación	Signo	Orientación
Arriba	+	Erecto	+	Erecta
Abajo	-	Invertido	-	Invertida

De la ecuación 2.9 vemos que para distancia focal positiva ($f > 0$), si S_o es positiva y mayor que la distancia focal de la lente obtendremos una S_i positiva, por lo cual obtenemos una imagen real; pero si la distancia S_o es igual a la distancia focal, entonces S_i será infinita, por lo que no se podrá obtener una imagen directamente en una pantalla. Ahora bien, si tenemos distancias S_o menores que la distancia focal S_i será negativa y se formará una imagen virtual la cual no podremos proyectar sobre una pantalla. Por último, si S_o es una cantidad negativa,

(es decir, si tenemos un objeto virtual), la distancia imagen será positiva, es decir, obtendremos una imagen real. Este comportamiento se encuentra claramente descrito por la gráfica de la figura II.9. Experimentalmente es posible medir todas estas cantidades, algunas de ellas directamente y otras por medio de un arreglo óptico que facilite este trabajo. En la práctica 3 se sugiere un arreglo óptico para realizar un experimento en donde se estudien todos los casos posibles para una lente convergente.

SISTEMAS ÓPTICOS

INTRODUCCIÓN

Las lentes y espejos esféricos son elementos ópticos que ayudan a ampliar las capacidades de observación de las personas. Tal vez el ejemplo más cotidiano de esto, lo constituyen las lentes oftálmicas que ayudan a corregir diferentes defectos visuales o ametropías.

Existen, sin embargo, numerosas aplicaciones en el campo de la ciencia y la tecnología que son más complejas que lo mencionado arriba. Ejemplos claros de ello son el caso del microscopio y el telescopio. En el primer caso lo que se busca es formar una imagen ampliada de un objeto pequeño pero cercano o accesible para su manipulación. En el segundo caso, los objetos que requieren ser ampliados están muy lejanos y normalmente no se pueden manipular; se tiene que observar tal como se encuentran en la naturaleza. Con el fin de ayudar al estudiante a entender mejor la manera en que funcionan dichos instrumentos, se propone construir ambos sistemas con lentes simples. Primero se estudiará el caso del microscopio simple o lupa, luego el del microscopio compuesto y finalmente el del telescopio.

TAMAÑO Y AMPLIFICACIÓN ANGULAR

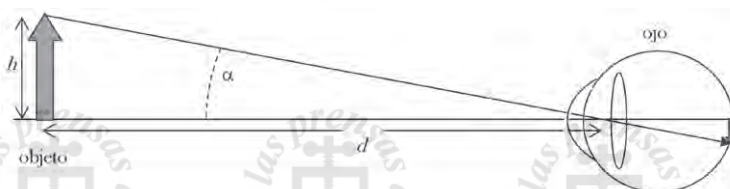
El tamaño angular α de un objeto (o imagen) se define como el ángulo que subtiende el objeto desde el ojo que observa (figura II.10). Para ángulos pequeños, se puede medir a partir de su altura h y la distancia d a la que se encuentra del ojo del observador, como sigue

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{h}{d} \quad (2.11)$$

Cuando se observa al través de un instrumento óptico, en general cambian tanto la posición como el tamaño de la imagen respecto de la posición y tamaño del objeto. El poder de ampliación (P.A.) o ampliación angular de un instrumento se define como el cociente del tamaño angular visto al través del instrumento α_i y el tamaño angular observado a simple vista en condiciones óptimas α_o (figura II.11)

$$P.A. = \frac{\alpha_i}{\alpha_o} \quad (2.12)$$

Fig. II.10 Definición de tamaño angular (α) de un objeto. h es su tamaño real y d es la distancia de observación



MICROSCOPIO SIMPLE O LUPA

La manera más simple de usar una lente positiva para aumentar una imagen y observarla cómodamente, es acercando el objeto a la lente, de manera que la distancia objeto sea menor a la distancia focal; la imagen será virtual, de mayor tamaño transversal que el objeto, y suficientemente alejado para una observación cómoda. Puede mostrarse [2] que el poder de amplificación está dado por

$$P.A. = \frac{d_o}{(-l' + d)} \left(-\frac{l'}{f} + 1 \right) \quad (2.13)$$

donde f es la distancia focal de la lupa, l' es la distancia imagen, d_o es la distancia mínima de observación con el ojo desnudo (distancia al punto cercano) y d es la distancia de la lente al ojo del observador (figura II.12). Cuando el objeto se localiza exactamente en el foco anterior de la lupa, $l' \rightarrow \infty$, y la ecuación (2.13) se transforma en

$$P.A. = \frac{d_o}{f} \quad (2.14)$$

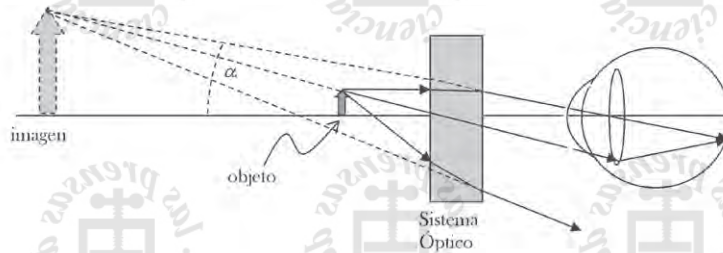


Fig. II.11 Cambio de tamaño angular producido por un sistema óptico.

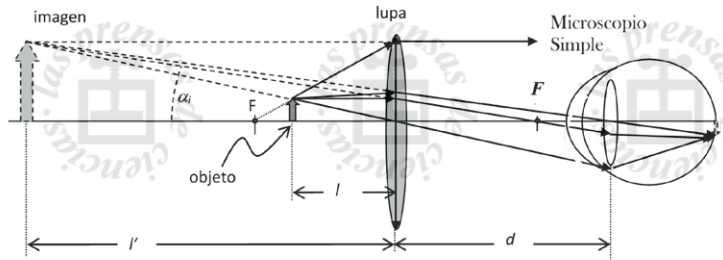


Fig. II.12 Cálculo del poder de amplificación de una lupa.

La ecuación (2.14) nos indica que para lograr mayor poder de amplificación, debemos usar lentes de distancia focal pequeña. En la práctica, sin embargo, resulta que las lentes simples con distancias focales pequeñas se alejan más del régimen paraxial, por lo que sólo es conveniente usar lupas de más de 50 o 60 mm de distancia focal. Tomando en cuenta que el valor estandarizado de d_o es 254 mm, un valor límite para lupas de lentes simples es de alrededor de 5X. Para aumentar el P.A. se requiere diseñar lentes compuestas de dos o tres elementos llamadas dobles o tripletes, aunque tampoco se pueden conseguir ampliificaciones muy grandes; en este caso se puede llegar a valores de 10 a 15 X y, de manera extrema, a valores de 20 a 25 X, pero con un costo más elevado.

MICROSCOPIO COMPUESTO

Otra opción para aumentar el P.A., es usar dos etapas de amplificación; al arreglo obtenido se le conoce como microscopio compuesto. Primero se utiliza una lente positiva para formar

una imagen real y ampliada del objeto; éste se coloca muy cerca del foco anterior, pero más alejado de la lente. La imagen real intermedia, ya ampliada, se utiliza como objeto para una segunda lente utilizada como lupa (ver figura II.13). A la primera lente se le conoce como lente objetivo, mientras que a la segunda se le llama lente ocular. No es difícil demostrar [2] que en este caso el P.A. del sistema está dado por

$$P.A. = -\frac{L}{f_{ob}} \frac{d_o}{f_{oc}} \quad (2.15)$$

donde L es la distancia entre el foco posterior del objetivo y el foco anterior del ocular y se conoce con el nombre de *Longitud de Tubo*; como antes, d_o , es la distancia al punto cercano del ojo y f_{ob} y f_{oc} son, respectivamente, las distancias focales del objetivo y del ocular.

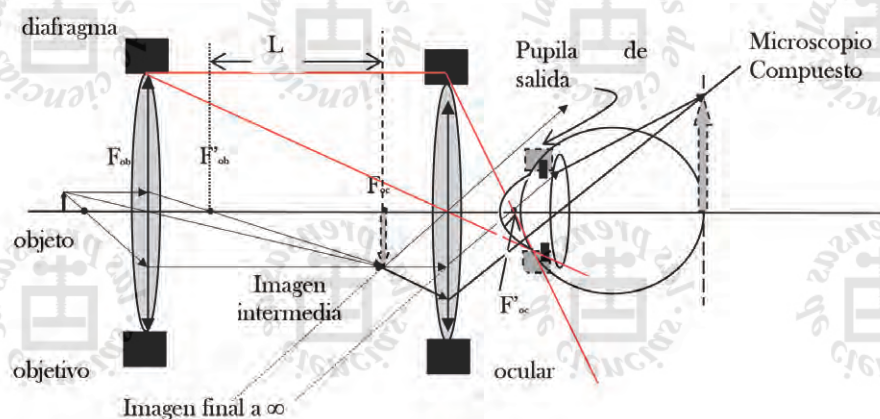


Fig. II.13 Poder de ampliación de un microscopio compuesto.

TELESCOPIO

Cuando los objetos están lejanos, su tamaño angular es pequeño. Estos objetos no pueden ser acercados y deben observarse así. Una lente positiva formará de este tipo de objetos una imagen muy cerca del foco posterior, real, invertida y reducida, pero accesible para ser observada directamente, registrada con un elemento fotosensible como una película fotográfica o un sensor electrónico de imagen del tipo CCD o CMOS. Dicha imagen también puede ser usada como objeto para otra lente usada como lupa u ocular. De acuerdo con la secc. de Microscopio Simple o Lupa, la lente ocular debe colocarse de manera que la imagen intermedia esté muy cerca de su foco anterior, acercándose ligeramente hacia la lente. Estrictamente, cuando el objeto a observar está en infinito, la imagen intermedia se localiza en el foco posterior del objetivo; para un observador emétrope (sin defectos visuales), esta imagen se debe localizar en el foco anterior del ocular y la imagen final se localiza en infinito pero ampliada (ver figura II.14). Por tanto, la separación (de las lentes debe ser igual a la suma de las distancias focales y el poder de ampliación total resulta ser [2]

$$P.A. = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}} \quad (2.16)$$

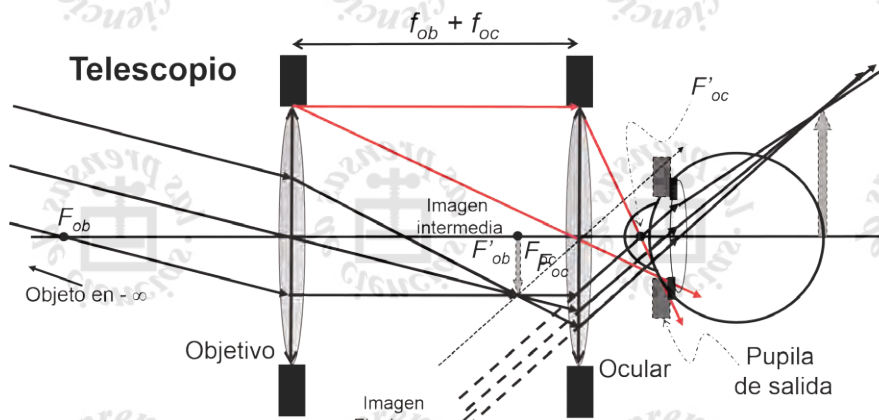


Fig. II.14. Poder de amplificación en un telescopio

En la figura II.15 se muestra el esquema de un telescopio reflector tipo Newtoniano, constituido por un espejo esférico o parabólico cóncavo que es el objetivo o espejo primario. Entre éste y la lente ocular, se coloca un espejo plano, cuya única función es sacar fuera del eje del espejo primario los rayos reflejados y, por tanto, la imagen intermedia. De esta forma, se puede colocar la lente ocular para permitir una observación sin bloquear más rayos que los que bloquea el espejo diagonal. Newton inventó este tipo de telescopio para evitar la aberración cromática que se producía en las antiguas lentes, sin corrección cromática.

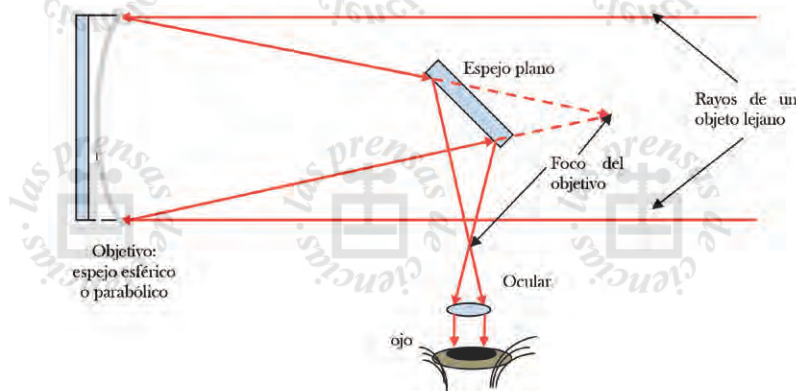


Fig. II.15. Esquema de un telescopio reflector tipo Newtoniano.

REFERENCIAS

- [1] Harvey Palmer, C., 1969. Optics, Experiments and Demonstrations, 4ª. impr. EUA: The John Hopkins Press, pp. 6-8.
- [2] Wood, R., 1988. Physical Optics, 3a. ed. EUA: Optical Society of America, pp. 70-72.
- [3] [Ref. 1.] Experimento A.3, pp. 9-12.
- [4] Hecht, E., 2017. Optics. 5a. Ed., Malasia: Pearson, .
- [5] Malacara, D., 2004. Óptica Básica. 2ª. Ed. México: Fondo de Cultura Económica,
- [6] Johnson, B. K., 1960. Optics and Optical Instruments. EUA: Dover, pp. 165-170.

PRÁCTICA 1. LEYES DE LA ÓPTICA GEOMÉTRICA

OBJETIVOS

- Comprobar que un conjunto de ángulos de incidencia, reflexión y refracción, medidos experimentalmente mantienen una relación acorde con las leyes de la reflexión y refracción.
- Ejercitar algunos conceptos básicos de la teoría y métodos de la experimentación tales como incertidumbres, cifras significativas, análisis gráfico y cambios de variable para encontrar relaciones entre variables experimentales.

ACTIVIDADES PREVIAS

38

- Lee la sección 1.1 de la parte de teoría y complementa la información con otros textos [Ref. 1, 2]. Describe con tus propias palabras los siguientes conceptos:

1. Interfase entre dos medios
2. Medio de incidencia
3. Medio de transmisión
4. Índice de refracción
5. Haz incidente
6. Haz reflejado
7. Haz transmitido o refractado
8. Punto de incidencia
9. Normal
10. Ángulo de incidencia
11. Ángulo de refracción o transmisión
12. Ángulo de reflexión
13. Plano de incidencia
14. Incidencia externa
15. Incidencia interna
16. Enuncia la ley del plano de incidencia
17. Enuncia la ley de la reflexión
18. Enuncia la ley de la refracción o de Snell

- Con el arreglo y procedimiento experimentales vas a medir un conjunto de ángulos de incidencia, reflexión y refracción; sugiere un procedimiento para demostrar que los datos obtenidos son acordes con las leyes de la óptica geométrica.

Sugerencia: Comienza a escribir un enunciado como sigue:

“Si los ángulos de reflexión y refracción se relacionan con los ángulos de incidencia de la manera descrita por las leyes de la reflexión y de la refracción, entonces (escribe una o varias consecuencias que puedan ser comprobables de manera cualitativa o cuantitativa)”

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Lista de material mínimo		
Lámpara de luz colimada o láser	Mesa giratoria con escala angular en grados	Pantalla opaca
Semidisco de acrílico		Lámpara auxiliar

Construcción del arreglo experimental. Construye el arreglo experimental mostrado en la figura II.15. Ten cuidado de alinear el haz incidente de manera que pase por el centro del instrumento para medir ángulos. Coloca el semidisco de acrílico de forma que el centro de la superficie cilíndrica coincida también con el centro del mismo instrumento. También debes tener cuidado de que tanto el haz incidente como el semidisco estén nivelados con respecto a la horizontal.

Observación cualitativa. Gira poco a poco el semidisco hasta darle una vuelta completa. Observa y anota el comportamiento (dirección, intensidad, etc.) de los haces reflejado y transmitido al ir variando el ángulo de incidencia del haz del láser.

Medición de ángulos en incidencia externa. Coloca el semidisco de forma que el láser incida sobre su cara rectangular plana (interfase aire-acrílico). Mide los ángulos de reflexión (θ_r) y transmisión (θ_t) para diferentes valores del ángulo de incidencia (θ_i) comprendidos entre 0° y 90° . Anota sólo las cifras que sean significativas e incluye la incertidumbre instrumental asociada a la medición de cada dato.

Medición de ángulos en incidencia interna. Coloca el semidisco de forma que el láser incida primero sobre su cara curva y después sobre su cara plana (interfase acrílico-aire). Realiza las mismas mediciones que en el paso anterior para θ_r , θ_t y θ_i .

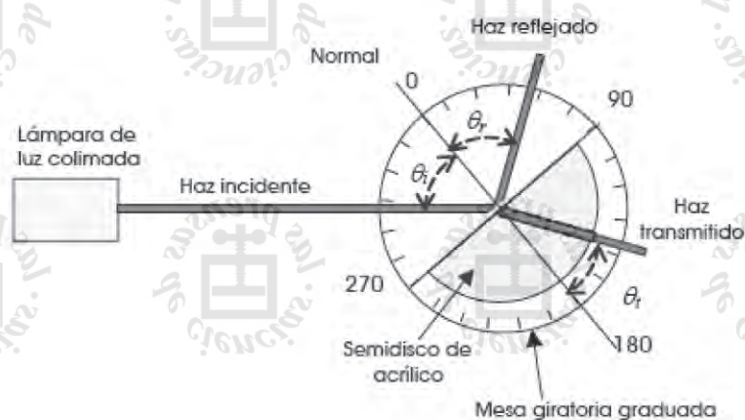


Fig. II.15. Arreglo experimental esquemático para medir ángulos de incidencia, reflexión y refracción.

GUÍA PARA LA DISCUSIÓN

Construcción del arreglo experimental.

1. ¿Por qué es importante que tanto el semidisco como el láser incidente estén alineados con el centro del instrumento?
2. ¿Qué sucedería si el haz incidente y el semidisco no estuvieran nivelados?

Observación cualitativa.

1. Describe de manera cualitativa las observaciones que hiciste con respecto a la intensidad y/o dirección de los haces transmitido y reflejado al variar el ángulo de incidencia.
2. Respecto al punto i), ¿qué diferencias y/o similitudes observas en incidencia externa e incidencia interna?
3. En incidencia interna, ¿cómo varía la intensidad del haz transmitido al aumentar el ángulo de incidencia de 0° a 90° ?

Medición de ángulos en incidencia externa e interna.

1. ¿Cuál es la incertidumbre asociada a tus mediciones?
2. ¿La incertidumbre puede tomarse sólo como la mitad de la mínima escala o habrá que hacer otras consideraciones?
3. Haz una gráfica de cada variable dependiente vs la variable independiente.

4. De las gráficas anteriores, ¿puedes deducir cuál es la relación entre las variables?
5. En los casos en que la respuesta a la pregunta 4) sea afirmativa, expresa cuál es la relación que encuentre.
6. En caso contrario, ¿es necesario o conveniente realizar otra(s) gráfica(s)?
7. ¿Conoces algún procedimiento que pueda ayudar a encontrar la relación?
8. Obtén las relaciones faltantes.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Malacara, D., 2004. *Óptica Básica*. 2ª. Ed. México: Fondo de Cultura Económica, pp. 32-36.
- [2] Hecht, E., 2017. *Optics*. 5a. Ed., Malasia: Pearson, pp.104-116

PRÁCTICA 2. MEDICIÓN DE ÍNDICES DE REFRACCIÓN

OBJETIVOS

- Instrumentar en el laboratorio un método de medición de índices de refracción de diferentes tipos de sustancias transparentes, tales como vidrio, acrílico, agua, glicerina, etc.
- Medir el índice de refracción de diferentes sustancias transparentes indicando correctamente el error asociado.
- Hacer un análisis de cómo influyen los diferentes aspectos de la medición en el error del valor medido y proponer mejoras al dispositivo experimental o al método de medición.

ACTIVIDADES PREVIAS

- Lee la sección de teoría **Refractometría** de este capítulo II.
- Elige uno de los métodos de medición de índices de refracción mostrados en dicha sección y deduce las expresiones para calcular el índice en función de las variables que se miden.
- Para el método seleccionado realiza un análisis de error semejante al mostrado en la sección **Ejemplo de la planeación de un experimento**, del capítulo V (pág.128); encuentra el error propagado de acuerdo a la ecuación (5.13) de la sección **Propagación de incertidumbres**, del mismo capítulo 5. A partir de este análisis, determina el tipo de instrumentos o métodos de medición que más conviene usar para aumentar la precisión de las medidas y estima el orden de magnitud del error que se espera encontrar para el índice de refracción.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Realiza el procedimiento correspondiente al método que elegiste. Toma en cuenta que no es recomendable basarse en una única medición para poder asegurar que el valor obtenido es confiable.

A. MÉTODO DE ALTURAS APARENTES

Lista de material mínimo		
Microscopio viajero	Placas de caras paralelas de acrílico y vidrio	Vaso de precipitados de 100 ml
Agua		

Procedimiento experimental [Ref. 1]

1. Coloca un bloque del material transparente del cual se pretende medir el índice de refracción sobre una hoja de papel en la que se haya dibujado una marca (un punto o una letra). Sobre el bloque coloca un microscopio viajero que tenga en su recorrido vertical una escala en la que se puedan leer diferentes posiciones del mismo.
2. Una vez montado el dispositivo, enfoca el microscopio sobre la cara superior del bloque y toma la lectura de la posición (L_1) del microscopio.
3. Enfoca el microscopio ahora sobre la marca en el papel vista a través del bloque y toma la lectura (L_2) de la posición.
4. Remueve el bloque y enfoca el microscopio directamente sobre la marca en el papel. Toma la lectura (L_3) de la posición.
5. Repite alrededor de cinco veces este procedimiento.
6. Posteriormente, realiza las mismas mediciones para bloques de otros materiales. Para

medir el índice de refracción de líquidos, puedes colocarlos en una pequeña cuba y seguir el mismo procedimiento.

Es importante considerar que se requiere que el microscopio tenga un objetivo de distancia focal corta. Esto asegura que un pequeño movimiento será suficiente para desenfocar la imagen. Por otro lado, la distancia focal tampoco deberá ser tan corta que no permita enfocar la marca a través del bloque. Un objetivo de entre 20X y 50X será adecuado.

Guía para la discusión

1. Utiliza la ecuación (2.3) para determinar el índice de refracción de cada material medido.
2. Además del error instrumental, ¿puede asociarse un error a las mediciones debida al enfoque del microscopio?, sugerir procedimiento.
3. Determina el valor medio y la desviación estándar de las mediciones realizadas para cada material. ¿Cuál será entonces la incertidumbre de la medición?

42

B. MÉTODO DE DESPLAZAMIENTO TRANSVERSAL DE UN HAZ AL ROTAR UNA PLACA PLANO PARALELA

Lista de material mínimo		
Placa de vidrio de caras paralelas	Platina de desplazamiento lineal de precisión	Soporte para el láser
Goniómetro de precisión		Portaentes
Fotómetro	Láser de He-Ne	Alambre
Vernier		

Procedimiento experimental

1. Coloca la placa plano paralela sobre una mesa giratoria graduada con una escala angular.
2. Alinea el dispositivo de manera que el láser incida de forma perpendicular a la placa, esto puedes hacerlo asegurándote de que el haz reflejado regrese a la apertura del láser. Una vez alineado, el valor medido en la escala angular se tomará como punto de referencia para medir los ángulos de incidencia.
3. Sin mover la placa, determina la posición en la cual se proyecta el rayo transmitido. Para esto, coloca el fotómetro de forma que el haz transmitido incida sobre el área sensible del medidor. Utiliza un alambre colocado verticalmente sobre una platina de desplazamiento para tapar parcialmente el rayo transmitido y determinar la posición en la que el fotómetro mide un mínimo de intensidad. Esta posición servirá como punto de referencia para medir los desplazamientos (X).
4. Gira la placa a un cierto ángulo de incidencia (θ_i), y haciendo lo mismo que en el paso anterior, determina la posición del alambre en la que el fotómetro mide un mínimo de intensidad. Si es necesario, puedes recorrer el fotómetro de forma que el haz transmitido incida sobre éste.

Guía para la discusión

1. De acuerdo a la ecuación (2.4), determina el índice de refracción de la placa. Utiliza el desplazamiento correspondiente a cada ángulo de incidencia.
2. Determina el valor medio y la desviación estándar de las mediciones realizadas. ¿Cuál será entonces la incertidumbre de la medición?
3. ¿Por qué es importante que el láser sea alineado para que incida de forma perpendicular a la placa?

- ¿Qué sucedería si las caras de la placa no son perfectamente paralelas? ¿Hay algún error en tu medición que pueda estar asociado a esto?

C. MÉTODO DE PFUND

Lista de material mínimo		
Placa de vidrio de caras paralelas	Espejo de primera superficie	Vernier
Láser de He-Ne	Soporte para espejo	

Procedimiento experimental [Ref. 2,3]

- Mide el ancho (h) de la placa de caras plano paralelas que sirve como base del recipiente a utilizar.
- Haz incidir el láser sobre el centro de la placa y determina el diámetro (D) de la mancha circular oscura que se forma sobre la cara pintada de color blanco.
- Para calcular el índice de refracción de un líquido, vierte éste en el recipiente sin apagar el láser. Al comenzar a verter el líquido, verás dos círculos oscuros; uno de ellos permanecerá fijo si mueves el líquido con tus dedos, mientras que el otro se verá ondulante. Es recomendable verter una cantidad suficiente de líquido como para que el diámetro del círculo ondulante sobrepase el del círculo fijo.
- Determina el diámetro (D_f) del círculo fijo.

Guía para la discusión

- Utiliza la ecuación (2.5) para calcular el índice de refracción de la placa plano paralela. ¿Cuál es la incertidumbre de tu medición?
- Con la ecuación (2.6) determina el índice de refracción de los líquidos que utilizaste. ¿Cuál es la incertidumbre de tu medición?
- ¿Se puede medir con este método el índice de refracción de cualquier líquido o existe algún límite impuesto por las características del dispositivo?
- ¿Por qué se observan dos círculos oscuros al agregar un líquido al recipiente? ¿Por qué uno de ellos se mantiene fijo al mover el agua mientras que el otro parece ondularse?
- ¿Por qué se recomienda verter el suficiente líquido para que el círculo ondulante sobrepase al círculo fijo? ¿Por qué el círculo cuyo diámetro debe medirse es el que se mantiene fijo?

D. MÉTODO DEL ÁNGULO DE DESVIACIÓN MÍNIMA

Lista de material mínimo		
Espectrómetro	Prisma de vidrio hueco	Mesa de altura variable
Lámpara de luz colimada con transformador	Lente positiva de 6 cm de distancia focal	Fuente de poder para lámparas espectrales
Prisma de vidrio sólido	Lámpara de sodio (Na)	Nivel
Pantalla opaca		

Procedimiento experimental [Ref 4, 5, 6]

- Comprueba si el espectrómetro que utilizarás se encuentra alineado. Para esto, sigue las instrucciones de la sección **Alineación del espectrómetro**, de la práctica 5 (pp. 74).
- Mide el ángulo (α) que hacen las caras del prisma por las que el rayo incidirá y se transmitirá. Para esto, debes hacer incidir el haz colimado en la arista cuyo ángulo se medirá, se producirán entonces dos haces reflejados. Mide el ángulo γ que hacen estos rayos; utiliza la ecuación (2.8).

3. Utilizando el arreglo de la figura II.6 de la parte de teoría, encuentra y mide el ángulo de desviación mínima. Se recomienda utilizar como fuente de luz una lámpara de sodio, de forma que pueda medir el ángulo de desviación para una sola longitud de onda.
4. Utiliza un prisma hueco para medir el índice de refracción de diferentes líquidos siguiendo el mismo procedimiento.

Guía para la discusión

1. Utiliza la ecuación (2.7) para determinar el índice de refracción del prisma, así como de diferentes sustancias líquidas
2. ¿Por qué es importante utilizar una lámpara espectral en lugar de una de luz blanca? ¿Por qué es necesario elegir una sola línea espectral para llevar a cabo las mediciones?
3. Con base en tus observaciones, ¿por qué crees que este método es el más preciso de todos los descritos en esta práctica?

SUGERENCIAS GENERALES

- Una vez elegido el método a seguir para medir el índice de refracción, deduce las expresiones para calcular el índice en función de las variables que se miden.
- Realiza un análisis de error semejante al ejemplo mostrado arriba para el método seleccionado. A partir de este análisis define el tipo de instrumentos o métodos de medición que más conviene usar para aumentar la precisión de la medida, y estima el orden de magnitud del error que se espera obtener para n .
- Instala el dispositivo experimental propuesto y realiza algunas mediciones de prueba. Realiza unos cálculos rápidos para asegurar que el experimento está funcionando correctamente, tanto en el orden de magnitud que arroja en el índice de refracción, como en su correspondiente error. Si el experimento no funciona de acuerdo con lo planeado, identifica los problemas presentes y trata de corregirlos. Si es necesario modificar el arreglo, el método o utilizar otros instrumentos de medición, revisa si es necesario rehacer los pasos 1 y 2.
- **Toma en cuenta que no es recomendable basarse en una única medición para poder asegurar que el valor obtenido es confiable.** ¿Cuántas mediciones sería deseable realizar?, ¿cómo se deben procesar los datos para evaluar los errores aleatorios?
- Realiza las mediciones que sean necesarias para encontrar el índice buscado. Anota tus mediciones originales y los cálculos realizados de manera que pueda seguirse el detalle del experimento. ¿Es necesario hacer tablas y/o gráficas?
- Mide el índice de refracción de varios materiales: agua, vidrio, acrílico, alcohol, glicerina, etc. Considera la conveniencia de traer al laboratorio las sustancias de tu elección.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Harvey Palmer, C., 1969. *Optics, Experiments and Demonstrations*, 4ª. impr. EUA: The John Hopkins Press, pp. 6-8.
- [2] Wood, R., 1988. *Physical Optics*, 3a. ed. EUA: Optical Society of America, pp. 70-72.
- [3] [Ref. 1.] Experimento A.3, pp. 9-12.
- [4] Hecht, E. y Zajac, A. 1974. *Optics*. EUA: Addison-Wesley, pp. 129-131.
- [5] Malacara, D., 1990. *Óptica Básica*. México: Fondo de Cultura Económica, pp. 70-72.
- [6] Johnson, B. K., 1960. *Optics and Optical Instruments*. EUA: Dover, pp. 165-170.

PRÁCTICA 3. LENTES DELGADAS

OBJETIVOS

- Verificar las ecuaciones que relacionan la distancia imagen y la amplificación transversal con la distancia objeto y focal de una lente delgada.
- Manejar con fluidez los conceptos de distancia focal de una lente, así como los de objeto e imagen real y virtual.
- Determinar la distancia focal de una lente y alinear una lente o un sistema de lentes en un arreglo óptico.

ACTIVIDADES PREVIAS

Lee la sección Lentes delgadas (pág. 32) y resuelve los siguientes problemas:

1. Grafica S_i vs S_o para $f = -20$ mm en la región definida por $-100 \leq S_o \leq +100$.
 2. Localiza en la gráfica las regiones donde el objeto y la imagen son reales y donde son virtuales.
 3. ¿Es posible formar una imagen real de un objeto real con una lente negativa? Explica.
 4. ¿Es posible formar imágenes reales con lentes negativas? Explica.
- Si quiero formar una imagen ampliada ($|M_T| > 1$) de un objeto, ¿dónde debo colocarlo cuando uso una lente positiva?
 - Si la lente en a) fuera negativa, ¿cuál sería la respuesta? En cada caso describe las características de la imagen: ¿real o virtual, derecha (erecta) o invertida?
5. Una forma aproximada de medir la distancia focal de una lente positiva, es colocando frente a ella un objeto "lejano", por lo que la imagen se ubicará muy cerca del plano focal de la lente; este método, sin embargo, sólo es aproximado. ¿Cuál es el error cometido al medir la distancia focal de esta forma aproximada, cuando el objeto está a una distancia S_o finita? Sugerencia: Define $S_o = Nf$ y calcula $S_i = S_i(Nf)$, el error en f está dado por $\varepsilon_f = \Delta f = f - S_i(Nf)$; el error relativo es $\varepsilon_{rf} = \frac{\Delta f}{f}$.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Lista de material mínimo		
3 lentes con montura; dos positivas, una negativa	Lámpara de luz colimada con fuente	5 carros para banco óptico
		1 flexómetro
Pantalla opaca	Banco o riel óptico	1 regla y/o vernier
Porta transparencias	Transparencia	

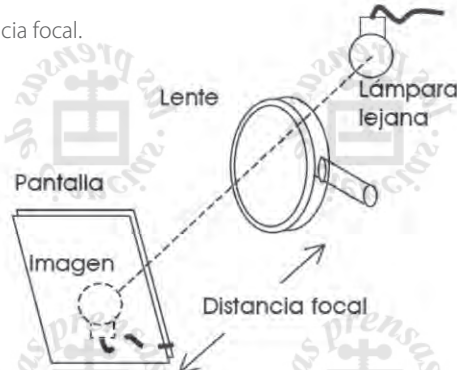
Determina aproximadamente la distancia focal de tres lentes.

Para lentes positivas:

1. Sobre una pantalla blanca forma la imagen de un objeto "lejano" como se muestra en la figura II.16. Para lentes de distancia focal pequeña, una lámpara colocada a dos o tres metros de la lente puede ser suficiente.
2. Anota la distancia entre la lente y la pantalla donde se observa la imagen más nítida; de manera aproximada, esta es la distancia focal de la lente. Justifica este procedimiento

(ver página 45, punto 1 de esta práctica). Si la lente es negativa, no será posible obtener en pantalla la imagen de un objeto lejano.

Fig. II.16. Medición de la distancia focal.



46

Mide la lente auxiliar.

Para una lente elegida al azar, esta será llamada lente auxiliar L1.

1. Utiliza el arreglo mostrado en la figura II.17, y mide varios valores de la distancia objeto S_o y de la correspondiente distancia imagen S_i . **Sugerencia:** varía la posición del objeto, aproximadamente, en múltiplos enteros de f ($f, 2f, 3f, \dots, 10f$); entre 5 y 10 valores son adecuados. Haz lo mismo para un número similar de posiciones intermedias entre f y $2f$; en este caso varía la posición en submúltiplos de f ($f+f/N, f+2f/N, \dots, f+(N-1)f/N$).
2. Para cada posición mide también el tamaño del objeto y de la imagen.
3. Con el tamaño del objeto y el de la imagen, calcula la amplificación transversal para cada posición del objeto. Estos datos serán de utilidad para cuando se presenten los casos de objeto (o imagen) virtual.

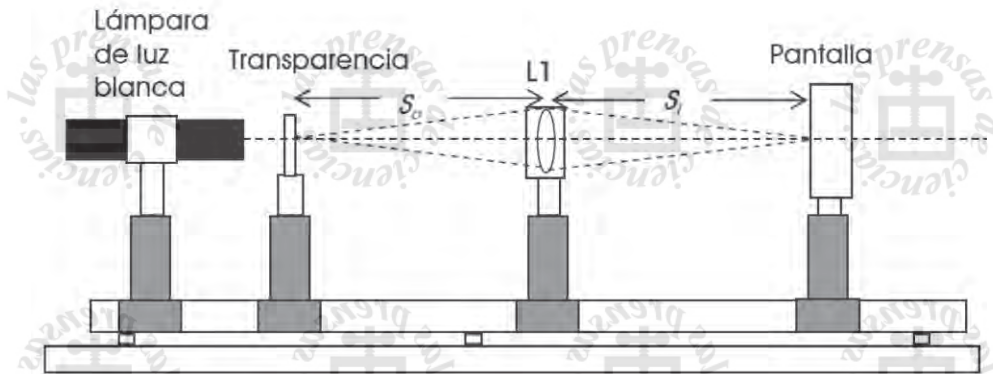


Fig. II.17. Montaje para imágenes y objetos reales

Mediciones con la lente bajo estudio. Caso 1: Objeto e imagen reales.

Realiza el mismo procedimiento descrito en las págs. 45 y 46 para una lente positiva que ahora será la lente bajo estudio L2.

Mediciones con la lente bajo estudio. Caso 2: Objeto real, imagen virtual.

Para la lente L2, coloca el objeto en posiciones S_{o2} intermedias entre el foco y la lente ($f/N, 2f/N, \dots, (N-1)f/N$). Como en este caso la imagen es virtual, utiliza la lente auxiliar ya caracterizada en esta pág. punto 3, para determinar la posición y amplificación de las imágenes virtuales (figura II.18). En este caso, se cumple la siguiente relación

$$S_{i2} = d - S_{o1} \quad (\text{III.1})$$

pero S_{o1} no es una cantidad directamente medible, por lo que los datos de la pág. 46 punto 3, permiten inferir directamente el valor correspondiente a partir de mediciones de S_{i1} . Es poco probable que los valores medidos en la página 46 coincidan con los valores medidos en esta parte para la lente L1, por ello deberá seguirse algún método de aproximación. En el capítulo V se sugiere el método de interpolación lineal.

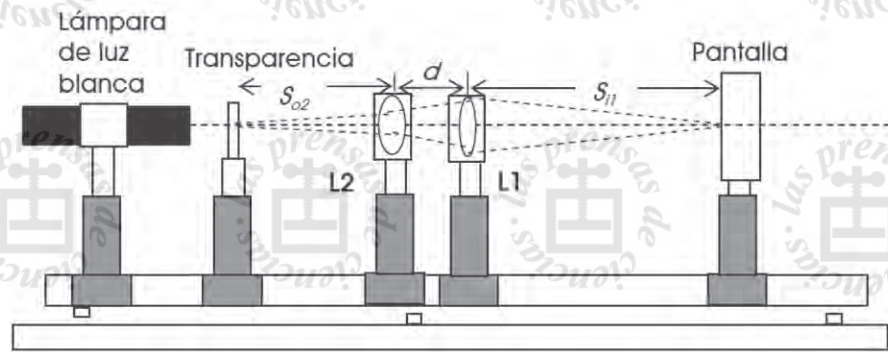


Fig. II.18 Montaje para objeto real e imagen virtual

Mediciones con la lente bajo estudio. Caso 3: objeto virtual, imagen real.

Repita el proceso pero ahora con objetos virtuales (figura II.19).

1. Haz uso de la lente auxiliar L1 y proyecta una imagen real en una pantalla.
2. Coloca la lente bajo estudio L2, intermedia entre L1 y la pantalla.
3. Mide la distancia objeto S_o que corresponde, en magnitud, a la distancia entre L2 y la pantalla.
4. Debido a que la imagen se desenfocó, vuelve a enfocar la moviendo la pantalla hasta encontrar la imagen final; mide la distancia imagen S_i (de la lente a la pantalla, cuando la imagen está enfocada).
5. Cambia la posición de L2, haciendo que S_o tome los siguientes valores, aproximadamente: $-f/2$, $-f$, $-3f/2$, ..., $-5f$, y repite el procedimiento; de ser necesario cambia la distancia entre el objeto físico y L1.
6. Mide, para cada posición, el tamaño del objeto, de la imagen y determina la amplificación.

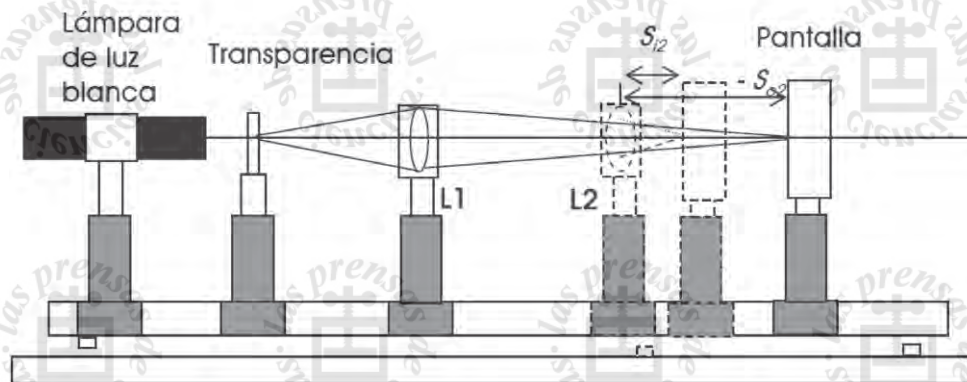


Fig. II.19 Montaje para objeto real e imagen virtual

Mide las distancias y tamaños del objeto y de la imagen para una lente negativa L3.

Sigue un procedimiento similar, pero adaptado a las características propias de la lente divergente.

COMENTARIOS Y SUGERENCIAS GENERALES

- Instala los arreglos mostrados y asegúrate de poder identificar todos los parámetros de medición.
- Realiza algunos cálculos para verificar que las cantidades medidas son del orden de magnitud esperado. Además asegúrate de tener una buena estimación de la distancia focal de la lente auxiliar y de que en las ecuaciones uses correctamente la convención de signos.
- Si es necesario corrige el arreglo así como el método utilizado para las mediciones.
- Realiza los cálculos y gráficas necesarios para mostrar que el comportamiento de las lentes medidas es razonablemente el predicho por la ecuación de Gauss.
- **Sugerencia:** grafica S_{i2} vs S_{o2} y M_{exp} vs M_{teor} para todos los datos obtenidos con la lente 2.

48

GUÍA PARA LA DISCUSIÓN

1. Sugiere alguna forma rápida de medir la distancia focal de una lente negativa.
2. Explica por qué existen diferencias entre la predicción Gaussiana y el comportamiento real de una lente.
3. Describe las dificultades que encontraste durante las mediciones.
4. Realiza los cambios de variable: $x = 1/S_{o2}$, $y = 1/S_{i2}$. Explica por qué, si tus mediciones fueron razonablemente bien realizadas, deberías obtener una recta; en tal caso ¿cuál es el significado de la ordenada al origen?, ¿cuánto debería valer la pendiente?

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Hecht, E., 2017. *Optics*. 5a. Ed., Malasia: Pearson, pp. 159-178.
- [2] Malacara, D., 2004. *Óptica Básica*. 2ª. Ed. México: Fondo de Cultura Económica, pp. 51-72.
- [3] Johnson, B. K., 1960. *Optics and Optical Instruments*. EUA: Dover, pp. 21-36.

PRÁCTICA 4. SISTEMAS ÓPTICOS (MICROSCOPIO Y TELESCOPIO)

OBJETIVOS

- Construir en el laboratorio un microscopio y un telescopio con dos lentes simples.
- Entender correctamente los conceptos de tamaño y amplificación angular y de poder de aumento o amplificación de un instrumento óptico.
- Medir el poder de amplificación de una lupa, un microscopio y un telescopio y compararlos con las predicciones teóricas.

ACTIVIDADES PREVIAS

- Deduce la expresión general para el poder de amplificación de una lupa simple [ecuación (2.13)]. Considera la figura II.12 como guía.
- Deduce la expresión general para el poder de amplificación de un microscopio compuesto [ecuación (2.15)]. Considera la figura II.13 como guía.
- Deduce la expresión general para el poder de amplificación de un telescopio [ecuación (2.16)]. Considera la figura II.14 como guía.
- En casa, sigue el procedimiento experimental de la siguiente sección para medir experimentalmente el poder de amplificación de una lupa. Compara el resultado con el valor dado por el fabricante.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Lista de material mínimo		
3 lentes positivas con montura de diferentes distancias focales. Sugerencia: para la lupa y el microscopio, las distancias focales deben ser pequeñas; entre 6 y 12 cm son adecuadas. Para el telescopio al menos una debe ser de distancia focal grande; más de 50 cm es adecuado, pero cerca de 100 cm es mejor. También se pueden usar lentes negativas como oculares.		
Pantalla opaca	Transparencia	1 flexómetro
Lámpara de luz colimada con fuente	Banco o riel óptico	1 regla y/o vernier
Porta transparencias	5 carros para banco óptico	

A. LUPA [Ref. 1, 4, 7]

1. Mide el tamaño angular de un objeto cercano y pequeño que servirá como objeto para una lupa. Para ello utiliza una regla graduada y mide el tamaño real del objeto h_o . El tamaño angular del objeto es igual a

$$\alpha = \frac{h_o}{d_o} = \frac{h}{d} \quad (\text{IV.1})$$

donde $d_o = 254$ mm, es el valor estándar de la distancia al punto cercano del ojo.

2. Mide el tamaño angular de la imagen. Coloca frente al objeto una lupa de distancia focal conocida (o mídelala rápidamente de manera aproximada). Ajusta la distancia objeto de manera que la imagen se vea lo más amplificada posible. Coloca la regla graduada a una distancia d^* de tu ojo, de manera que puedas observar fácilmente la escala para realizar mediciones. Observa simultáneamente la regla y la imagen, anota cuantos centímetros

h^* de la regla ocupa la imagen vista de esta manera; mide la distancia d^* de la regla a tu ojo. Usando la ecuación (2.11) calcula el tamaño angular de la imagen. Puedes modificar este procedimiento de manera que resulte más cómodo medir h^* y d^* .

3. Calcula la amplificación angular experimental. Usando la ecuación (2.12) calcula la amplificación angular experimental y compárala con el valor teórico obtenido con la ecuación (2.14); usa el valor de la distancia focal anotada en la montura de la lente o médela de forma aproximada usando el procedimiento descrito en la práctica 3, primer punto del apartado "Mide la lente auxiliar".
4. Repite los tres pasos anteriores con otras dos lupas de diferente distancia focal. Describe las características más evidentes de las imágenes formadas con cada lupa.

B. MICROSCOPIO COMPUESTO [Ref. 2,5,8]

1. Repite los tres pasos del primer caso (LUPA) tomando en cuenta los siguientes cambios:
 - Usa un microscopio compuesto para obtener la imagen ampliada del objeto
 - Debes medir la longitud de tubo L (figura 2.13).
 - El valor teórico del P.A. está dado por la ecuación (2.15).
2. Prueba otras dos combinaciones de distancias focales y/o longitudes de tubo. Describe las características más evidentes de las imágenes formadas con cada combinación.

C. TELESCOPIO [Ref. 3,6,9]

1. Repite los tres pasos del primer caso (LUPA) tomando en cuenta los siguientes cambios:
 - Selecciona un objeto lejano, claramente visible a simple vista.
 - Usa un telescopio para obtener la imagen ampliada del objeto.
 - El valor teórico del P.A. está dado por la ecuación (2.16).
2. Prueba otra combinación de distancias focales (principalmente del objetivo); también puedes construir un telescopio reflector; la figura II.15 muestra un esquema del arreglo de un telescopio newtoniano (busca más información en la bibliografía). Describe las características más evidentes de las imágenes formadas con cada arreglo.

COMENTARIOS Y SUGERENCIAS GENERALES

- Muchas de las actividades propuestas aquí son más o menos rutinarias. Una vez que sabes medir tamaños angulares es más rápido y directo. Trata de no utilizar demasiado tiempo para hacer estas mediciones.
- Destina parte del tiempo a entender los detalles del funcionamiento de estos sistemas ópticos.
- Aunque es importante presentar los resultados de las mediciones en el informe, es también importante describir aspectos cualitativos que aparecen durante el trabajo de laboratorio y que deben ser descritos, analizados y entendidos con detalle.

GUIA PARA LA DISCUSIÓN

- ¿Qué dificultades encontraste para medir los tamaños angulares del objeto e imagen? ¿Cómo los resolviste? ¿Hubo algún caso particularmente complicado, o más complicado que los demás?
- Fue difícil construir alguno o algunos de los arreglos sugeridos?
- Para cada uno de los instrumentos utilizados (lupa, microscopio, telescopio), ¿son iguales las ampliaciones experimental y teórica? Si no es así, ¿qué tan diferentes son? ¿Puedes explicar este resultado?
- El funcionamiento general de cada arreglo, ¿es acorde a la teoría? Explica.

- ¿Te sientes satisfecho con los resultados? Explica.
- ¿Hiciste algún cambio a los arreglos sugeridos, que haya dado lugar a un funcionamiento diferente de lo esperado?
- ¿Sugieres modificar esta práctica de alguna manera? Explica.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Hecht, E., 2017. *Optics*. 5a. Ed., Malasia: Pearson, pp.223-226
- [2] Ref. [1], pp. 226-228.
- [3] Ref. [1], pp. 230-239.
- [4] Malacara, D., 2004. *Óptica Básica*. 2ª. Ed. México: Fondo de Cultura Económica, pp. 121-122.
- [5] Ref. [4], pp. 130-136.
- [6] Ref. [4], pp. 136-143.
- [7] Johnson, B. K., 1960. *Optics and Optical Instruments*. EUA: Dover, pp.78-81
- [8] Ref. [7], pp. 81-110.
- [9] Ref. [7], pp. 45-78.

CAPÍTULO III. ÓPTICA FÍSICA (TEORÍA VECTORIAL)

ECUACIONES DE MAXWELL Y ECUACIÓN DE ONDA.

ECUACIONES DE MAXWELL

Gran parte del entendimiento que se ha alcanzado acerca de la luz, por ser un fenómeno electromagnético, se encuentra en las leyes del electromagnetismo o ecuaciones de Maxwell, que escritas en su forma diferencial en el Sistema Gaussiano de Unidades se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Ecuaciones de Maxwell		
Nombre	Ecuación	
Ley de Gauss Eléctrica	$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho$	(3.1)
Ley de Gauss Magnética	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	(3.2)
Ley de Faraday	$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	(3.3)
Ley de Ampere-Maxwell	$\nabla \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J}$	(3.4)

Las ecuaciones de Maxwell junto con las ecuaciones materiales o relaciones constitutivas,

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (3.5)$$

y

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} \quad (3.6)$$

dan cuenta de todos los fenómenos clásicos en los que la luz o radiación electromagnética, toma parte. Las cuatro ecuaciones de la tabla 3.1 (dos escalares y dos vectoriales; en total, ocho escalares), son un sistema de ecuaciones diferenciales parciales lineales de 1er. orden acopladas, donde las incógnitas son los campos eléctrico $\vec{E}(\vec{r}, t)$ y magnético $\vec{B}(\vec{r}, t)$, siempre que las fuentes de los campos definidas por la densidad o distribución volumétrica de carga eléctrica y la densidad de corriente $\vec{J}(\vec{r}, t)$ sean conocidas; de manera inversa, si conozco los campos, las ecuaciones de Maxwell me permiten deducir cuáles son las fuentes que los producen. $\vec{D}(\vec{r}, t)$ es el vector (campo) de desplazamiento eléctrico y $\vec{H}(\vec{r}, t)$ es otro campo magnético (históricamente a $\vec{H}$ se le llamó el campo magnético y a $\vec{B}$ se le llamaba el vector de inducción magnética; actualmente se reconoce que es más adecuado llamar campo magnético a $\vec{B}$, mientras que a $\vec{H}$ se le llama de diferentes formas, entre ellos "Campo Auxiliar". (ver [Ref. 2]). Las ecuaciones materiales describen la manera en que los medios materiales responden a la aplicación de los campos electromagnéticos; las cantidades ϵ y μ se son la constante dieléctrica y la permeabilidad magnética del medio en donde se estudia el fenómeno

electromagnético en cuestión; c es la velocidad (rapidez) de la luz en el vacío, cuyo valor numérico se encuentra anotado en la ecuación (1.1).

ECUACIÓN DE ONDA.

Una primera evidencia de que las ecuaciones de Maxwell describen la propagación de la luz, se puede obtener cuando se desacoplan las ecuaciones (3.1) a (3.4); es decir, cuando las ecuaciones (3.1) a (3.6) se utilizan para eliminar al campo magnético de la ecuación (3.4), lo que se obtiene es la ecuación de onda para el campo eléctrico, la que adopta la forma

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{\mu \varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.7)$$

Suponiendo que el medio en cuestión es un medio homogéneo e isotrópico, ε y μ son escalares constantes, independientes de $\vec{r}$ y t y suponiendo, además, que en la región de interés no hay fuentes; es decir, no hay cargas ni corrientes libres, $\rho(\vec{r}, t) = 0$ y $\vec{J}(\vec{r}, t) = 0$. La ecuación (3.7) describe ondas propagándose con velocidad

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu \varepsilon}} \quad (3.8)$$

que para el caso del vacío, $\varepsilon = 1$ y $\mu = 1$, por lo que $v = c$; es decir, las ondas electromagnéticas se propagan en el vacío exactamente a la velocidad de la luz (en el vacío también).

Problema 1. Demuestra que la ecuación (3.7) se obtiene de las ecuaciones (3.1) a (3.6).

ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Una posible solución a la ecuación de onda (3.7), es una onda armónica; este tipo de ondas se representan por funciones seno o coseno como sigue

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos[\phi(\vec{r}, t)] \quad (3.9)$$

donde $\vec{E}_0$ es un vector constante llamado **amplitud** de la onda y el argumento de la función coseno $\phi(\vec{r}, t)$ se conoce como la **fase** de la onda. El caso más simple de una onda armónica en el espacio es el de una onda plana, en cuyo caso, la fase es una función lineal de $\vec{r}$ y t ,

$$\phi(\vec{r}, t) = \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_0 \quad (3.10)$$

En donde al vector $\vec{k}$ se le conoce como el vector de onda, ω es la frecuencia angular y ϕ_0 es la fase inicial.

Problema 2. Demuestra que en ausencia de fuentes [$\rho(\vec{r}, t) = 0$ y $\vec{J}(\vec{r}, t) = 0$], las ondas planas son ondas transversales. Sugerencia: sustituye la expresión para ondas planas en las ecuaciones de Maxwell.

Si se elige como eje z a la dirección definida por el vector de onda, y como eje x a la dirección del vector de amplitud $\vec{E}_0$, el campo eléctrico al tiempo inicial $t=0$ se puede graficar en el plano (z, x) , como se muestra en la figura III.1. En dicha figura se muestran algunos parámetros representativos de una onda armónica; no es la solución más general, pero es un tipo de solución muy útil.

TEORÍA ELEMENTAL DE LA DISPERSIÓN.

Considerando la ecuación (3.8) y reconociendo que el índice de refracción es igual al cociente de las velocidades de la luz en el vacío dividido por la velocidad de la luz en un medio, resulta que el índice de refracción es proporcional a la raíz cuadrada de la constante dieléctrica del material:

$$n = \sqrt{\mu \epsilon} \quad (3.11)$$

Para el caso de un material dieléctrico no magnético, su permeabilidad magnética es igual a la del vacío, por lo que

$$n = \sqrt{\epsilon} \quad (3.12)$$

es decir, esencialmente el índice de refracción depende de la constante dieléctrica ϵ .

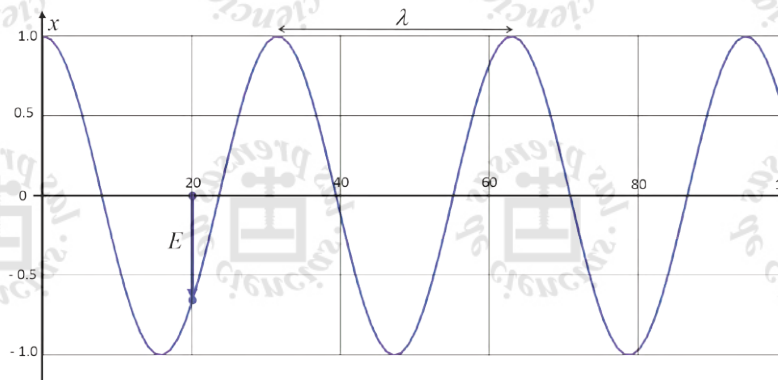


Fig. III.1 Onda armónica unidimensional

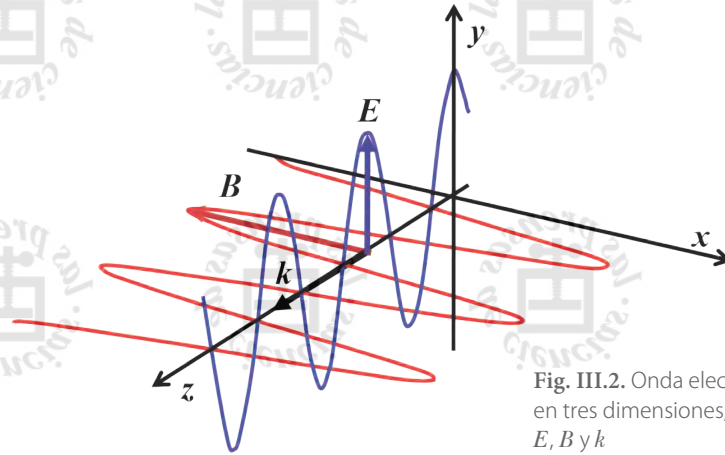


Fig. III.2. Onda electromagnética armónica, en tres dimensiones, mostrando los vectores E , B y k

La constante dieléctrica relaciona al vector de desplazamiento eléctrico $\mathbf{D}$ y al campo eléctrico $\mathbf{E}$ de acuerdo con la ecuación (3.5). Por otro lado, la polarización eléctrica que sufre un material debido a la aplicación de un campo eléctrico es proporcional al campo eléctrico mismo; es decir

$$\vec{P} = \chi_e \vec{E} \quad (3.13)$$

Donde la constante de proporcionalidad χ_e es la susceptibilidad eléctrica. Finalmente, el vector de desplazamiento eléctrico resulta de la suma del campo eléctrico más 4π veces el vector de polarización eléctrica

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} \quad (3.14)$$

Usando las ecuaciones (3.5), (3.13) y (3.14), se pueden relacionar la constante y la susceptibilidad dieléctricas, como sigue

$$\epsilon = 1 + 4\pi\chi_e \quad (3.15)$$

Para un material muy poco denso (por ejemplo, para un gas), podemos considerar que la polarización P es simplemente la suma de todas los momentos dipolares $\vec{p}$ de los átomos o moléculas por unidad de volumen; si todos son iguales en magnitud y paralelos entre sí, podemos escribir

$$\vec{P} = N\vec{p} \quad (3.16)$$

donde N es número de átomos por unidad de volumen. Recordemos que el momento dipolar de dos cargas $+q$ y $-q$ separadas una distancia x , es

$$\vec{p} = q\vec{x} \quad (3.17)$$

Podemos hacer un modelo muy simple para aproximar el momento dipolar de un átomo cuando éste se encuentra en un campo eléctrico aplicado. Para hacer simple la deducción, pensemos en el átomo más simple, el de hidrógeno; éste se puede considerar que como una carga positiva $+e$ en el núcleo, mientras que el electrón, al estar moviéndose alrededor del núcleo, puede interpretarse como una nube de carga. De nuevo, para simplificar las cosas, consideremos a dicha nube como una distribución esférica de carga uniforme, con carga total $-e$; por simetría, el centro de carga está ubicado en el mismo núcleo, por lo que el momento dipolar es nulo (figura III.3.a).

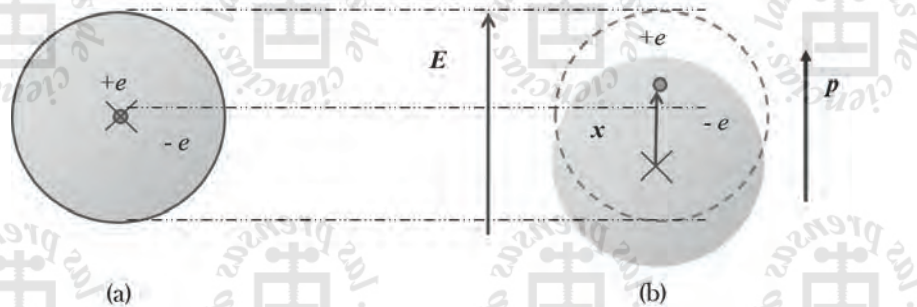


Fig. III.3. Modelo simplificado de un átomo de hidrógeno. (a) En ausencia de fuerzas externas los centros de carga positiva y negativa se encuentran en el centro del átomo. (b) Al aplicar un campo eléctrico externo, los centros de carga se desplazan, generando un momento dipolar atómico.

Cuando a este átomo se le aplica un campo eléctrico externo, la fuerza resultante sobre cada carga desplazará los centros de carga una distancia x , generando un momento dipolar eléctrico (figura III.3.b),

$$p = ex \quad (3.18)$$

En el caso estático, el desplazamiento relativo x , se obtiene de la condición de equilibrio de que la fuerza F_1 entre cargas es igual en magnitud, pero de sentido contrario a la fuerza debida

al campo eléctrico externo F_2 . Es un ejercicio simple demostrar que

$$F_1 = -e^2 \frac{x}{a^3} \quad (3.19)$$

donde a es el radio de la nube electrónica, que podemos considerar aproximadamente al radio atómico; mientras que

$$F_2 = -eE \quad (3.20)$$

Considerando la acción del campo eléctrico de magnitud E sobre la carga negativa. El momento dipolar resulta ser en este caso estático

$$p = Ea^3 \quad (3.21)$$

Cuando incide una onda electromagnética, el campo eléctrico oscila en función del tiempo [ver ecuaciones (3.9) y (3.10)]. En este caso tenemos un problema de dinámica, soluble por la segunda ley de Newton

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \frac{1}{m} F(x, \dot{x}; t) \quad (3.22)$$

Resolviendo el problema para la carga negativa y considerando que como la carga positiva (el protón) es más masiva que la carga negativa (aproximadamente 2000 veces), su desplazamiento es mínimo, la distancia entre cargas es esencialmente igual al desplazamiento de la carga negativa.

El campo eléctrico aplicado se puede expresar en su forma compleja como sigue

$$E(z, t) = E_o \exp[i(kz - \omega t)] \quad (3.23)$$

por lo que la fuerza total que sufre la carga negativa es

$$F(x, t) = -\frac{e^2}{a^3} x - eE_o \exp[i(kz - \omega t)] \quad (3.24)$$

La ecuación de movimiento resulta ser

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \frac{e}{m} \left\{ -E_o \exp[i(kz - \omega t)] - \frac{e}{a^3} x \right\} \quad (3.25)$$

La ecuación (3.25) es la ecuación de movimiento de un oscilador armónico forzado, cuya solución es también armónica, es decir,

$$x(z, t) = x_o \exp[i(kz - \omega t)] \quad (3.26)$$

en donde la amplitud de la oscilación a lo largo del eje x está dada por

$$x_o = \frac{eE_o}{m(\omega_o^2 - \omega^2)} \quad (3.27)$$

siendo

$$\omega_o^2 = \frac{e^2}{ma^3} \quad (3.28)$$

una frecuencia característica del átomo considerado.

En este caso dinámico, el momento dipolar atómico resulta ser

$$\begin{aligned} p(z, t) &= e \cdot x(z, t) \\ &= \frac{e^2 E_o}{m(\omega_o^2 - \omega^2)} \exp[i(kz - \omega t)] \end{aligned} \quad (3.29)$$

Sustituyendo en la ecuación (3.16) obtenemos la polarización del medio

$$\begin{aligned} P(z,t) &= Np(z,t) \\ &= \frac{e^2 N}{m(\omega_o^2 - \omega^2)} E(z,t) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Comparando las ecuaciones (3.13) y (3.30), es evidente que la susceptibilidad eléctrica que resulta de este modelo es

$$\chi_e = \frac{e^2 N}{m(\omega_o^2 - \omega^2)} \quad (3.31)$$

Sustituyendo en (3.15) la constante dieléctrica de ese medio es

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\chi_e = 1 + \frac{4\pi e^2 N}{m(\omega_o^2 - \omega^2)} \quad (3.32)$$

dando lugar a un índice de refracción dependiente de la frecuencia, dado por

$$[n(\omega)]^2 = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m(\omega_o^2 - \omega^2)} \quad (3.33)$$

En la figura III.4 se muestra una gráfica que muestra el comportamiento típico de la función de la ecuación (3.33). Se puede observar el inconveniente de que para frecuencias cercanas a la frecuencia propia del átomo ω_o , aparece una resonancia; es decir, la respuesta del sistema crece de manera indefinida.

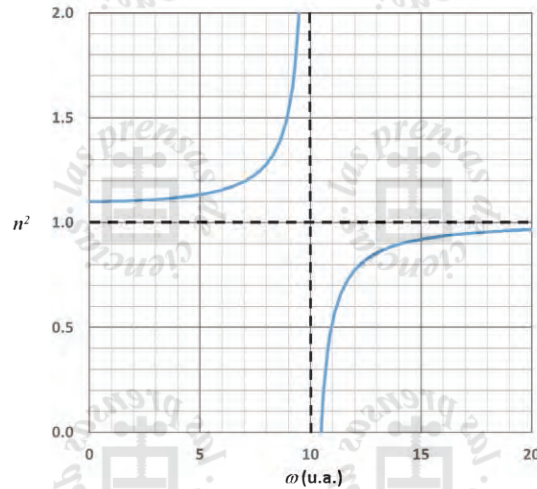


Fig. III.4. Gráfica de la función dada por la ec. (3.33), para $\omega_o = 10$.

Para evitar este comportamiento divergente, es necesario incluir en el modelo un término de amortiguamiento o de disipación de energía; en este caso, puede demostrarse que el índice de refracción adopta la forma

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m(\omega_o^2 - \omega^2 - i\gamma\omega)} \quad (3.34)$$

El aspecto más relevante de esta descripción de la interacción entre un electrón de un átomo con una onda electromagnética, es que resulta evidente que el índice de refracción depende de la frecuencia de la luz utilizada; esto se conoce como dispersión de la luz. Los diferentes materia-

les presentan diferente índice de refracción para cada frecuencia, longitud de onda o color de la luz. Este fenómeno permite descomponer o separar la luz en sus diferentes frecuencias; tal vez el ejemplo más cotidiano de este fenómeno es el arcoíris en el que se observa la gama completa de colores que componen a la luz solar o luz blanca.

ESPECTROSCOPIA

Se llama espectro luminoso u óptico a la imagen que se forma al descomponer un rayo de luz en el conjunto de haces de diferente frecuencia o longitud de onda que lo conforman. La descomposición puede realizarse por efecto de la dispersión de la luz en un prisma, por interferencia de haces múltiples en un interferómetro Fabry-Perot o por difracción en una rejilla de difracción, entre otros métodos. En el primer caso, debido a que el índice de refracción de un material depende de la frecuencia de la luz que lo atraviesa, y la desviación de un rayo que se refracta es a su vez función del índice de refracción, resulta que la luz con distinta frecuencia sufrirá una desviación de diferente magnitud. Al proyectar los haces en una pantalla, cada frecuencia o color de la luz llegará a diferente posición en el plano imagen, permitiendo identificar y analizar con los colores componentes.

Desde un punto de vista clásico, la emisión de luz se produce por la aceleración de cargas eléctricas. Desde un punto de vista cuántico, los electrones se encuentran en estados discretos de energía; para pasar a un nivel superior necesitan absorber energía, mientras que para descender a niveles inferiores, se deben deshacer del exceso de energía emitiendo fotones. Al conjunto de frecuencias de los fotones que los electrones de una cierta sustancia emiten al desexcitarse se le conoce como espectro de emisión. Existen muchos tipos de fuentes luminosas, por el momento se consideran sólo los siguientes tipos:

Lámparas incandescentes. La corriente eléctrica en el filamento es un torrente de electrones “libres” que chocan constantemente con los electrones de los átomos del filamento, proporcionándoles la energía suficiente para saltar a órbitas superiores. Después de un cierto tiempo, los electrones se desexcitan regresando a su nivel energético original, emitiendo fotones.

Debido a que el filamento se encuentra en estado sólido, los niveles energéticos asociados se encuentran agrupados en niveles muy compactados entre sí, llamados bandas y la combinación de posibles transiciones electrónicas, da lugar a un continuo. En este caso la emisión de luz toma todos los posibles valores dentro de ése continuo, solamente variando la probabilidad de cada transición; las transiciones más probables suceden más frecuentemente, dando lugar a que la luz emitida correspondiente sea más intensa.

El espectro asociado a lámparas de filamento de tungsteno es muy parecido al espectro de emisión de un cuerpo negro, siendo también dependiente de la temperatura. Un filamento por el que pasa una corriente muy de baja intensidad se ve rojizo; al aumentar la corriente eléctrica, la temperatura del filamento se incrementa y el pico de emisión luminosa se recorre hacia mayores frecuencias. El color rojo se torna naranja, después amarillo y finalmente blanquecino.

Lámparas espectrales. Éstas están constituidas por un par de electrodos en el interior de una ampolla de vidrio (usualmente en sus extremos), dentro de la cual se tiene el vapor de un elemento químico. Aplicando una diferencia de potencial alta entre los electrodos, se crea una corriente de electrones entre el cátodo y el ánodo, la cual atraviesa al vapor contenido en la ampolla. De la misma forma, los electrones de esta corriente colisionan con los átomos del vapor, ocasionando que los electrones adquieran energía necesaria para saltar a órbitas superiores. Al momento de la desexcitación, los electrones emiten radiación cuya frecuencia se obtiene de acuerdo con la fórmula de Planck:

$$\omega = \frac{\Delta E}{\hbar} \quad (3.35)$$

En este caso, debido a la baja densidad del vapor, los niveles energéticos son esencialmente los de una sola molécula (monoatómica, diatómica o más compleja). En tal caso, la cuantización de la energía es evidente y las transiciones posibles son un conjunto discreto bien definido, dando lugar a un espectro de líneas de emisión. Cada elemento, tiene un espectro característico, lo que permite identificar elementos químicos en sustancias desconocidas; esto último sigue siendo válido aún en sustancias más complejas como mezclas y compuestos, aunque los espectros de emisión adquieran una estructura más complicada. En el Laboratorio de Óptica se cuenta con lámparas de mercurio, helio, neón, cadmio, cesio, sodio y potasio.

Láseres. De manera breve, el láser es un instrumento que permite controlar con gran precisión el tipo de transición que se origina en el elemento activo. Debido a ello, el láser es una fuente luminosa altamente monocromática (coherencia temporal). En muchos casos se trata de haces muy direccionales dando lugar a lo que se llama haces espacialmente coherentes, con frentes de onda muy bien definidos.

Los espectros luminosos producidos por las diferentes fuentes luminosas se conocen como espectros de emisión y son características del tipo de fuente que los produce.

Para la identificación de sustancias, no sólo se puede analizar su espectro de emisión, también pueden caracterizarse por el **espectro de absorción** que producen. Cuando se hace pasar un haz de luz de espectro continuo al través de un medio que absorbe selectivamente, es decir, de manera diferente para cada color o frecuencia de la luz, se produce un espectro de absorción. Estos espectros pueden ser de líneas para elementos, o de bandas para compuestos, dependiendo del tipo de material que constituye el medio. Los espectros de absorción también son característicos de las sustancias, aún cuando se trate de sustancias complejas. Ejemplo de ello lo tenemos en diversos colorantes orgánicos tales como los pigmentos naturales, entre los cuales están la clorofila (pigmento verde de las hojas) y los carotenos (pigmento de algunas hortalizas como la zanahoria); también tenemos colorantes artificiales o sintéticos como los tintes para telas o los indicadores para análisis químicos, entre otros.

BASE DE DATOS DE LÍNEAS ESPECTRALES.

Para obtener datos numéricos de las líneas de emisión y absorción de diferentes elementos, se puede acceder a la base de datos de espectros atómicos del *NIST (National Institute of Standards and Technology)*, en la siguiente dirección http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines_form.html; se debe llenar un formulario especificando el elemento químico deseado, así como el rango de longitud de onda y la intensidad relativa mínima. También se pueden obtener datos de diferentes referencias tal como el manual de datos químicos, de la *Chemical Rubber Company*. En la tabla 3.2 se listan las principales líneas de emisión del mercurio, en la región visible del espectro; se incluyen otras líneas de menor intensidad que sólo son visibles con detectores más sensibles, por lo que son prácticamente invisibles al ojo.

Tabla 3.2 Principales líneas espectrales del mercurio (Hg) en el visible (400-700 nm). [Ref. 1]		
Longitud de onda (nm)	Color	Intensidad (u.a.)
405	Violeta	1800*
408		150
411		40

434		250
435		400
436	Azul	4000*
492		80
546	Verde	1100
568		160
577	Amarillo	240*
579	Amarillo	280*
607		20
623	Rojo	30
672	Rojo	160
691	Rojo	250*
* Principales líneas usadas para calibración		

A continuación se presentan las imágenes de varias simulaciones de los espectros de emisión de distintos elementos con datos obtenidos de la base de datos de espectros atómicos del NIST en un rango de longitud de onda de 3700 a 7000 Å. La intensidad relativa mínima de las líneas es de 200 a excepción del hidrógeno y neón cuyos mínimos son 5 y 1000 respectivamente.

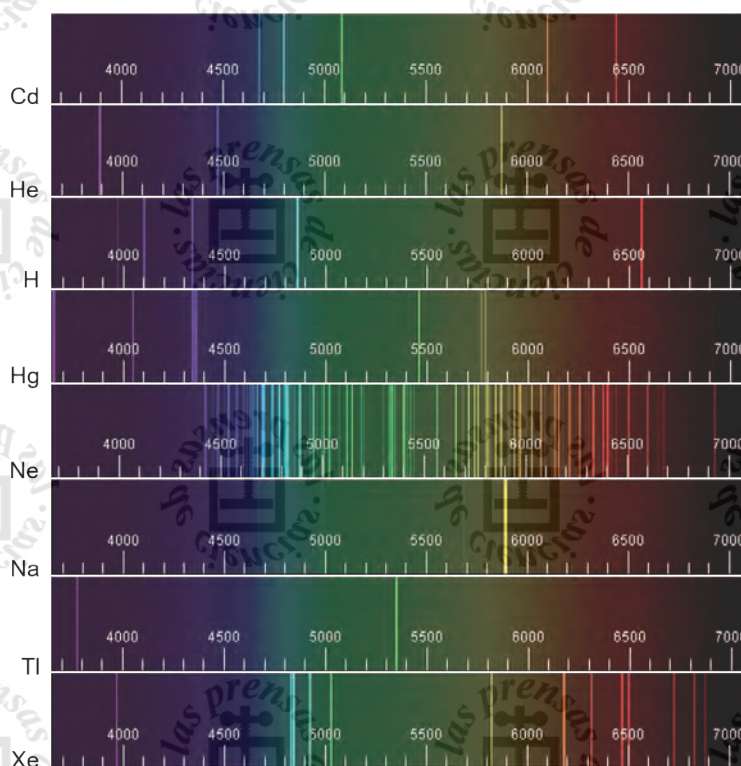


Fig. III.5 Espectros de emisión simulados de diversos elementos (Nota: la imagen de fondo continuo es usado sólo como referencia). Las imágenes de los espectros se realizaron con un Applet en Java escrito originalmente por John Talbot y extendido por Joachim Köppen, cuyo código fuente puede ser descargado de la siguiente página web <http://astro.u-strasbg.fr/~koppen/discharge/>

ECUACIONES DE FRESNEL

Las leyes de la óptica geométrica dan cuenta de la dirección que toman los rayos reflejados y transmitidos en una interfase entre dos medios transparentes, dada una dirección de incidencia y los índices de refracción de los medios en cuestión. Sin embargo, nada dicen de la "cantidad" de luz reflejada y transmitida; ciertamente tales cantidades no toman valores constantes, sino que dependen de la dirección del rayo incidente y del estado de polarización de la luz. Las expresiones que describen la variación de la amplitud e intensidad reflejada y transmitida como función de los índices de refracción y ángulos de incidencia y transmisión se conocen genéricamente como Ecuaciones de Fresnel. Dichas ecuaciones se obtienen a partir de las condiciones de continuidad de los campos electromagnéticos cuando el medio presenta una discontinuidad sobre una superficie [Ref. 2, 3].

Coefficientes de amplitud

$$r_{\parallel} \equiv \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right)_{\parallel} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}, \quad t_{\parallel} \equiv \left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right)_{\parallel} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}$$

$$r_{\perp} \equiv \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right)_{\perp} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}, \quad t_{\perp} \equiv \left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right)_{\perp} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$
(3.36)

Coefficientes de intensidad (reflectancia y transmitancia):

$$R = \|r\|^2 \quad T = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \|t\|^2$$
(3.37)

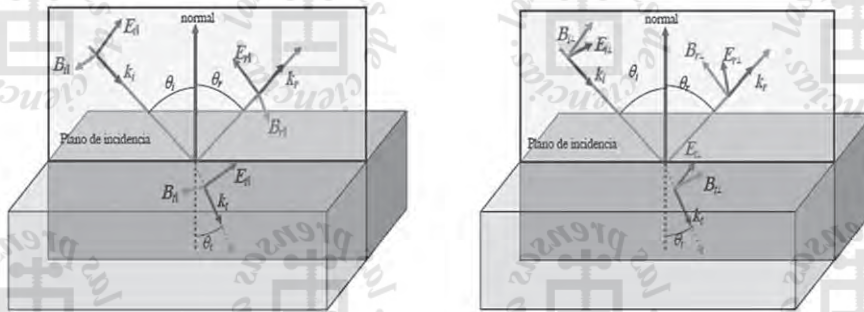


Fig. III.6 Descripción de los estados de polarización a) paralelo ($\parallel$) y b) ortogonal ($\perp$)

Para cada estado de polarización descrito en la figura III.6, en las figuras III.7 Y III.8, se muestran gráficas de la reflectancia y transmitancia para ángulos de incidencia entre 0 y 90 grados, para un medio con índice de refracción $n = 1.46$, en incidencia externa e incidencia interna.

Entre los resultados más interesantes y simples que resultan de la teoría anterior, se encuentra la existencia de un ángulo de incidencia particular para el cual la luz reflejada se encuentra polarizada linealmente en el plano ortogonal al plano de incidencia, pues la reflectancia paralela se anula ($R_p=0$). Este ángulo se conoce como ángulo de Brewster o ángulo de polarización, y está relacionado con el índice de refracción de los medios de incidencia y de transmisión a través de la siguiente expresión:

$$\tan \theta_p = \frac{n_t}{n_i} \quad (3.38)$$

En las gráficas III.7 y III.8, se observa el ángulo de Brewster como el punto donde la línea azul es tangente al eje horizontal.

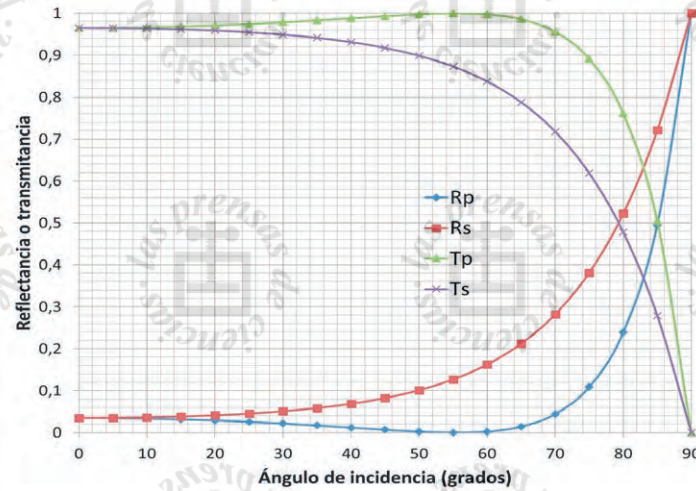


Fig. III.7 Gráficas de la reflectancia y la transmitancia vs ángulo de incidencia para los dos estados de polarización en incidencia externa ($n_1 = 1.00$; $n_2 = 1.46$).

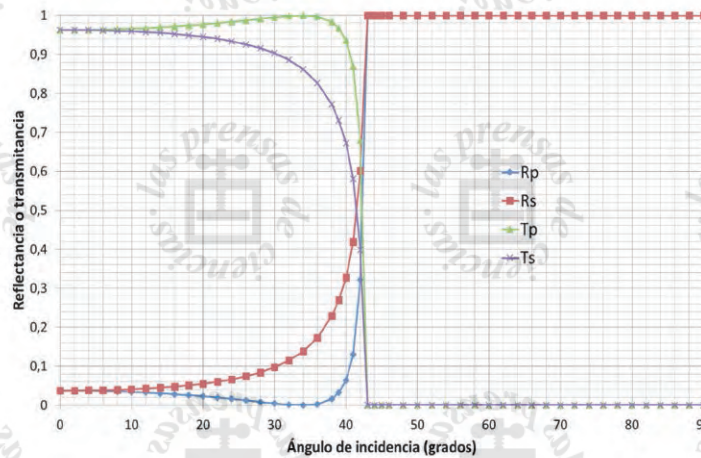


Fig. III.8 Gráficas de la reflectancia y la transmitancia vs ángulo de incidencia para los dos estados de polarización en incidencia interna ($n_1 = 1.46$; $n_2 = 1.00$).

POLARIZACIÓN

La luz es radiación electromagnética; es decir se trata de ondas electromagnéticas transversales, por lo que la dirección de oscilación de los campos eléctrico y magnético son transversales u ortogonales a la dirección de propagación. Una manera fácil de ver esto para una onda plana es sustituir las ecuaciones (3.9) y (3.10) en la ley de Gauss (3.1), lo que da lugar a la siguiente relación

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \quad (3.39)$$

cuando no hay fuentes libres, la densidad de carga es nula ($\rho=0$) por lo que el producto punto entre el vector de onda $\vec{k}$ y el vector eléctrico $\vec{E}$ es nulo; en ese caso ambos vectores son ortogonales. La misma conclusión se obtiene cuando se expresa el campo magnético en forma de onda plana del tipo de las ecs. (3.9) y (3.10) y se sustituyen en la ley de Gauss magnética (3.2); el vector de onda $\vec{k}$ y el vector magnético $\vec{B}$ son ortogonales siempre, sin restricciones. Usando la ley de Faraday (3.3), se puede demostrar que

$$\vec{k} \times \vec{E} = \vec{B} \quad (3.40)$$

La polarización es un fenómeno que se produce en las ondas electromagnéticas. En una onda no polarizada el campo eléctrico oscila en todas las direcciones normales a la dirección de propagación; cuando, por ejemplo, la luz solo oscila en un plano determinado, la luz está polarizada en un plano y este plano es llamado plano de polarización [Ver figura (III.9)].

Algunos filtros polarizadores tienen varias aplicaciones en el ámbito de la fotografía, donde existe una gran variedad, para garantizar los efectos deseados, ya sea una mayor luminosidad de ciertos colores, e incluso eliminar reflejos en superficies de agua y metal, también son utilizados para eliminar reflejos azules del cielo sobre el follaje o para destacar las nubes. En el ámbito científico son utilizados en sistemas ópticos donde la imagen obtenida necesita de estructuras definidas como en el caso de un microscopio, inclusive se utilizan en los lentes de sol o en las pantallas de cristal líquido.

POLARIZADORES

Un filtro polarizador o polarizador simplemente es un material con transparencia selectiva, es decir que solo permite el paso de luz en cierta dirección de oscilación del campo eléctrico. Cuando un haz de luz no polarizada lo atraviesa, la luz resultante queda polarizada en la dirección determinada por el eje de transmisión del polarizador (ver Fig. III.9)..

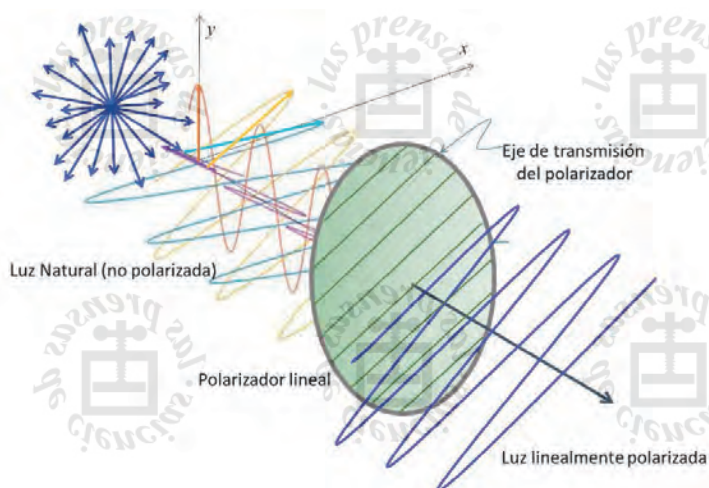


Fig. III.9 Polarizador lineal

Los polarizadores lineales atenúan la intensidad luminosa, la atenuación dependerá de la orientación del filtro frente a la fuente de luz. Este comportamiento se rige por la ley de Malus en honor a Étienne-Louis Malus quien lo descubrió en 1808.

$$I_t = I_o \cos^2 \theta \quad (3.41)$$

Donde I_0 es la intensidad de un haz linealmente polarizado que incide sobre un polarizador lineal, cuyo eje de transmisión hace un ángulo θ con la dirección de polarización del haz incidente e I_t es la intensidad transmitida a través del polarizador lineal. Cuando la luz incidente no está polarizada, la intensidad transmitida es el 50 % de la intensidad incidente.

BIRREFRINGENCIA

Es la propiedad de ciertos cristales, como la calcita, para desdoblar un haz de luz en dos haces linealmente polarizados cuyas direcciones de polarización son perpendiculares entre sí. La dirección de propagación de cada haz es diferente, de modo que este material presenta dos índices de refracción diferentes, excepto en una dirección particular, llamado eje óptico del cristal, en la que las ondas luminosas viajan dentro del cristal a la misma velocidad o sienten el mismo índice de refracción. La calcita es un cristal uniaxial; es decir, sólo existe una dirección con esta propiedad. Hay cristales que cuentan con dos ejes ópticos, a los que se denomina cristales biaxiales; esto depende de la estructura del cristal. Para cristales uniaxiales, uno de los dos haces que se separan sigue las leyes normales de la refracción y se le llama rayo ordinario; no importa la dirección de propagación, siempre se propaga a misma velocidad o siente el mismo índice de refracción n_o , como en un material isotrópico, no birrefringente. El otro haz tiene una velocidad y un índice de refracción variable y se le llama rayo extraordinario; existe una dirección de propagación en la que el índice de refracción de este rayo es más diferente al índice ordinario, a ese índice de refracción se le llama índice extraordinario n_e ; a la diferencia de estos dos índices de refracción se le llama la birrefringencia y está dada por

$$\Delta n = n_e - n_o \quad (3.42)$$

POLARIZACIÓN POR REFLEXIÓN

Cuando se hace incidir luz en una superficie refractora, parte de la luz se refleja y otra se transmite. David Brewster (1781 - 1868), descubrió que cuando la luz incide a un cierto ángulo, conocido como ángulo de Polarización o de Brewster [ecuación (3.38)], la componente del campo eléctrico paralelo al plano de incidencia no es reflejado, este ángulo es distinto para cada material pues depende del índice de refracción n del medio. En consecuencia, la luz reflejada está polarizada linealmente en el plano perpendicular al plano de incidencia. Ver la página 62, ecuaciones de Fresnel, de este capítulo 3.

POLARIZACIÓN POR ESPARCIMIENTO

El esparcimiento es un fenómeno cotidiano. El ejemplo más cercano lo tenemos cuando la luz solar atraviesa la atmósfera terrestre; esencialmente la luz solar que llega no está polarizada, es luz blanca con un espectro continuo que va del violeta al rojo. La cantidad de luz esparcida es proporcional a la cuarta potencia de la frecuencia de la luz incidente, por lo que la luz violeta se esparce en mayor cantidad, luego la azul, la verde y en menor cantidad la luz amarilla, menos la naranja y finalmente, la luz roja, que se propaga con mucha menor pérdida por esparcimiento que los demás colores (ver figura III.10). Este fenómeno es el causante del color azul del cielo y de los espectaculares tonos rojizos del sol y las nubes que reflejan su luz en los atardeceres.

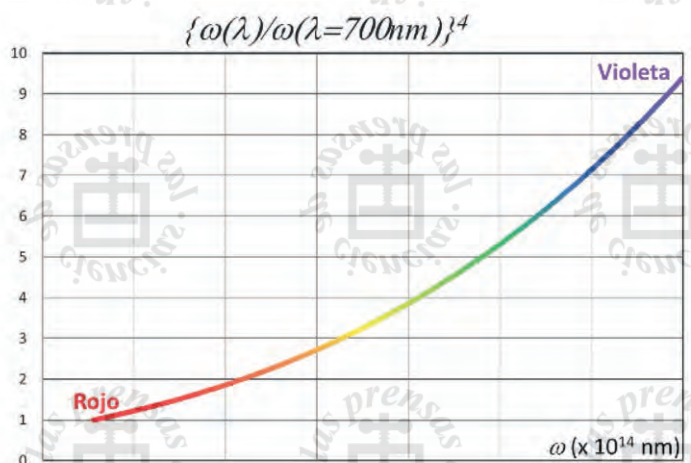


Fig. III.10 Dependencia de la intensidad de la luz esparcida como función de la frecuencia en el intervalo visible del espectro. La intensidad del extremo rojo del espectro se considera uno, en unidades arbitrarias; la intensidad esparcida del violeta es más de 9 veces mayor.

Adicionalmente, resulta que cada electrón que absorbe la luz oscila en dirección del campo eléctrico; de esta forma crea el campo de radiación esparcido. La amplitud de este campo es proporcional al seno del ángulo que hacen la dirección de observación y la dirección de oscilación del electrón. En la dirección del movimiento oscilatorio, no hay campo radiado, mientras que en la dirección ortogonal es máximo (ver figura III.11). Como el campo eléctrico de la luz natural, no polarizada, puede adoptar cualquier dirección de oscilación en un plano ortogonal a la dirección de propagación, la luz esparcida en el plano ortogonal a la dirección de propagación, sólo tiene componente paralela al mismo plano; por esta razón la luz esparcida en la atmósfera está parcialmente polarizada. La polarización no es total, porque, por un lado, la luz solar no es totalmente paralela. Por otro lado, hay varios eventos de esparcimiento; primero de la luz solar directa, luego esta luz esparcida vuelve a esparcirse, continuando con el esparcimiento múltiple. Debido a que la cantidad de luz esparcida en un día claro, sin nubes, ni contaminación, es muy pequeña, sólo dos o tres eventos de esparcimiento contribuyen. De esta forma, en cualquier dirección, no sólo vemos luz esparcida una vez, sino hasta dos y tres veces, con diferentes direcciones de propagación y, por tanto, diferentes estados de polarización lineal. Aun así el primer esparcimiento es el más significativo y se observa que predomina en dirección ortogonal a la dirección de observación directa del sol.

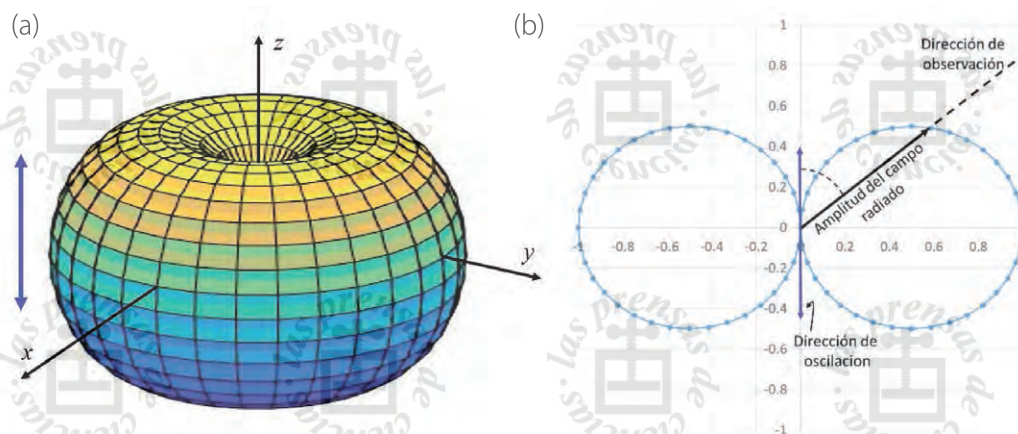


Fig. III.11 (a) Patrón angular de radiación de la luz dispersada por un dipolo oscilante; la flecha azul indica la dirección de la oscilación. (b) Corte transversal (en el plano yz), del patrón angular de radiación.

La luz es absorbida y casi inmediatamente reemitida en casi todas las direcciones o esparcida, esparciendo la luz y es lo que da color al cielo. La luz que es esparcida se encuentra polarizada, excepto en la dirección paralela al campo eléctrico, es decir, la dirección en la que incide la luz, sin embargo la luz que no está en este eje está polarizada y es cada vez mayor conforme aumenta el ángulo.

ACTIVIDAD ÓPTICA

En el caso de polarización lineal, el vector eléctrico solo oscila en un plano en un medio homogéneo e isotrópico, el estado de polarización se mantiene sin cambio. Existen, sin embargo, algunos materiales que provocan que el plano de polarización gire, cuando lo atraviesa luz linealmente polarizada; se dice que estos materiales son ópticamente activos. Este fenómeno se observó por primera vez en el cuarzo, pero tal vez la forma más fácil de observarlo es en una solución de azúcar en agua. Este fenómeno se da por el tipo de moléculas que tienen los materiales o sustancias; por ejemplo, el azúcar es sacarosa, una molécula quiral, es decir, no tiene simetría de espejo. Otra forma de decirlo es, si al realizar una inversión de las posiciones de los átomos en la molécula, en una dirección espacial arbitraria, la nueva disposición de los átomos no se puede llevar a la configuración original por medio de transformaciones rígidas, como rotaciones y traslaciones del conjunto de átomos, la molécula es diferente y se dice que es quiral. Esta estructura quiral hace que la respuesta de la molécula a una onda polarizada circularmente derecha sea diferente que para una onda polarizada circularmente izquierda; el índice de refracción para cada una de esas ondas es diferente y se dice que la molécula presenta birrefringencia circular. Una onda polarizada linealmente se puede escribir como una superposición de dos ondas circularmente polarizadas en diferente sentido, izquierdo y derecho; con la misma amplitud y una diferencia de fase determinada por la orientación del plano de polarización lineal. Debido a la diferencia de índices de refracción, la onda derecha se propaga con diferente velocidad de fase que la onda izquierda, resultando en una diferencia de fase diferente a la que tenían al llegar al material, haciendo que el plano de polarización lineal de la onda que emerge, sea diferente al del haz que incide.

En términos generales, la rotación del ángulo de polarización β depende linealmente con la concentración del material (pensando en el azúcar disuelta en agua), y con la longitud d de la trayectoria de la onda dentro del material ópticamente activo. Se define el Poder Rotatorio Específico (PRE) de cada sustancia como el cociente

$$PRE = \frac{\beta}{d} \quad (3.43)$$

RETARDADORES

Los retardadores son dispositivos ópticos que alteran el estado de polarización de la onda, produce un desfaseamiento entre los dos componentes perpendiculares de la polarización, un ejemplo de ello puede ser un cristal birrefringente. Cuando la onda entra al cristal, en general hay dos estados de polarización ortogonales para los cuales el índice de refracción es diferente y, por tanto, éstos dos estados de polarización viajan a diferente velocidad y tienen diferente longitud de onda dentro del material. En consecuencia, una de esas dos componentes sale primero que la otra, la otra componente se retrasa respecto de la primera, de allí el nombre de retardador. También la longitud de camino óptico es diferente y, por tanto, cada una de esas componentes sale con diferente fase. Si inicialmente las dos componentes entraron con una diferencia de fase cero e igual amplitud, su estado de polarización es lineal a 45° respecto del eje x ; al salir del retardador, su estado de polarización puede ser diferente, dependiendo de la longitud de la trayectoria y de la diferencia de índices de refracción (figura III.12).

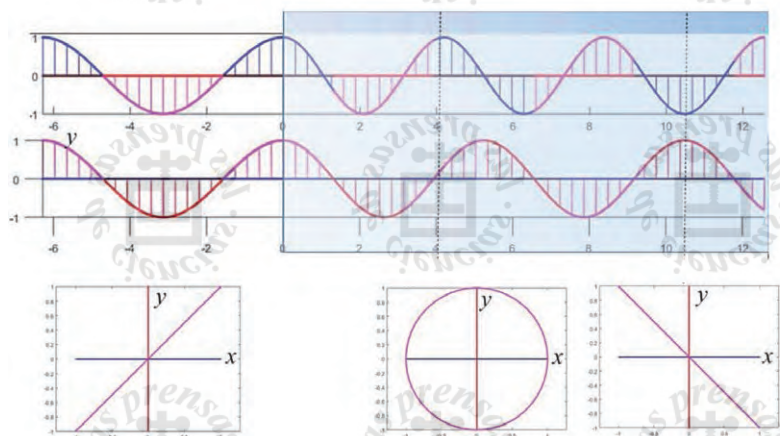


Fig. III.12 Cambios de fase entre dos ondas ortogonales que entran a un retardador. Inicialmente las dos ondas tienen la misma fase y amplitud, por lo que la onda total está linealmente polarizada a 45° respecto del eje x . Dentro del retardador cada componente cambia de longitud de onda de forma diferente. Cuando el cambio de fase relativo es 90° , la onda se polariza circularmente; cuando el cambio de fase es 180° , la polarización es de nuevo lineal pero a -45° respecto del eje x .

La fase relativa entre las dos componentes es diferente a lo que era inicialmente, por lo cual es diferente también el estado de polarización. Un retardador de cuarto de onda ($\lambda/4$) introduce un desfase de 90 grados, lo que provoca que una polarización lineal se convierta en polarización circular (si las amplitudes de las dos componentes son iguales) y viceversa. Un retardador de media longitud de onda ($\lambda/2$), aparentemente no transforma el estado de polarización; a la luz linealmente polarizada sólo le cambia la orientación del plano de polarización, de manera que si la onda incidente hace un ángulo θ con el eje del retardador, la luz transmitida hace un ángulo $-\theta$ con el mismo eje; a la luz circularmente polarizada le cambia el sentido del recorrido, derecha por izquierda y viceversa. Es importante resaltar aquí que la diferencia de fase que introduce el retardador depende de la frecuencia de la luz, pues de por el efecto de la dispersión de la luz, el índice de refracción es dependiente de esta cantidad.

REFERENCIAS

- [1] The Chemical Rubber Company, 1985. *Handbook of Chemistry and Physics*, 66a. ed. EUA: CRC Press, p. E-254.
- [2] Hecht, E., 2017. *Optics*. 5a. Ed., Malasia: Pearson, pp.121-148
- [3] Malacara, D., 2004. *Óptica Básica*. 2ª. Ed. México: Fondo de Cultura Económica, pp. 349-361.

PRÁCTICA 5. ESPECTROSCOPIA DE PRISMA

OBJETIVOS

- Aprender a alinear y calibrar un espectrómetro de prisma.
- Utilizar como base las cuatro líneas espectrales intensas de una lámpara de mercurio para calibrar un espectrómetro de prisma y medir la longitud de onda de líneas espectrales de diferentes lámparas.
- Observar los espectros de emisión de diversas fuentes luminosas, así como los espectros de absorción de algunas sustancias.

ACTIVIDADES PREVIAS

- A partir de las ecuaciones de Maxwell y las relaciones constitutivas (ecuaciones 3.1 a 3.6), obtén la ecuación de onda (3.7).
- Demuestra que la fuerza entre una carga puntual Q colocada a una distancia x ($\leq a$) del origen y una carga total q , uniformemente distribuida en una esfera de radio a , centrada en el origen, está dada por

$$F = \frac{qQ}{a^3} x \quad (\text{V.1})$$

Sugerencia: recuerda que el campo eléctrico producido por un cascarón esférico de carga es nulo en su interior y que en el exterior es igual al campo producido por la misma cantidad de carga localizada en el centro de la esfera.

- El índice de refracción de un prisma de ángulo ápice α se relaciona con el ángulo de mínima desviación $\delta_{\min}$ de un haz de rayos paralelos que atraviesa el prisma, por la ecuación (2.7) (Ver teoría del capítulo II). a) Despeja de ella a $\delta_{\min}$ y escribe la ecuación obtenida. b) Usando el índice de refracción del vidrio NBK7 para cada longitud de onda contenida en la tabla V.1, encuentra el ángulo de desviación mínima correspondiente a un prisma cuyo ángulo ápice es $\alpha = 60^\circ$. c) Elabora una gráfica de $\delta_{\min}$ vs λ . Por interpolación lineal (ver sección **Método de interpolación lineal** del Capítulo 5, pág. 132), deduce la longitud de onda cuyo ángulo de desviación mínima corresponde a i) 39.6° , ii) 39° y 38.5° .

Tabla V.1 Índices de refracción para el vidrio NBK7 a diferentes longitudes de onda [Ref.1]

λ (nm)	Designación	Línea espectral usada	Elemento	Índice de refracción n
706.5188	r	Línea roja del helio	He	
656.2725	C	Línea roja del hidrógeno	H	1.51432
643.8469	C'	Línea roja del cadmio	Cd	
632.8		Láser gaseoso de helio-neón	He-Ne	
589.2938	D	Línea amarilla del sodio (centro del doblete)	Na	
587.5618	d	Línea amarilla del helio	He	1.51680
546.0740	e	Línea verde del mercurio	Hg	1.51872
486.1327	F	Línea azul del hidrógeno	H	
479.9914	F'	Línea azul del cadmio	Cd	1.52283
435.8343	g	Línea azul del mercurio	Hg	1.52668
404.6561	h	Línea violeta del mercurio	Hg	1.53024

- Obtén datos numéricos de las principales longitudes de onda del espectro de emisión del mercurio (Hg). Sugerencia: ingresa a la base de datos de espectros atómicos del NIST (National Institute of Standards and Technology, de Estados Unidos) en la siguiente dirección (http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines_form.html), llena el formulario especificando el elemento químico deseado, así como el rango de longitud de onda y la intensidad relativa mínima.
- Para la sesión en la que se observarán espectros de absorción, trae diferentes colorantes (al menos tres distintos). En el caso de pigmentos que requieran preparación, tráelos listos para ser usados. Para preparar una solución de clorofila, puedes machacar hojas de cilantro o perejil en un vaso con alcohol etílico.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Lista de material mínimo	
Espectrómetro	Lámpara de mercurio
Lámpara de sodio	Lámpara de cadmio
Otras lámparas espectrales	Prisma dispersor
Lente positiva de distancia focal pequeña ($f=6$ cm, aproximadamente) con carro para riel como base	Lámpara de luz blanca
	Lámpara auxiliar
Prisma hueco	Pantalla opaca

Alineación del espectrómetro.

1. Comprueba si el espectrómetro que vas a usar se encuentra alineado. De ser necesario, realiza las correcciones necesarias siguiendo las instrucciones del apéndice A, de ésta práctica. Asegúrate que el espectrómetro se encuentra alineado y listo para trabajar.

Calibración del espectrómetro.

1. Coloca una lámpara de luz blanca de manera que ilumine la rendija del colimador; de ser necesario, utiliza una lente para concentrar la luz sobre la rendija.
2. Coloca el prisma dispersor sobre la tornamesa de manera que el haz de rayos paralelos que sale del colimador entre por una de las caras pulidas del prisma. Identifica el haz refractado después de atravesar dos de las caras del prisma. Debes poder observar el espectro de luz blanca (semejante al arcoíris, pero sin curvatura), proyectado sobre una pantalla. Describe el orden de los diferentes colores y distingue claramente cuál color se desvía más.
3. Ubica el telescopio de forma que capte los rayos refractados referidos en el punto anterior y observa de nuevo el espectro de luz blanca.
4. Cambia la lámpara de luz blanca por una lámpara de mercurio. Observa el espectro de líneas. Orienta el prisma de manera que las líneas se vean nítidas, rectas y lo más separadas posible entre ellas.
5. Fija la posición del prisma, se recomienda hacerlo de modo que las mediciones sean reproducibles; una manera de hacer esto es colocar el prisma en la orientación tal que el ángulo de desviación sea mínimo para una longitud de onda específica..
6. Identifica las líneas más prominentes (violeta, azul, verde y amarilla), y mide la desviación angular δ de cada una de estas líneas; δ se define como la diferencia entre la posición an-

gular del telescopio cuando se observa directamente la rendija (sin prisma) y la posición angular cuando se observa la rendija al través del prisma; cada línea espectral de diferente color o longitud de onda tiene diferente desviación angular.

7. Con ayuda de la tabla V.1, consultando la bibliografía, bases de datos del NIST o alguna otra fuente de información confiable, identifica la longitud de onda de cada línea espectral y haz la gráfica de δ vs. λ .

Identificación de otras fuentes luminosas.

1. Con el prisma en la misma posición en la que se utilizó para las mediciones con la lámpara de mercurio, sustituye la lámpara por la de otro elemento o combinación de ellos.
2. Describe el espectro observado, en cuanto a colores que lo componen (ejemplos: azul, azul-verde, verde claro, naranja, etc.), posición relativa entre ellos (cuáles líneas están cercanas entre sí, cuales están lejanas de las demás), intensidad relativa (muy intensa, intensa, poco intensa, muy tenue, casi invisible).
3. Mide la desviación angular de las líneas que observas y determina por interpolación lineal sobre la gráfica obtenida en el punto 7 de la sección anterior, la longitud de onda de las líneas observadas.
4. Compara tus resultados con la información bibliográfica o de internet, acerca de las principales líneas espectrales de otros elementos e identifica los elementos químicos contenidos en la lámpara analizada.
5. Repite este procedimiento para al menos otras dos lámparas espectrales diferentes.

Observación de un espectro continuo y de luz monocromática.

1. Coloca una lámpara de luz blanca de filamento; por ejemplo, puedes usar la lámpara de luz colimada. Describe el espectro observado.
2. Mide las desviaciones angulares de los bordes rojo y violeta del espectro. Con la calibración realizada con la lámpara de mercurio, determina las longitudes de onda de los límites del espectro visible.
3. Mide las desviaciones angulares de los límites de las regiones violeta, azul, verde, amarillo, naranja y rojo del espectro de luz blanca y determina sus longitudes de onda.
4. Coloca un láser de He-Ne rojo y describe el espectro observado. PRECAUCIÓN: Para observar luz láser, atenúa con polarizadores cruzados o filtros neutros la luz que sale del láser.
5. Determina las longitudes de onda de las líneas observadas.
6. Realiza el mismo procedimiento para láseres de otros colores (verde, naranja, etc.), según la disponibilidad del laboratorio. Describe lo que observas en cada caso.
7. Realiza el mismo procedimiento para otras lámparas luminosas (por ejemplo, lámparas fluorescentes, LEDs de diferentes colores, lámparas de “luz negra”, etc.), según la disponibilidad del laboratorio. Describe también lo que observas en cada caso.

Observación de espectros de absorción.

1. Con la lámpara de luz blanca y el prisma en la misma posición de calibración, coloca un filtro de color rojo frente a la lente del colimador; observa y describe el espectro observado. Este es un espectro de absorción.
2. Determina las longitudes de onda de los límites de la(s) banda(s) de absorción.
3. Realiza el mismo procedimiento con otros filtros de diferente color.
4. Mediante un procedimiento similar observa los espectros de absorción de diferentes pigmentos o colorantes en disolución. Para ello prepara en casa diferentes soluciones

concentradas. Por ejemplo, para obtener clorofila en disolución, machaca con un poco de agua, en un recipiente de vidrio o porcelana, partes verdes de alguna planta tal como la espinaca, cilantro, perejil e inclusive pasto; para separar la disolución de clorofila utiliza un filtro fino como el que se usa para café (puedes utilizar un pedazo de tela y hasta una servilleta de papel). De igual forma puedes obtener disoluciones de diferente color, usando betabel, zanahoria y otros vegetales de colores vistosos. También puedes utilizar colorantes de cocina u otros solubles en agua que tengas a la mano.

5. Para observar el espectro de absorción de la disolución, coloca una cuba entre la lámpara y la rendija del colimador. Introduce en ella un poco de agua y paso a paso, deposita pequeñas cantidades de la disolución de interés; un gotero o una jeringa es útil para ese propósito. Utiliza la concentración de colorante necesario para observar las diferentes bandas de absorción, sin que se absorba totalmente o casi, la luz transmitida. Si no se cuenta con una cuba apropiada, utiliza un prisma hueco en lugar del prisma de vidrio original. En este caso la calibración original ya no es válida y habría que volver a realizarla con este prisma y su contenido.

Actividad extra 1: análisis de intensidades.

1. Obtén fotografías digitales de las líneas espectrales de diferentes lámparas.
2. Obtén el perfil de intensidades de las fotografías de las líneas espectrales utilizando el programa *Image J* (consulta la sección **Captura, análisis y tratamiento de imágenes digitales**, del Capítulo V, pp. 129-132).
3. Compara la intensidad relativa de las líneas en tus fotografías y las mostradas en la tabla 3.2 de líneas espectrales del mercurio. ¿Existen discrepancias entre los valores? Si es así, ¿a qué pueden deberse?

Actividad extra 2: determinación del tipo de vidrio del prisma.

1. Grafica el índice de refracción contra la longitud de onda de todas las líneas que hayas medido y haciendo la comparación con los datos que proporciona el fabricante. Para obtener una lista de tipos de vidrio y sus características puedes consultar el catálogo de vidrios: *Schott, Glass Technologies, Inc., Optical Glass* (https://www.schott.com/advanced_optics/english/download/index.html). Determina las diferentes posibilidades sobre el tipo de vidrio con el cual fue fabricado el prisma. ¿Cómo podrías discriminar de entre ellos el vidrio correcto?

GUÍA PARA LA DISCUSIÓN

Medición del ángulo del prisma.

1. Utilizando la ecuación (2.8) de la sección **Método del ángulo de desviación mínima**, de la pág. 31, determina el ángulo α del prisma. De los cinco o más valores medidos, obtén el valor medio y la desviación estándar. Esta última, ¿es menor, mayor o igual que la resolución del vernier angular?; por lo tanto, ¿cuál es la incertidumbre de la medición?

Medición del índice de refracción del prisma.

1. Usa la ecuación (2.7) del capítulo II para determinar el índice de refracción del prisma. De las cinco o más mediciones, determina el valor medio y la desviación estándar. ¿Cuál es la incertidumbre de la medición?

Medición de longitudes de onda de líneas desconocidas.

1. Con los resultados de desviación obtenidos para la lámpara de mercurio, y haciendo uso de los datos mostrados en la Tabla 3.2, pp.60-61, haz una gráfica de desviación δ vs. longi-

tud de onda λ , con el fin de utilizar este espectro como estándar. Por interpolación lineal, en la gráfica realizada para el mercurio, determina las longitudes de onda de las líneas observadas con las diferentes lámparas. Compara tus resultados con los mostrados en la Tabla 3.2, pág. 60.

2. Observación de un espectro continuo, de luz monocromática y de espectros de absorción. Describe de manera cualitativa lo que observaste. Ilustra con dibujos o fotografías los espectros observados.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Schott, Glass Technologies, Inc., 1989. *Optical Glass*. p. 4

ANEXO A

Descripción de un espectrómetro.

Se llama espectroscopio a aquél instrumento que permite observar los espectros luminosos de diferentes sustancias; cuando el instrumento permite realizar mediciones de frecuencia o de longitud de onda, se llama espectrómetro. En el caso en que además permita medir la intensidad luminosa para diferentes frecuencias, el instrumento se conoce como espectrofotómetro (ver Malacara, D., 2004. *Óptica Básica*. 2ª. Ed. México: Fondo de Cultura Económica, pp. 143-144).

Un espectrómetro es un instrumento de medición de alta precisión. Esencialmente consta de un colimador, un elemento dispersor (prisma o rejilla de difracción), y un telescopio, como elementos ópticos (figura II.6). En el aspecto mecánico, se trata de los soportes de cada uno de los elementos ópticos. El soporte del colimador normalmente está fijo y está orientado de manera que el eje del colimador adopte una dirección horizontal, cuenta con algunos elementos de alineación para asegurar esto. El soporte del prisma es una mesa horizontal, con libertad para girar en torno a un eje vertical; también cuenta con tres tornillos para nivelar la mesa y hacer paralelas las caras del prisma con el eje de giro de la mesa. Finalmente, el soporte del telescopio debe ser tal que también oriente el eje del mismo en un plano horizontal; los ejes del colimador y del telescopio deben intersectar al eje de giro de la mesa del prisma y deben ser ortogonales al mismo. El soporte del telescopio también permite girar su eje óptico en un plano horizontal, apuntando siempre al centro de la mesa del prisma. Por lo tanto el eje de giro de la mesa y del soporte del telescopio deben coincidir (ver figura III.13).

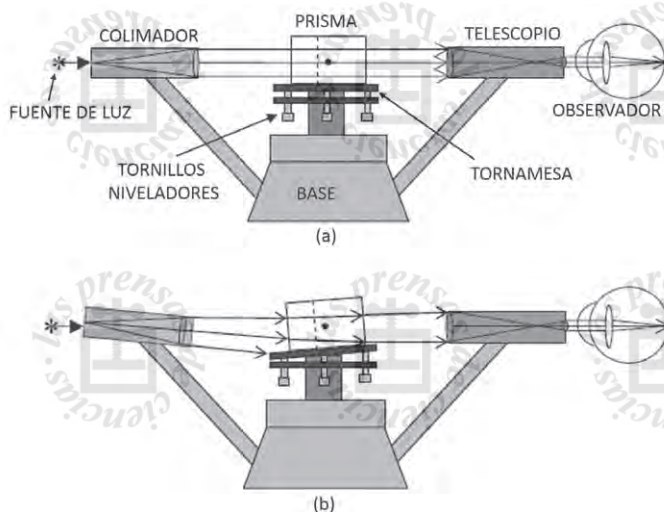


Fig. III.13 a) Vista lateral del espectrómetro alineado. b) Espectrómetro con colimador desenfocado y desalineado y tornamesa desnivelada.

Alineación del espectrómetro

Para que las mediciones del espectrómetro se realicen de forma correcta, este debe estar bien alineado. De esta forma se reducen de forma importante la posibilidad de introducir algunos errores relacionados con la medición de los ángulos; por ejemplo, si el plano de incidencia no se encuentra en el mismo plano definido por el instrumento, los ángulos medidos no corresponden a sus valores reales. La alineación del espectrómetro debe conseguir que:

1. El telescopio esté enfocado para luz paralela y la retícula de hilos cruzados debe estar en el foco posterior del objetivo de telescopio. Para comprobar esto, dirige el telescopio hacia un objeto, lo más lejano posible, el objeto debe verse enfocado; en caso contrario, es necesario enfocar la imagen utilizando la perilla del telescopio. Es importante que el operador utilice sus anteojos correctores de defectos visuales refractivos, tales como miopía, hipermetropía y astigmatismo; de otra forma el enfoque no será correcto. Una vez enfocado el telescopio a infinito, no debe moverse la perilla de enfoque porque habrá que repetir el procedimiento.
2. El colimador debe estar enfocado para producir luz paralela a partir de la luz transmitida por la rendija. Para comprobar esto, debe iluminarse la rendija del colimador con una fuente luminosa y debe observarse su imagen a través del telescopio, previamente enfocado a infinito. La imagen de la rendija debe observarse de manera nítida y enfocada; en caso contrario, debe enfocarse el colimador con su propia perilla. La rendija debe cerrarse convenientemente hasta observar una imagen lo más angosta posible.
3. Los ejes ópticos del colimador y del telescopio deben estar perpendiculares al eje de giro de la tornamesa.
4. El colimador y el telescopio deben estar a la misma altura y ser paralelos. Antes de colocar un prisma, la imagen de la rendija del colimador debe estar vertical y centrada en el campo visual del telescopio (ver figura III.14a). Si la imagen de la rendija está inclinada como en la figura III.14b), debe girarse la rendija hasta llevarla a una orientación vertical. Si la imagen de la rendija no está centrada, como en la figura III.14c), los ejes ópticos del colimador y del telescopio no son paralelos. Para corregir este error, es necesario consultar el manual del instrumento y seguir sus instrucciones; el proceso de alineación puede ser laborioso y tardado, por lo que debe evaluarse la posibilidad de trabajar con una pequeña desalineación, antes de iniciar la corrección.

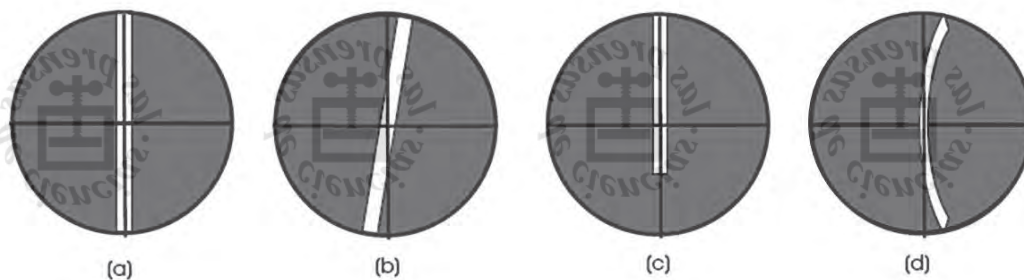


Fig. III.14 Imagen de la rendija observada al través del telescopio. (a) Rendija alineada y centrada, (b) rendija inclinada, (c) rendija descentrada por falta de alineación del colimador respecto del telescopio, (d) imagen astigmática por desenfoque del colimador (observación a través de un prisma).

PRÁCTICA 6. CURVAS DE INTENSIDAD (ECUACIONES DE FRESNEL)

OBJETIVOS

- Medir el índice de refracción de un semidisco de acrílico mediante la determinación del ángulo de Brewster.
- Determinar el comportamiento de la energía reflejada y transmitida en la interfase de dos medios transparentes como función del ángulo de incidencia, para dos estados de polarización ortogonales (s y p, o $\perp$ y $\parallel$)
- Estudiar de manera cualitativa el estado de polarización de la luz reflejada para reflexión total interna y los cambios de fase que toman lugar.

ACTIVIDADES PREVIAS

- Lee sección de teoría correspondiente a las ecuaciones de Fresnel.
- Demuestra que la reflectancia paralela se anula al ángulo de Brewster.
- Utilizando las ecuaciones de Fresnel, haz una gráfica de la reflectancia R y transmitancia T , para ángulos de incidencia entre 0° y 90° . Haz esto para incidencia interna y externa, utiliza los siguientes índices de refracción $n_1 = 1.0$ y $n_2 = 1.46$.
- En referencia a las ecuaciones de Fresnel, para el caso de Reflexión Total Interna, a) demuestra que los coeficientes de reflexión de amplitud $r_{\parallel}$ y $r_{\perp}$, son funciones complejas. b) Demuestra que su norma vale 1. c) Demuestra que el argumento $\delta_{\parallel}$ y $\delta_{\perp}$ correspondiente a cada coeficiente $r_{\parallel}$ y $r_{\perp}$ está dado por

$$\tan\left(\frac{\delta_{\parallel}}{2}\right) = \frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}}{n^2 \cos\theta_i} \quad (\text{VI.1})$$

y

$$\tan\left(\frac{\delta_{\perp}}{2}\right) = \frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}}{\cos\theta_i} \quad (\text{VI.2})$$

Sugerencia: observa que los coeficientes de reflexión de amplitud $r_{\parallel}$ y $r_{\perp}$, están expresados como una fracción, donde el numerador y el denominador son complejos conjugados. d) Demuestra que la diferencia de fase $\Delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp}$, entre las componentes paralela y ortogonal de la onda reflejada está dada por

$$\tan\left(\frac{\Delta}{2}\right) = \frac{\cos\theta_i \sqrt{\sin^2\theta_i - n^2}}{\sin^2\theta_i} \quad (\text{VI.3})$$

e) Grafica $\delta_{\parallel}$, $\delta_{\perp}$ y Δ , desde el ángulo crítico θ_c hasta $\pi/2$ radianes, para $n = 1.5$; incluye una tabla de datos a graficar con al menos 10 puntos.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Lista de material mínimo		
Semidisco de acrílico	Mesa giratoria graduada	2 polarizadores
Medidor de potencia de haces luminosos.	Láser (de preferencia polarizado) o lámpara de luz colimada.	

Construcción y alineación del dispositivo experimental.

- Construye el arreglo experimental mostrado en la figura III.15. Cuida que el haz incidente pase por el centro de la mesa giratoria, que la cara plana del semidisco de acrílico pase sobre la línea de 90° , y que su superficie curva sea concéntrica con el eje de rotación de la mesa giratoria. Comprueba que a 0° , los ángulos de reflexión y de transmisión sean nulos también.

Determinación del eje de transmisión de los polarizadores.

- Para un ángulo de incidencia externa de aproximadamente 45° , encuentra la orientación del polarizador para la cual el haz reflejado observado en una pantalla alcanza un mínimo de intensidad. Puedes hacer uso del fotómetro para obtener un resultado más preciso. En este caso, el eje de transmisión del polarizador es paralelo al plano de incidencia. Marca esta posición en el polarizador para poder saber en todo momento la orientación de su eje de transmisión. Realiza lo mismo para un segundo polarizador que utilizarás posteriormente como analizador.

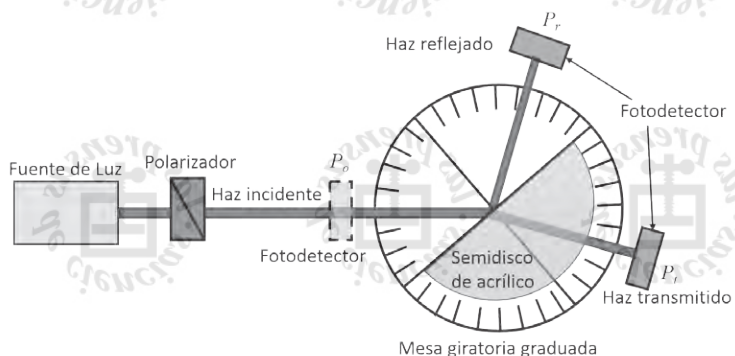


Fig. III.15 Arreglo experimental para medir las intensidades incidente, reflejada y transmitida.

Medición del índice de refracción.

- Orienta el eje del polarizador de manera paralela al plano de incidencia. Observando el haz reflejado en una pantalla, determina el ángulo de incidencia externa para el cual la intensidad de éste alcanza un mínimo. Puedes hacer uso del fotómetro para obtener un resultado más preciso. Anota el valor obtenido y realiza esta medición al menos cinco veces. Determina también el ángulo de polarización para incidencia interna repitiendo el procedimiento anterior pero haciendo incidir el haz desde la parte circular del semidisco.

Estado de polarización de los haces reflejado y transmitido con respecto al incidente.

- Coloca un segundo polarizador (analizador), en el camino del haz reflejado, con su eje de transmisión ortogonal al primero. Observa en una pantalla la intensidad del haz y anota cualquier cambio que observes. Realiza esto girando poco a poco el semidisco, de forma que realices un barrido de ángulos de incidencia, para cada uno de los cuatro casos de la siguiente actividad (casos I, II, III y IV). Posteriormente, realiza la misma actividad pero con el haz transmitido.

Determinación de las curvas de intensidad.

- Mide la potencia luminosa de los haces incidente, reflejado y transmitido, para ángulos de incidencia entre 0° y 90° , cada 5° y anota tus mediciones en forma de tabla. Procura mantener el medidor siempre a la misma distancia del semidisco. Lleva al cabo lo anterior para los siguientes cuatro casos:

- i. Incidencia externa, polarización paralela
- ii. Incidencia externa, polarización ortogonal
- iii. Incidencia interna, polarización paralela
- iv. Incidencia interna, polarización ortogonal

Sugerencia: Utiliza la plantilla al final de la práctica para anotar los datos medidos.

Cambios de fase en reflexión total interna (RTI).

- Gira la mesa giratoria graduada de manera que el haz incidente llegue a la interfase plana, desde el acrílico (incidencia interna) y que el ángulo de incidencia sea ligeramente mayor al ángulo crítico (de 1 a 3 grados por arriba del ángulo crítico estará bien). Coloca el eje del polarizador a $\alpha = 45^\circ$ con respecto al plano de incidencia, de manera que la amplitud de la componente paralela sea igual a la de la componente ortogonal y que ninguna de las componentes sea nula. Coloca un analizador en la trayectoria del haz reflejado y gíralo a diferentes ángulos $\beta \in (0, 2\pi)$; observa la intensidad del haz transmitido ¿es constante? Si no es así, describe cualitativamente cómo varía la intensidad; anota el ángulo de mayor y menor intensidad del haz que atraviesa el analizador. β_{max} y β_{min} . ¿Qué puedes decir acerca de lo que le sucede al haz reflejado?, ¿cómo es su polarización, igual o diferente a la del haz incidente?

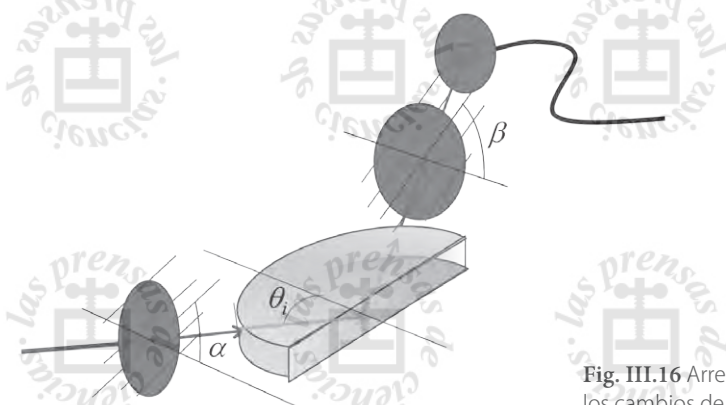


Fig. III.16 Arreglo experimental para estudiar los cambios de fase en reflexión total interna.

- De nuevo, colocando el polarizador a un ángulo $\alpha = 45^\circ$, mide con un medidor de potencia de haces luminosos, la potencia de la luz transmitida para diferentes ángulos $\beta = 0, 5, 10, 15, \dots, 175, 180^\circ$. Para cada valor medido, obtén la amplitud del campo eléctrico, multiplicada por un factor constante.

Nota: Recuerda que la intensidad o irradiancia de un haz luminoso es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo:

$$I = C \|\vec{E}\|^2 \quad (\text{VI.4})$$

y que la potencia luminosa P se relaciona con la intensidad I a través del área transversal A del haz, como sigue

$$P = IA \quad (\text{VI.5})$$

de manera que la magnitud del campo eléctrico es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la potencia medida

$$\|\vec{E}\| = \sqrt{\frac{P}{CA}} \propto \sqrt{P} \quad (\text{VI.6})$$

Realiza una gráfica polar de la amplitud del campo $\|\vec{E}\|$ vs β . Completa la gráfica hasta 360° , tomando en cuenta que el eje del polarizador no tiene sentido; es decir, es igual tener 0° que 180° , o 90° que 270° , etc.

Repite este procedimiento para otros ángulos de incidencia. ¿El resultado es el mismo? ¿Qué sucede si cambias α ?

GUÍA PARA LA DISCUSIÓN

Medición índice de refracción.

1. Utiliza la ecuación (3.38) para calcular el índice de refracción del semidisco a partir del ángulo de Brewster. Anota el valor promedio, la desviación estándar y el error propagado durante las operaciones para las cinco mediciones que realizaste.
2. Compara tus resultados con aquéllos que obtuviste en la práctica 2 y con los encontrados en la bibliografía.

Estado de polarización de los haces reflejado y transmitido con respecto al incidente.

1. En cada uno de los casos, ¿la intensidad del haz reflejado o transmitido alcanza un valor apreciable para algún ángulo de incidencia o se mantiene siempre en un valor mínimo sin haber mayor cambio?

78

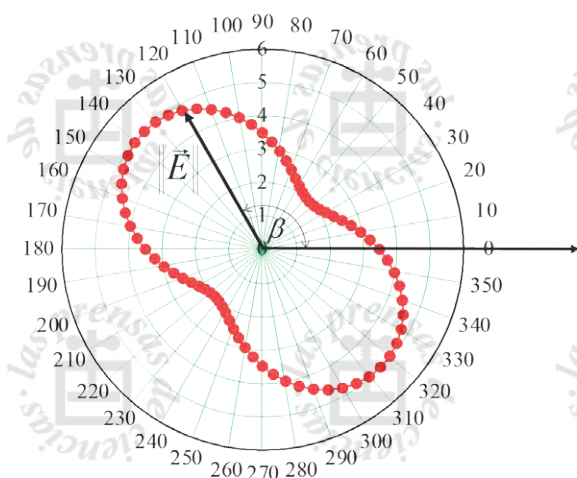


Fig. III.17 Ejemplo de una gráfica polar

2. De acuerdo a lo anterior, ¿hay cambios del estado de polarización en alguno de los casos? (Recuerda que cuando el analizador está orientado de forma ortogonal al polarizador por el que pasa el rayo incidente la intensidad del haz transmitido es cero o mínima; entonces, cualquier cambio en la intensidad del haz transmitido o reflejado indicará un cambio en el estado de polarización.)

Determinación de las curvas de intensidad.

1. Para cada uno de los casos establecidos en la actividad **Determinación de las curvas de intensidad**, elabora gráficas de (potencia reflejada/potencia incidente) vs ángulo de incidencia y de (potencia transmitida/potencia incidente) vs ángulo de incidencia.
2. Compara los resultados obtenidos con aquéllos predichos por las ecuaciones de Fresnel. Para esto, utiliza el índice de refracción que calculaste en esta práctica. Señala los principales acuerdos, así como las discrepancias y discute los resultados obtenidos.
3. ¿Por qué en reflexión externa la curva experimental se aproxima más a la esperada que en los otros casos?

Cambios de fase en reflexión total interna.

1. ¿Para algún ángulo del analizador observas que la intensidad del haz reflejado sea nula?
2. ¿A qué puede deberse esto, a un cambio en la intensidad, un cambio en el plano de polarización o un cambio de fase? Explica por qué se debe o no a cada uno de estos fenómenos. (Recuerda que el haz incidente se hizo pasar a través de un primer polarizador que lo polarizó linealmente, por lo que si no se diera un cambio de fase, el haz reflejado estaría también polarizado linealmente y en algún ángulo del analizador se observaría una intensidad nula)

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Hecht, E., 2017. *Optics*. 5a. Ed., Malasia: Pearson, pp. 121-148.
- [2] Ref. [1], pp. 338-344.
- [3] Malacara, D., 2004. *Óptica Básica*. 2ª. Ed. México: Fondo de Cultura Económica, pp. 349-361

79

Plantilla para la toma de datos en la sección **Determinación de las curvas de intensidad**.
Se requieren 4 plantillas iguales para todos los datos

θ_i (grados)	Polarización: ($\perp$ o $\parallel$) – Incidencia:						(Interna o Externa)		
	P_o	δP_o	Unidades	P_r	δP_r	Unidades	P_t	δP_t	Unidades
5									
10									
15									
20									
25									
30									
35									
40									
45									
50									
55									
60									
65									
70									
75									
80									
85									

PRÁCTICA 7. POLARIZACIÓN

OBJETIVOS

- Comprobar la Ley de Malus
- Estudiar y describir diferentes métodos de producir luz polarizada.
- Estudiar algunos fenómenos relacionados con la luz polarizada, así como sus posibles aplicaciones.

A. POLARIZADORES LINEALES

Actividades previas

- Demuestra la ley de Malus. Sugerencia: Describe la luz incidente sobre el polarizador lineal como una onda plana linealmente polarizada oscilando a lo largo del eje z ; considera un polarizador lineal ideal que transmite sin absorción al campo eléctrico paralelo a su eje de transmisión y absorbe completamente al campo eléctrico ortogonal a este eje. Supón que el eje de transmisión del polarizador hace un ángulo θ respecto al eje z .

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo	
Fuente de luz, que puede ser una lámpara de luz colimada o un láser; en éste último caso prefiere el uso de un láser polarizado, aunque puede usarse un láser sin polarizar. Cada fuente luminosa con su fuente de poder y montura y soportes necesarios para alinearse correctamente.	
Dos polarizadores lineales polaroid con monturas giratorias graduadas al menos cada 5° .	Un banco o una mesa ópticos.
Un fotómetro o medidor de potencia de haces láser.	Opcional: Dos polarizadores de cristal; pueden ser prismas de Nicol, Glan-Thomson o Glan-Foucault
Opcional: láseres de He-Ne de diferentes colores, polarizados.	Opcional: filtros de color de banda angosta.

1. Determina con la mayor precisión posible, el eje de transmisión de cada uno de los polarizadores usados y coloca una marca sobre la montura de cada uno; estas serán las referencias para determinar el ángulo θ . Sugerencia: sigue el procedimiento de la sección **Determinación del eje de transmisión de los polarizadores**, de la práctica 6.
2. Construye el arreglo experimental mostrado en la figura III.18; el primer polarizador se usa para producir luz linealmente polarizada, por lo que si usas un láser polarizado sólo necesitas un polarizador. Alinea la fuente luminosa de manera que el haz de luz pase por el centro de los polarizadores e incida sobre el fotodetector del fotómetro. Los polarizadores y el fotodetector deben estar perpendiculares a la dirección del haz incidente. Busca, en lo posible, que la mayor cantidad de luz pase por cada polarizador e incida en el fotodetector.
3. Quita el segundo polarizador (analizador) y mide la irradiancia del haz linealmente polarizado. Si usas un medidor de potencia de haces láser, recuerda que la irradiancia y la potencia son directamente proporcionales entre sí, siendo el factor de proporcionalidad inverso al área del haz, por lo que mientras no se cambie el área transversal del haz, las medidas relativas de irradiancia y potencia deben ser las mismas. Realiza al menos 5 mediciones, para obtener su promedio y desviación estándar.

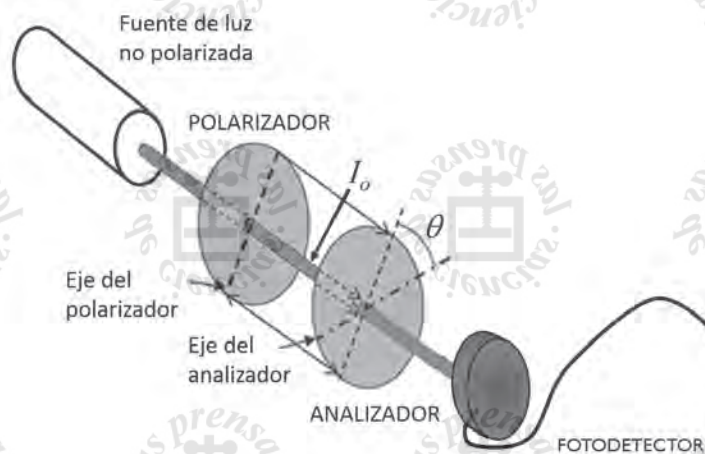


Fig. III.18 Arreglo experimental para estudiar la ley de Malus

4. Mide la irradiancia I_t transmitida al través del analizador. Realiza esto para varios ángulos θ , definidos por el plano de oscilación del haz polarizado (eje de transmisión del polarizador, cuando está presente) y la dirección de transmisión del analizador (ángulo resultante entre los dos polarizadores). Sugerencia: considera valores de θ comprendidos en el intervalo $0 - 180^\circ$ y realiza mediciones cada 5° .

NOTAS IMPORTANTES

- Monitorea continuamente la intensidad I_0 , si observas que su valor varía apreciablemente durante el tiempo que realizas las mediciones, trata de estabilizar la intensidad I_0 , con alguno de los métodos descritos a continuación; si esto no es posible, o ningún método funciona, entonces es necesario modificar el procedimiento experimental, midiendo también I_0 cada vez que realices una medición de I_t .
- Las variaciones en I_0 observado, puede deberse, entre otras posibles causas a las siguientes: a) que la fuente luminosa no ha alcanzado su temperatura de operación normal; b) que cuando se usa de un láser no polarizado, la polarización instantánea del haz incidente en el primer polarizador cambia continuamente ocasionando que la luz transmitida después del primer polarizador sea diferente en cada instante; c) una tercera causa puede ser que la fuente de poder eléctrica sea inestable. En el primer caso, la intensidad luminosa tiende a estabilizarse con el tiempo que dure encendida la fuente luminosa, por lo que sólo es cuestión de esperar un tiempo razonable para que la fuente adquiera una mayor estabilidad; un láser de He-Ne tarda alrededor de 1.5 horas estabilizarse en intensidad; a partir de entonces las variaciones de intensidad pueden ser suficientemente pequeñas y lentas (alrededor de un 10% en una hora) para realizar las mediciones sin mayor corrección, a menos que se requiera mayor precisión. En el segundo caso, si las variaciones impiden realizar mediciones adecuadas, deberá usarse otra fuente luminosa más estable, como un láser polarizado o una lámpara de luz colimada. En el tercer caso, puede ser necesario cambiar la fuente de poder eléctrica.
- Si la intensidad a medir no es suficiente para ser medida por el fotómetro, puede usarse una lente positiva para concentrar mayor cantidad de luz sobre el fotodetector.

Elabora la gráfica de $T = I_t/I_0$ vs θ y realiza los cálculos, cambios de variable, o ajustes de datos experimentales necesarios para encontrar la relación entre T y θ . No olvides incluir las barras de error correspondientes.

ACTIVIDAD OPCIONAL 1:

Repite el procedimiento anterior para polarizadores lineales de cristal.

ACTIVIDAD OPCIONAL 2

Repite el procedimiento anterior para polarizadores lineales polaroid usando diferentes longitudes de onda. Para ello, puedes utilizar láseres de diferentes colores o la lámpara de luz colimada con filtros de color de banda angosta.

Guía para la discusión

- ¿Experimentalmente, cuales son las intensidades máxima y mínima que transmite el polarizador lineal?
- ¿Se cumple la ley de Malus? En caso negativo, ¿cuál es la relación entre los datos experimentales obtenidos para T y θ ? ¿Es posible escribir una relación semejante a la ley de Malus, pero incluyendo algunos parámetros adicionales?
- Para argumentar tus respuestas ¿es conveniente hacer otro tipo de gráficas? ¿Es conveniente realizar algún cambio de variable?
- ¿Puedes explicar las discrepancias entre los resultados experimentales y la teoría? ¿Consideras que durante el desarrollo del procedimiento experimental, existió la posibilidad de que las irradiancias medidas se hayan visto alteradas por un cambio en el área del haz medido o por otro tipo de alteraciones no atribuibles al puro efecto de los polarizadores?
- Si se hace pasar un haz de luz no polarizado entre dos polarizadores cruzados y se inserta entre los dos un tercer polarizador no paralelo a los dos primeros, ¿la intensidad transmitida será nula? Si el ángulo entre los dos primeros es ϕ ¿cuál será la transmitancia final?

B. POLARIZACIÓN POR BIRREFRINGENCIA [Ref. 5]**Actividades previas**

- Busca en la bibliografía los siguientes términos, conceptos y magnitudes y anótalos en tu bitácora:
 1. Sólido cristalino o cristal.
 2. Sólido amorfo.
 3. Birrefringencia.
 4. Eje óptico de un cristal.
 5. Cristales uniaxiales y biaxiales.
 6. Cristales positivos y negativos.
 7. Rayos ordinario y extraordinario.
 8. Ondas ordinaria y extraordinaria.
 9. Índices ordinario y extraordinario.
 10. Principio de Huygens y su aplicación al estudio de la birrefringencia en cristales.
 11. Elabora diagramas que describan los estados de polarización de las ondas ordinaria y extraordinaria, en relación al eje óptico de un cristal uniaxial.

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
Un cristal de calcita (utiliza de preferencia uno con las caras pulidas y con la menor cantidad de imperfecciones en su interior).		
Un polarizador.	Vernier	Espectrómetro
Tres láseres de He-Ne, de luz verde, roja y naranja, respectivamente	Una lámpara de luz colimada con diafragma de rendija	Una mesa giratoria graduada
Una hoja de papel con texto	Una regla graduada en milímetros	

1. Coloca un cristal de calcita sobre la hoja de papel con texto o figuras bien definidas y observa las figuras al través del cristal, ¿qué observas?
2. Coloca un polarizador lineal sobre el cristal, ¿observas alguna diferencia?
3. Gira el cristal ¿Qué sucede?
4. Gira el polarizador ¿Qué observas?
5. Coloca el cristal sobre la mesa giratoria, haz incidir un haz angosto de luz blanca colimada en dirección normal sobre una de las caras del cristal. ¿Es posible observar la propagación de la luz por el interior del cristal? Repite este procedimiento para diferentes ángulos de incidencia y en diferentes caras del cristal. Anota tus observaciones.
6. Repite el procedimiento anterior usando láseres de diferentes colores. Anota tus observaciones.
7. Coloca de nuevo el cristal sobre la hoja con texto; con la regla, mide la separación s entre las imágenes, cuidando de observarlas en forma normal a la cara de salida. Mide el espesor d del cristal con el vernier. Determina el ángulo de separación de los haces en el interior del cristal. Repite estas medidas colocando diferentes caras del cristal sobre la hoja.

Guía para la discusión

- ¿Es igual girar el cristal o girar el polarizador?
- Explica tus observaciones.
- ¿La calcita es un cristal positivo o negativo?
- ¿Se puede estimar la birrefringencia Δ_n a partir de la separación de las imágenes?
- ¿Los haces transmitidos son paralelos?
- Demuestra que el ángulo γ en el interior del cristal se puede calcular por medio de la siguiente ecuación:

$$\gamma = \arctan\left(\frac{s}{d}\right)$$

dónde s es el desplazamiento transversal del haz y d el espesor del cristal (en la dirección de propagación del haz).

- Los ángulos γ en el interior del cristal son diferentes?
- ¿Es posible utilizar alguno de los métodos refractométricos descritos en la Práctica 2 para medir los índices ordinario y extraordinario de la calcita?

C. POLARIZACIÓN POR ESPARCIMIENTO

Actividades previas

- “Estudiar la teoría del esparcimiento de Rayleigh (Sugerencia: Lee la sección 3.4 *Radiation* (pp. 69-76), y la sección 4.2 *Rayleigh Scattering* (pp. 96-104) de la ref. [1]).”
- Describe la emisión de ondas electromagnéticas por un dipolo oscilante incluyendo su patrón de emisión angular.
- Utiliza la expresión para la potencia radiada, como función del ángulo de observación respecto a la dirección de oscilación y de la frecuencia de la luz, entre otros parámetros, para realizar gráficas de la potencia como función de esos parámetros.

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo	
Cuba rectangular de paredes transparentes	Tres láseres de distintas longitudes de onda
2 Polarizadores	Fuente de luz blanca
Leche o crema en polvo	Mesa de altura variable
Agitador	Pantalla blanca opaca
Opcional: espectrómetro	

1. Coloca la lámpara de luz colimada a una distancia conveniente de la pantalla, de manera que entre ambas se tenga el espacio suficiente para insertar el recipiente en su longitud mayor. Realiza las siguientes observaciones:
 - Describe el haz cuando lo observas desde diferentes ángulos; considera principalmente la intensidad y el color, pero agrega cualquier aspecto que te parezca relevante.
 - ¿Es posible observar alguna parte de la trayectoria del haz de iluminación?
 - El color y la intensidad de la luz proyectada sobre la pantalla.
 - ¿Percibes alguna coloración o cambio en la intensidad de la luz, tanto a lo largo de la trayectoria, como en la proyectada sobre la pantalla? Refiere el ángulo de las observaciones respecto a la dirección de la luz incidente; considera particularmente la dirección paralela al haz incidente y las direcciones ortogonales.
 - Si cuentas con un espectrómetro, registra el espectro de la luz proyectada en la pantalla.
 - ¿Cambian tus respuestas si realizas las mismas observaciones a través de un polarizador lineal? Gira el polarizador para detectar cambios en la polarización de la luz observada en cada caso.
2. Inserta el recipiente en la trayectoria del haz de luz, de manera que ésta se propague en su interior la mayor distancia posible (figura 2). Realiza las mismas observaciones sugeridas en el punto 1; de ser necesario, retira el recipiente para comparar lo observado respecto a la ausencia del recipiente.
3. Vierte agua limpia en el recipiente. Repite las mismas observaciones y describe los cambios cuando se presenten.
4. Agrega una “pizca” de leche o crema en polvo al agua y agita con una varilla de vidrio o una cuchara. Repite tus observaciones y destaca los cambios.

ACTIVIDAD OPCIONAL

En lugar de leche en polvo disuelta en agua, utiliza alguna de las siguientes opciones: hielo seco (bióxido de carbono congelado) sublimándose a temperatura ambiente en el aire, humo de algún material incandescente como un simple cerillo al encenderse, una varita de incienso o un cigarro de tabaco en aire limpio; en estos últimos casos, sólo utiliza lo necesario y apágalo pronto. El recipiente debe cerrarse para evitar que el vapor o humo se escape. En el caso del cigarro, el humo a usar debe desprenderse directamente, no debe inhalarse previamente.

NOTA IMPORTANTE

Esta actividad debe realizarse con la precaución debida al usar fuego para encender los materiales. Entre otras precauciones, debe realizarse lejos de materiales combustibles como solventes, telas, papel, etc. También debe realizarse en un lugar suficientemente

ventilado y lejos de componentes ópticas en donde pueda depositarse el hollín debido al humo desprendido. Una vez que se realice el experimento, el humo debe dejarse escapar del recipiente fuera del laboratorio en un lugar muy bien ventilado; el recipiente debe lavarse con agua y jabón y secarse con una toalla de franela o papel.

Guía para la discusión

- Repite la observación pero al través de un filtro polaroid, sé cuidadoso en observar a diferentes ángulos de observación en relación a la dirección del haz de luz de iluminación. Describe lo que observas. Gira el eje del polarizador ¿Hay algún cambio en la coloración o intensidad de la luz?
- Agrega una “pizca” de leche en polvo al agua y agita con una varilla de vidrio o una cuchara.
- Repite los puntos 1 y 2 de la pág. 80, y describe lo que observas. Gira el eje del polarizador ¿Hay algún cambio en la coloración o intensidad de la luz?
- En su caso, explica las diferencias observadas, refiere el ángulo de las observaciones respecto a la dirección de la luz incidente. Considera particularmente la dirección paralela al haz incidente y la dirección ortogonal.

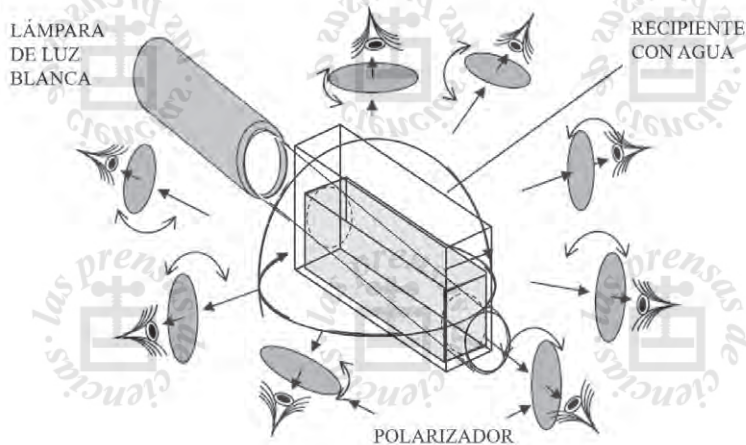


Fig. III.19 Observación de la luz esparcida

D. POLARIZACIÓN POR REFLEXIÓN

Actividades previas

- Demuestra que cuando incide un haz de luz al ángulo de Brewster sobre una placa de caras paralelas (en incidencia externa), el haz transmitido al interior de la placa incide sobre la segunda cara (incidencia interna) también al ángulo de Brewster.
- Usando las ecuaciones de Fresnel, calcula la reflectancia R_s y la transmitancia T_s de un haz de luz con polarización ortogonal, que incide sobre una interfase plana cuando el ángulo de incidencia es igual al ángulo de Brewster y se tiene incidencia externa. ¿Cuánto valen la reflectancia R_p y la transmitancia T_p para polarización paralela? ¿Cuánto valen las reflectancias (R'_s, R'_p) y transmitancias para incidencia interna (T'_s, T'_p)?
- Demuestra que cuando un haz de luz incide en una placa de caras paralelas, las reflectancias y transmitancias totales (considerando el efecto de las dos caras de la placa) están dada por

$$R_{p-total} = 0 \quad (VII.1)$$

$$R_{s-total} = R_s + T_s R'_s T'_s \quad (VII.2)$$

$$T_{p-total} = T_p T'_p \quad (VII.3)$$

$$T_{s-total} = T_s T'_s \quad (VII.4)$$

- Demuestra que si se colocan N placas de caras paralelas del mismo índice de refracción, la transmitancia total, para un haz que incide al ángulo de Brewster para cada estado de polarización (p o s) está dada por las siguientes ecuaciones:

$$T_{sN} = (T_{s-total})^N \quad (VII.5)$$

$$T_{pN} = (T_{p-total})^N \quad (VII.6)$$

- Calcula y grafica las transmitancias anteriores como función del número de placas en un arreglo, $N = 1, 2, 3, \dots$

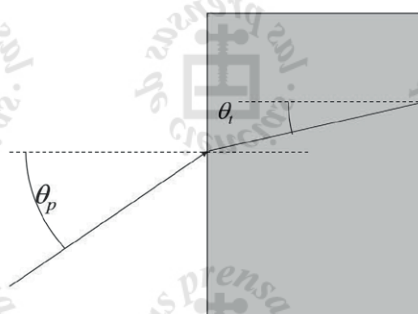


Fig. III.20. Actividad previa 7.5.1

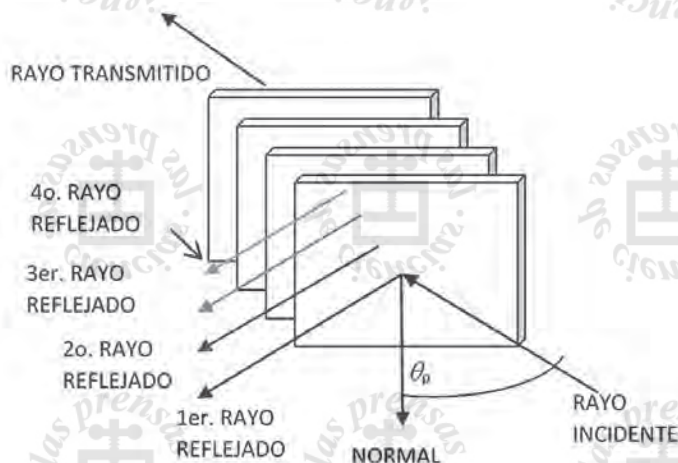
Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
1 Láser de He-Ne	1 platillo	4 carros para el banco
1 lámpara de luz colimada	10 portaobjetos	2 polarizadores lineales polaroid
1 Banco óptico	1 soporte para los portaobjetos	

1. Construye un polarizador lineal apilando varias placas de vidrio, tales como porta o cubreobjetos de microscopio (figura III.21).
2. Haz incidir luz al ángulo de Brewster y analiza el estado de polarización de la luz transmitida (Fig. III.21). Mide el grado de polarización¹ del arreglo, para una, dos, tres, hasta 10 placas. Mide la irradiancia incidente, la reflejada y la transmitida. ¿Hay absorción o pérdidas por otros medios, aparte de la reflexión? Explica.

¹ El grado de polarización en este caso sería la proporción (expresada como un porcentaje) de flujo de energía luminosa o irradiancia de luz que oscila en el plano de polarización respecto del total de energía luminosa o irradiancia del haz que emerge del polarizador. Si el haz está totalmente polarizado, el grado de polarización es del 100 %.

Fig. III.21 Polarización por reflexión múltiple



Guía para la discusión

- Describe cuantitativamente el funcionamiento del polarizador así fabricado, con ayuda de las ecuaciones de Fresnel (ver actividades previas, pp. 85 y 86).

E. ACTIVIDAD ÓPTICA

Actividades previas

- Busca en la bibliografía el Poder Rotatorio Específico (PRE) de algunos azúcares, tales como la dextrosa, lactosa, galactosa, maltosa, fructuosa, albúmina y glucosa. Y anota los valores en una tabla. Si tiene datos adicionales, tales como concentración y temperatura, también inclúyelos en tu tabla.
- Para cada una de las sustancias encontradas, calcula el ángulo que rota el plano de polarización de un haz después de recorrer 10, 20 y 30 cm.
- ¿Qué sucede con los cálculos anteriores, si la concentración aumenta al doble? ¿Qué sucede si la concentración se disminuye a la mitad?

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo	
1 cuba rectangular larga y angosta (recipiente de paredes transparentes)	Azúcar (refinada de preferencia); puede sustituirse por miel transparente o por dextrosa.
2 polarizadores lineales	1 mesa de altura variable
1 lámpara de luz colimada	1 láser rojo
1 láser verde	1 láser naranja

- Vierte agua limpia en la cuba.
- Coloca un polarizador lineal (polarizador) a la entrada y otro (analizador), en extinción, a la salida del recipiente. Haz pasar un haz de luz blanca a través del arreglo. Gira el analizador, ¿se observa algún cambio en la intensidad o coloración de la luz? ¿Sucede algo si ahora giras el polarizador? (figura III.21). Anota la posición angular del analizador para la cual es mínima la intensidad de la luz transmitida.

- Disuelve un poco de azúcar en el agua, observa lo que sucede si giras el analizador. Agrega más azúcar y continúa observando el efecto. Describe tus observaciones.
- Para entender el fenómeno, utiliza un haz de un láser de He-Ne rojo ($\lambda=632.8$ nm). Para la condición de máxima transmisión, mide el ángulo ϕ que hacen los ejes de transmisión del polarizador y el analizador. Repite el procedimiento con luz láser de color verde ($\lambda=543.5$ nm) y naranja ($\lambda=594.0$ nm). ¿Son iguales los ángulos? Con esto, ¿puedes explicar lo observado con luz blanca?
- Repite lo anterior para diferentes concentraciones de azúcar disuelta. ¿Hay algún cambio? ¿Qué implican tus observaciones?

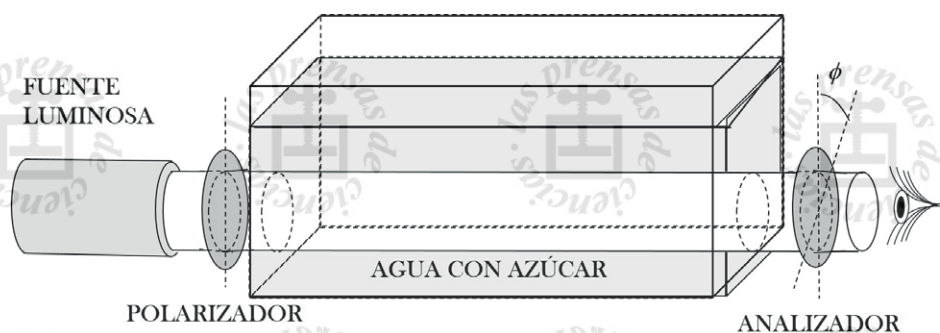


Fig. III.22 Arreglo experimental usado para actividad óptica

- Mide el Poder Rotatorio Específico (PRE) de una solución de azúcar en agua, ver ecuación (3.43). Para ello utiliza una cuba con una pared diagonal (ver fig. III.23). En la mitad de la cuba se vierte la solución de agua con azúcar; en la otra mitad se vierte agua simple. Al desplazar transversalmente la cuba, la longitud d de la trayectoria del haz dentro de la solución va cambiando de forma lineal con la posición y se puede medir el ángulo de rotación β como función de la longitud con la misma concentración. La parte de la cuba que sólo contiene agua no tiene ningún efecto sobre el plano de polarización de la luz que lo atraviesa; la ventaja de este arreglo es que no hay cambios de dirección importantes del haz. Realiza mediciones del PRE para diferentes concentraciones de la solución; de preferencia, escribe la concentración en gramos de azúcar por litro de agua.

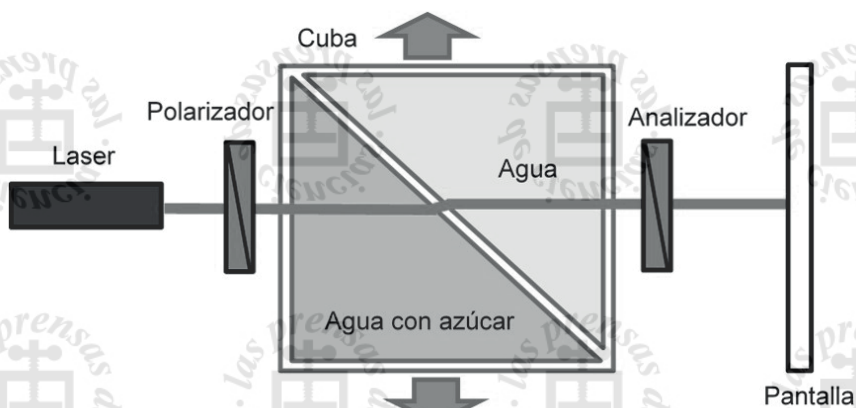


Fig. III.23 Arreglo experimental usado para medir el Poder Rotatorio Específico (PRE)

Guía para la discusión

- Con base en las observaciones realizadas, explica por qué cuando se hace el experimento con luz blanca se observan diferentes colores al girar el analizador.
- ¿Los colores observados son colores puros, es decir, sólo contienen una longitud de onda? Explica.
- Grafica los valores del ángulo de rotación β vs. d , para diferentes concentraciones de la solución. La PRE es la pendiente de cada recta.
- Grafica la PRE vs. la concentración C , expresada en g/l. ¿Qué tipo de función es?

F. EFECTO FOTOELÁSTICO

Actividades previas

- Trae al laboratorio los siguientes materiales: 1 rollo de diurex transparente (la cinta mágica no es útil para este experimento), 1 caja de CD de plástico transparente duro, 1 bolsa de plástico transparente, un vidrio plano transparente (de 10X10 cm aproximadamente) con los filos suavizados para evitar riesgo de corte.
- Sobre el vidrio pega pedazos de diurex, con diferente número de capas (1, 2, 3, ...) y diferentes orientaciones (paralelos, cruzados, a 30, 45, 60 grados, etc.)

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
Diurex	Bolsas de plástico transparente	Objetos de plástico transparente
Fuente de luz blanca	Dos polarizadores	Prensa mecánica

1. En medio de dos polarizadores cruzados deforma por compresión, estiramiento o torsión, objetos de plástico transparente (por facilidad puedes usar bolsas de plástico, pero inténtalo también con objetos más rígidos como reglas transparentes). Describe lo observado con ayuda de dibujos (o fotografías) y explica tus observaciones.
2. Observa un pedazo de papel celofán en las mismas condiciones. Con tu mano, dobla y deforma, el papel. Describe tus observaciones.

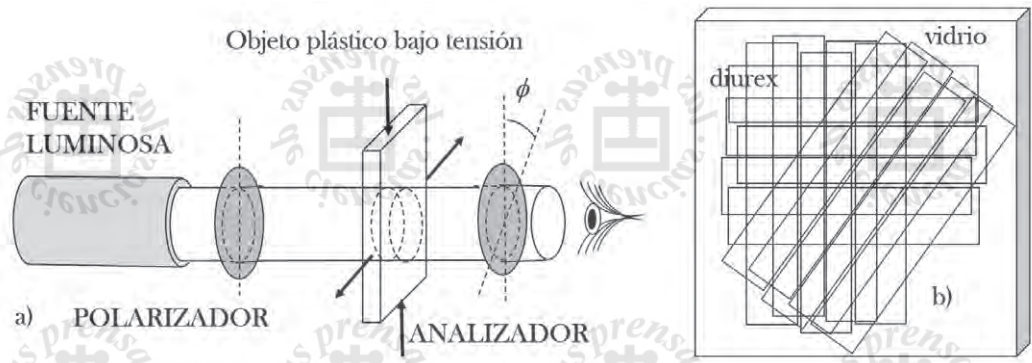


Fig. III.24 Arreglo experimental usado para actividad óptica

3. Sobre una placa de vidrio pega un trozo de cinta adhesiva transparente (diurex); colócalo entre los polarizadores cruzados y describe lo que observas. Pega varias tiras con dife-

rentes orientaciones y permite que se superpongan unas porciones sobre otras. Observa entre polarizadores y describe el efecto.

4. De tarea en casa, pegando tiras de diurex, elabora una figura tal que al observarla entre polarizadores, adquiera una coloración correcta. Por ejemplo: si elaboras una margarita, el centro debe verse amarillo, los pétalos blancos y las hojas verdes.

Guía para la discusión

- Describe la aparición de diferentes tonalidades y colores cuando estiras o comprimes un objeto transparente en medio de dos polarizadores cruzados. ¿Qué sucede si aumentas la tensión?, ¿qué observas cuando se rebasa el límite elástico del material (es decir, cuando se rompe)?, ¿hay algún cambio en tu respuesta si los polarizadores no están cruzados? Explica.
- Describe lo mejor que puedas cómo depende el color observado de la luz transmitida, con el número de capas de diurex y con su orientación cuando los polarizadores están cruzados. ¿Cambia el color si los polarizadores se orientan a diferentes ángulos? Explica.

90

G. RETARDADORES [Ref. 6]

Actividades previas

- Estudia la sección 8.7 Retardadores en el libro: Hecht, *Óptica*, 5ª. ed.
- Describe cómo se construye un retardador.
- Si se tiene una placa de caras paralelas fabricada de un cristal uniaxial, con el eje óptico paralelo a las caras de entrada y salida, cuya birrefringencia es Δn y su espesor es d , ¿cuál es el cambio de fase relativo que sufren los rayos ordinario y extraordinario de un haz de luz de longitud de onda λ , que incide normalmente sobre la placa?

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
2 retardadores de $\frac{1}{2} \lambda$	2 retardadores de $\frac{1}{4} \lambda$	2 polarizadores lineales
1 banco óptico	5 carros	1 láser rojo
1 láser verde	1 pantalla blanca	1 fotómetro o medidor de potencia luminosa
4 monturas para polarizador y/o retardador con escala angular de al menos cada 5° .		

1. Identifica el eje de cada retardador. Para ello sigue los siguientes pasos:
 - Coloca dos polarizadores cruzados cuyos ejes de transmisión están bien conocidos y haz pasar un haz de luz monocromática a través de ellos, la luz transmitida debe alcanzar un valor mínimo.
 - Coloca un retardador de $\frac{1}{2} \lambda$ entre los dos polarizadores; gira el retardador y observarás variaciones de intensidad de la luz transmitida a través del arreglo de tres filtros.
 - Orienta el retardador hasta que observes un mínimo de intensidad transmitida. Coloca sobre la montura del retardador una marca en cada una de las direcciones de los ejes de transmisión de cada polarizador. Esas marcas señalan al eje rápido y al eje lento del retardador, ¿puedes identificarlos?.

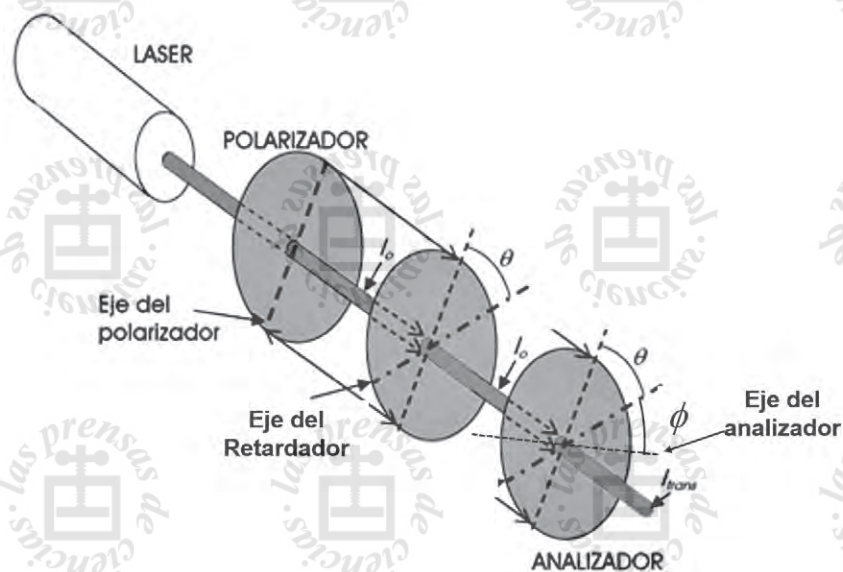


Fig. III.25 Retardadores de $1/2 \lambda$ y $1/4 \lambda$; producción de luz circularmente polarizada.

- Haz pasar un haz de luz monocromática por un polarizador lineal y luego por un retardador de $1/2 \lambda$, con su eje rápido² (o lento, no importa sólo usa siempre el mismo), a 45° respecto del eje del polarizador. Con un analizador determina el estado de polarización del haz que emerge del retardador.
- Cambia el ángulo del retardador a 0 , 30 y 90° . ¿Qué cambios observas respecto lo observado en el punto 2 de esta página?
- Repite los puntos 1 y 2 del procedimiento experimental en esta página para un retardador de $1/4 \lambda$. ¿Qué estados de polarización se producen? ¿Cómo puedes justificar tu respuesta?

Guía para la discusión

- En general, ¿cuál es el efecto de colocar un retardador $\lambda/2$ después de un polarizador lineal cuyos ejes hacen un ángulo θ ? ¿Qué pasa si el retardador se gira 90° ?
- En general, ¿cuál es el efecto de colocar un retardador $\lambda/4$ después de un polarizador lineal cuyos ejes hacen un ángulo θ ? ¿Qué pasa si el retardador se gira 90° ?
- ¿Cómo puedes distinguir luz circular o elíptica derecha de la izquierda?
- ¿Cómo podrías identificar cuál es el eje rápido y cuál es el eje lento de un retardador?

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Hecht, E., 2017. *Optics*. 5a. Ed., Malasia: Pearson, Capítulo 8.
- [2] Schurcliff, W. A. y Ballard, S. S., 1968. *Luz Polarizada*. México: Editorial Reverté Mexicana.
- [3] Malacara, D., 2004. *Óptica Básica*. 2ª. Ed. México: Fondo de Cultura Económica, pp. 313-333.
- [4] Ref. [3], pp. 387-413.
- [5] Ref. [3], pp. 403-404.

² A falta de un retardador de $\lambda/2$, dos retardadores de $\lambda/4$ (con orientaciones paralelas) funcionarán adecuadamente.

CAPÍTULO IV. ÓPTICA FÍSICA (TEORÍA ESCALAR)

INTERFERENCIA

INTRODUCCIÓN

El fenómeno de interferencia es observado cotidianamente y rara vez nos damos cuenta de ello. Muchos de los colores de la naturaleza se deben a este fenómeno; entre ellos se encuentran el gran colorido de las pompas de jabón, o las manchas de aceite en el asfalto y los arcos supernumerarios que acompañan al arcoiris. Más allá del atractivo visual que pueden proporcionar estos efectos, el fenómeno de interferencia es una herramienta fundamental en la Ciencia en general, no sólo en la física o en la óptica. Ejemplo de ello lo constituyen el famoso experimento de Michelson y Morley¹, o la definición antigua del metro patrón²; también encontramos importantes aplicaciones en los experimentos de detección de ondas gravitacionales o en los microscopios interferenciales, como los que hacen uso de la técnica de Nomarski para la observación de objetos transparentes que en condiciones normales de iluminación son prácticamente invisibles. El común denominador de todos ellos radica en la alta sensibilidad del efecto de interferencia a variaciones de posición, ángulo, densidad, temperatura y otros factores que afectan al índice de refracción de un material.

INTERFERENCIA DE DOS HACES MONOCROMÁTICOS

La interferencia de la luz se manifiesta como una redistribución de la intensidad luminosa y su explicación se realiza con base en la teoría ondulatoria de la luz y el principio de superposición. La irradiancia producida por dos haces luminosos monocromáticos, coherentes, dentro de la aproximación escalar, está dada por

$$I_T(\vec{r}) = I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r}) + 2\sqrt{I_1(\vec{r})I_2(\vec{r})} \cos \delta(\vec{r}) \quad (4.1)$$

donde δ es la diferencia de fase de las ondas en el punto donde se evalúa la irradiancia. Los máximos de irradiancia están definidos por la condición

$$\delta = 2m\pi \quad (4.2)$$

mientras que los mínimos están definidos por

$$\delta = (2m+1)\pi \quad (4.3)$$

En ambos casos m es un índice entero (positivo o negativo), conocido como orden de interferencia. Generalmente δ es función de la posición del punto de observación, el conjunto de puntos que satisfacen las ecuaciones (4.2) o (4.3) para un mismo orden de interferencia, dan lugar a superficies (en tres dimensiones) o a curvas (en dos dimensiones, usualmente espacios planos); tales superficies o curvas se conocen como franjas de interferencia. La forma y localización de las franjas dependen del método particular que se use para producir la interferencia.

Los instrumentos que nos permiten producir interferencia de una manera controlada para realizar mediciones se llaman **interferómetros** y existen gran cantidad de ellos; cada

uno ha sido ideado para resolver algún problema específico y algunos de ellos tienen una amplia gama de posibilidades de uso.

Esencialmente se busca satisfacer las condiciones impuestas arriba sobre los haces que se superponen. Actualmente para tener haces monocromáticos, se usan láseres de la longitud de onda que se requiera. Para que estos haces sean mutuamente coherentes, ambos deben generarse a partir de un mismo haz. Prácticamente existen dos formas de producir esto, por división del frente de onda como en los interferómetros de Young, el Estelar de Michelson o el de Rayleigh, o por división de amplitud, como en los interferómetros de Michelson, de Fabry-Perot, o Mach-Zehnder, entre otros.

En casi todos los interferómetros, se busca producir haces con irradiancia uniforme sobre la región de observación (usualmente un plano). De esta manera, las variaciones importantes de irradiancia se deben a la variación de la diferencia de fase en la misma región, por lo que buena parte del estudio de un interferómetro se dedica a determinar la manera que dicha diferencia de fase cambia con la posición sobre la región de observación. A continuación mencionaremos las principales características de los interferómetros de Young, Michelson y Fabry-Perot.

INTERFERÓMETRO DE YOUNG

Este es un interferómetro por división del frente de onda y consiste esencialmente de dos aberturas idénticas, muy pequeñas, en una pantalla opaca. Cuando se hace incidir un haz de luz proveniente de una fuente puntual, monocromática, cada abertura produce por difracción, un frente de onda esférico (para el caso de aberturas circulares) o cilíndricas (para el caso de aberturas en forma de rendijas rectangulares muy alargadas). Los dos haces que se propagan más allá de la pantalla opaca interfieren de manera que, si se coloca una pantalla de observación paralela a la pantalla anterior, se observarán en ella las franjas de interferencia características de este arreglo (figura IV.1).

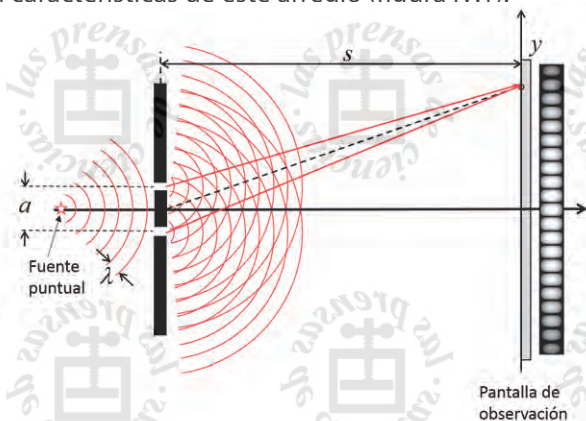


Figura IV.1 Interferómetro de Young

La irradiancia varía con la posición en la dirección de la línea que une los centros de las aberturas, de acuerdo con la ecuación 4.1. Puede mostrarse que la diferencia de fase δ está dada por

$$\delta = \frac{2\pi ay}{\lambda_o s} \quad (4.4)$$

donde a es la separación de las aberturas (centro a centro), s es la distancia entre la pantalla con las aberturas y la pantalla de observación y λ es la longitud de onda de la luz utilizada. Considerando que cada abertura produce una irradiancia igual en el plano de observación; es decir, haciendo $I_1 = I_2 = I_o$, obtenemos de (1), la siguiente ecuación:

$$I_T(y) = 4I_o \cos^2 \left(\frac{\pi ay}{s\lambda_o} \right) \quad (4.5)$$

La irradiancia presenta valores máximos cada vez que

$$\delta = 2m\pi \quad (4.6)$$

con $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$; se tienen valores nulos de la irradiancia cuando

$$\delta = (2m+1)\pi \quad (4.7)$$

con m entero también. En términos de la posición en la pantalla de observación, los máximos se localizan en

$$y = \frac{ms}{a} \lambda_o \quad (4.8)$$

mientras que los mínimos se encuentran en

$$y = \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{s}{a} \lambda_o \quad (4.9)$$

De (4.5) y (4.6), se encuentra que tanto el espaciamiento entre máximos como entre mínimos consecutivos es independiente del orden de interferencia m , e igual a

$$\Delta y = \frac{s}{a} \lambda_o \quad (4.10)$$

Por lo tanto se trata de franjas de interferencia igualmente espaciadas. El grosor de las franjas es directamente proporcional a s y a λ_o e inversamente proporcional a la separación a entre aberturas. Midiendo la separación entre franjas, se puede determinar la longitud de onda de una fuente luminosa (suponiendo conocidas s y a).

INTERFERÓMETRO DE MICHELSON

Este es un interferómetro por división de amplitud (Fig. IV.2) y las franjas que produce son circulares, de igual inclinación. Con fuente extendida, las franjas están localizadas en infinito, por lo que se necesita de una lente para observarlas; usualmente se observan con el ojo desnudo. De nuevo, la irradiancia está dada por la ecuación (4.1), pero en este caso la diferencia de fase está dada por

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda_o} d \cos \theta \pm \delta_o \quad (4.11)$$

donde $d=|d_1-d_2|$ es la distancia relativa de los espejos planos al divisor de haz, y θ es el ángulo que hacen los haces que interfieren respecto al eje óptico de la lente de enfoque (figura IV.2). δ_o es un cambio de fase adicional que se debe a que las reflexiones que sufren en el divisor de haz los haces que interfieren, para un haz es reflexión interna, mientras que para el otro es reflexión externa. Cuando el divisor de haz es sólo una placa dieléctrica, el cambio de fase relativo entre las dos reflexiones es de π radianes³. Considerando éste último caso, los mínimos de irradiancia, definidos por la ecuación (4.3), obedecen la siguiente ecuación

³ Ver Ref. [1], Sección 4.10, pp. 147-148.

$$2d \cos \theta = m\lambda_o \quad (4.12)$$

Para $m=\text{cte.}$, la ecuación (4.12) representa círculos en el plano de observación (ver figura IV.2). Debido a que la función coseno es decreciente entre 0 y $\pi/2$, el orden de las franjas aumenta del borde del patrón hacia el centro. Para la franja de orden cero ($m=0$) tenemos dos posibles consecuencias: a) $d=0$ con θ_o arbitraria, o b) $\theta_o = \pi/2$ cuando $d \neq 0$. En el caso a) sólo puede observarse la franja de orden cero pues ningún otro orden de interferencia puede cumplir con la ecuación (4.12). En el caso b), la franja de orden cero sólo se encuentra a 90° del eje óptico; en la práctica no es posible observarla debido a que el campo visual del sistema óptico de observación es limitado; en tal caso, se dice que la franja de orden cero se encuentra en infinito.

Si imponemos la condición de que en el centro del patrón de franjas circulares se encuentra un mínimo de interferencia (esto puede hacerse modificando el valor de $d \neq 0$, la ecuación (4.12) implica que

$$2d = m_o\lambda_o \quad (4.13)$$

donde el subíndice o del orden de interferencia indica que se trata de la franja central del patrón. Definiendo un nuevo índice p para el orden de interferencia, pero ahora contado a partir de la franja central, podemos obtener de la ecuación (12) la siguiente ecuación⁴.

$$2d(1 - \cos \theta_p) = p\lambda_o \quad (4.14)$$

En consecuencia, el radio angular de la p -ésima franja (contada a partir del centro), está dado por

$$\theta_p \approx \sqrt{\frac{p\lambda_o}{d}} \quad (4.15)$$

en la aproximación de ángulos pequeños. En tal caso, el radio anular de las franjas crece con la raíz cuadrada del índice p . Este resultado es similar al que se obtiene para los anillos de Newton⁵. El espesor angular de las franjas resulta ser

$$\Delta\theta_p \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda_o}{pd}} \quad (4.16)$$

En consecuencia, a mayor separación de los espejos, las franjas se hacen más angostas.

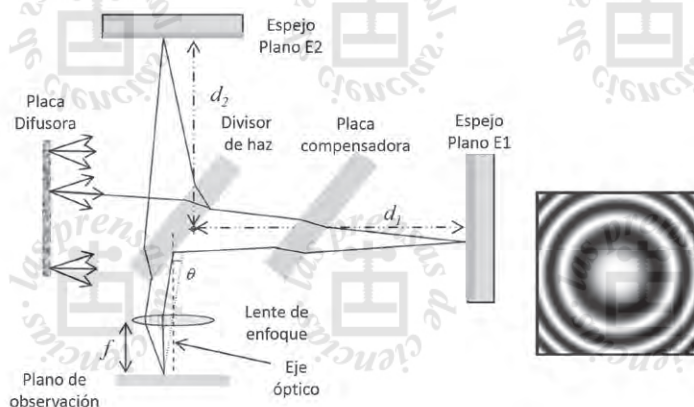


Figura IV.2 Interferómetro de Michelson

⁴ Ver Ref. [1], pp. 427.

⁵ Ver Ref. [1], pp. 422-423.

Finalmente, es útil observar que si al centro del patrón se observa un mínimo, la ecuación (4.13) debe cumplirse, de donde la separación relativa entre espejos debe ser un múltiplo de semilongitudes de onda de la luz usada. Al mover ligeramente alguno de los espejos (por ejemplo, alejando E2 del plano de observación), se pierde la condición anterior y la franja central no corresponde a un mínimo. Si el mismo espejo se sigue moviendo en la misma dirección, se llegará a una nueva separación relativa d' de los espejos, que también satisface la ecuación (4.13) pero para diferente orden de interferencia m'_o , como sigue

$$2d' = m'_o \lambda_o \quad (4.17)$$

tomando la diferencia de las ecuaciones (4.17) y (4.13), obtenemos que

$$\Delta d = d - d' = (m_o - m'_o) \frac{\lambda_o}{2} \quad (4.18)$$

Si durante el movimiento realizado, no pasó por el centro otro mínimo, debe cumplirse que $m_o = m'_o \pm 1$, por lo que el espejo se movió exactamente media longitud de onda. Por otro lado, si durante el movimiento pasaron N mínimos en total, la distancia recorrida por el espejo es $N\lambda_o/2$. Este resultado permite medir desplazamientos de un espejo con sólo contar el número de franjas que aparecen o desaparecen del centro del patrón. Este tipo de mediciones tiene una resolución mínima de media longitud de onda; en el visible, $\lambda \approx 500$ nm, por lo que se pueden realizar mediciones de muy alta precisión.

Los cambios en el patrón de interferencia se debe a que el movimiento relativo de los espejos cambia el valor de d ; éste, a su vez, cambia el valor de la diferencia de fase en la ecuación (4.11). La diferencia de fase puede ser alterada también por cambios en la longitud de onda de la luz usada. Esto puede hacerse cambiando el índice de refracción del medio donde viajan los dos haces que interfieren. En la parte práctica se discutirán métodos de realizar esto.

MEDICIÓN DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE UNA PLACA DE VIDRIO CON INTERFERÓMETRO DE MICHELSON

Cuando se introduce una placa de vidrio en uno de los brazos del interferómetro de Michelson, el haz luminoso que recorre ese brazo recorre una Longitud de Camino Óptico (LCO) mayor a la que recorrería cuando no estaba inserta la placa de vidrio. En consecuencia, el patrón de interferencia cambia pues la diferencia de fase entre los dos haces del interferómetro ha sido modificada por la placa de vidrio. Es posible demostrar que si la placa tiene un espesor h y un índice de refracción n , el orden de interferencia en el centro del patrón cambia en la siguiente cantidad

$$\Delta m = \frac{2h(n-1)}{\lambda_o} \quad (4.19)$$

Es decir, han aparecido (o desaparecido) Δm nuevas franjas. Si pudiéramos contar las franjas nuevas, de la ecuación (4.19), podría determinarse el índice de refracción de la placa, a condición de medir su espesor y del conocimiento previo de la longitud de onda λ_o usada en el experimento. El problema es que las franjas no aparecen poco a poco para ser contadas, sino que lo hacen de manera súbita; además, no hay manera de distinguir una franja de otra, pues cuando se usa luz monocromática todas tienen el mismo color y cuando una franja toma el lugar de otra, adopta la misma forma e intensidad.

Hay varias maneras de resolver este problema, la que proponemos en este experimento consiste en utilizar luz blanca; este tipo de iluminación produce un patrón de interferencia que sólo puede ser visto cuando la diferencia de fase entre los dos haces que interfieren es nula. La razón de ello se puede entender analizando la ecuación (4.12). Para una separación d fija, diferentes longitudes de onda $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ producirán sus mínimos de interferencia a diferentes ángulos $\theta_{m1}, \theta_{m2}, \dots, \theta_{mN}$; por lo tanto los mínimos para las diferentes longitudes de onda (y los máximos) no coincidirán en posición. Esto hace que en un punto dado del interferograma, que si para una longitud de onda se tiene un mínimo, para alguna otra se tendrá un máximo; también habrá longitudes de onda para las cuales no se tenga ninguno de esos casos. Lo anterior da lugar a una combinación de luz con diferentes intensidades dando una combinación de longitudes de onda diferente a la combinación original para luz blanca, produciendo franjas coloreadas, excepto para el mínimo de orden cero, pues de la ecuación (12) cuando $d=0, m=0$, sin importar el valor de λ_o . Dicho de otra forma, cuando no hay placa de vidrio en ninguno de los brazos del interferómetro y la diferencia de camino óptico entre los dos brazos del interferómetro es nula ($d=0$), se tiene un mínimo de intensidad para todas las longitudes de onda⁶.

Además, resulta que esto es válido para cualquier valor de θ ($\neq \pi/2$); En tal caso, la franja de orden $m=0$ ocupa todo el plano de observación y sólo se observará un mínimo. Para poder ver las franjas de interferencia de luz blanca es necesario desalinearse ligeramente el interferómetro y observar alrededor de 5 franjas rectas; la franja central oscura es la franja de orden cero. A cada lado de la franja central aparece una franja casi blanca, luego aparece una franja gris (tal vez un poco coloreada), y luego viene una sucesión de franjas de color en tonos pastel: verdes y rosas principalmente. Finalmente, desaparecen las franjas y todo el campo se observa con iluminación blanca uniforme. Este patrón permite rastrear una franja específica después de haber insertado la placa de vidrio, pues si originalmente en el centro del campo visual se tenía la franja oscura de orden cero, al insertar la placa de vidrio desaparece; para encontrar de nuevo la franja de orden cero es necesario desplazar el espejo móvil del interferómetro. Si la placa se insertó en el brazo del espejo móvil, éste debe acercarse hacia el divisor de haz, y debe alejarse si la placa se insertó en el otro brazo. Usando la ecuación (4.13) se puede relacionar un cambio en orden de interferencia Δm con el cambio de posición del espejo móvil, como sigue

$$2 \Delta d = \lambda_o \Delta m \quad (4.20)$$

Usando las ecs. (4.19) y (4.20) obtenemos el índice de refracción finalmente como:

$$n = \left| 1 + \frac{\Delta d}{h} \right| \quad (4.21)$$

EL INTERFERÓMETRO DE FABRY-PEROT

Este interferómetro también opera por división de amplitud, pero a diferencia de la mayoría que trabajan sólo con dos haces, éste es un interferómetro de haces múltiples. La principal característica de este tipo de interferómetros, es que producen franjas muy angostas permitiendo aumentar la precisión de la medición. Esencialmente, este interferómetro consiste de dos espejos planos paralelos con una alta reflectancia. Un rayo que incide sobre uno de

⁶ Esto sólo es válido cuando el interferómetro ha sido compensado cromáticamente con la placa compensadora mostrada en la figura IV.2.

los espejos se dividirá en un haz reflejado y uno transmitido. El haz transmitido “rebotará” entre los dos espejos un número muy grande de veces; cada vez que el rayo incide en un espejo, producirá un haz reflejado y uno transmitido, para cada espejo el conjunto de haces transmitidos se superpone, dando lugar a franjas de interferencia. Los rayos que regresan al espacio del haz que primero incidió desde fuera de los espejos dará lugar a un haz final reflejado, mientras que los rayos que se transmiten fuera de los espejos pero del lado opuesto al rayo que incidió primero, darán lugar a un haz final transmitido (ver figura IV.3).

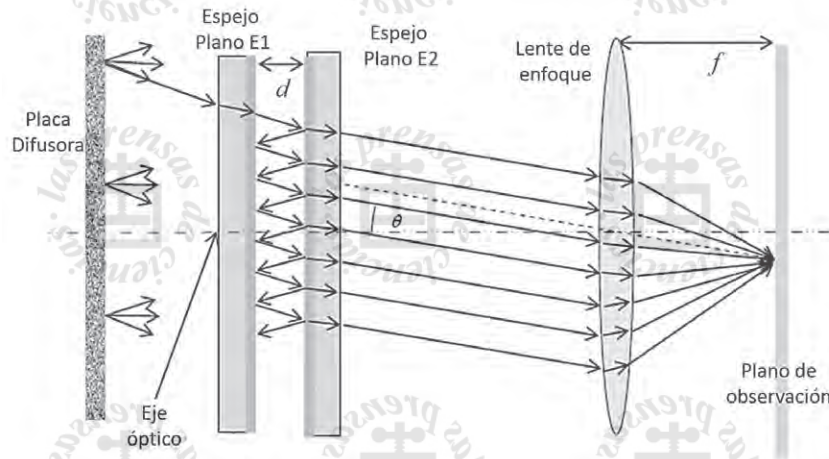


Figura IV.3 interferómetro Fabry-Perot

La forma de las franjas de interferencia, así como la posición de máximos y mínimos, son enteramente idénticos a las franjas observadas en un interferómetro de Michelson, pues la diferencia de fase corresponde a la ecuación (4.11) con cambios menores. Sin embargo, el perfil de irradiancia ya no está descrito por la ecuación (4.1). En su lugar se obtiene la siguiente expresión

$$I_t = \frac{I_i}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \quad (4.22)$$

en donde I_t e I_i son las irradiancias de los haces transmitido e incidente, respectivamente δ ; es la diferencia de fase descrita por la ecuación (4.11), en cuyo caso d corresponde a la separación entre los espejos y λ_o se debe sustituir por la longitud de onda de la luz en el medio que se encuentra entre los espejos. F es el llamado **coeficiente de finesse** descrito por la siguiente ecuación

$$F = \left(\frac{2r}{1 - r^2} \right)^2 \quad (4.23)$$

siendo r el coeficiente de reflexión de amplitud de los espejos (se suponen idénticos). En la figura IV.4 se muestra la forma que adoptan las franjas de interferencia en un Fabry-Perot. Debido a que las franjas son muy angostas, pueden distinguirse diferentes líneas espectrales de una fuente luminosa por lo que puede espectrometría.

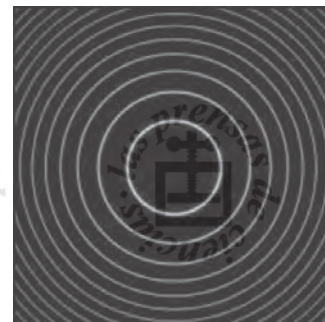


Figura IV.4 Franjas de interferencia de Fabry-Perot

DIFRACCIÓN

DIFRACCIÓN DE FRAUNHOFER

Cuando un frente de onda luminoso interacciona con pequeños obstáculos (de tamaño comparable a su longitud de onda) en su camino, los rayos luminosos parecen curvarse y producir redistribuciones de la energía no explicables en términos de la óptica geométrica; este comportamiento conocido desde hace casi cuatro siglos se conoce con el nombre de difracción. Algunos de los casos más frecuentemente usados para producir este fenómeno son cuando el obstáculo son pequeñas aberturas, cada una de estas producirá un frente de onda, por lo cual si se colocan varias, estos frentes de onda se superpondrán y crearan patrones distintos de acuerdo a los parámetros involucrados en el arreglo (numero, forma, tamaño de las aberturas y separación entre ellas).

DIFRACCIÓN DE FRESNEL Y FRAUNHOFER

Los patrones producidos por difracción presentan formas distintas de acuerdo a la geometría del obstáculo y del frente de onda, es decir, el análisis cambia si se considera un frente de onda esférico, a si se considera uno plano.

Los casos más sencillos son en los cuales se utilizan frentes de onda planos, a estos se les llama de Fraunhofer (debido a Joseph von Fraunhofer), para garantizar frentes de onda planos, la luz debe ser colimada con ayuda de lentes antes de llegar a la abertura o la fuente de luz debe colocarse lo suficientemente lejana de esta. En este tipo de casos es común el uso de láseres como fuentes de luz, debido a su monocromaticidad y que a distancias considerables su frente de onda se puede considerar plano.

Por otro lado a la difracción producida por frentes de onda esféricos se le conoce como de Fresnel (debido a Agustin Jean Fresnel), estos frentes de onda se consiguen colocando la fuente cercana a la abertura, sin embargo aunque la diferencia con la de Fraunhofer no se nota a simple vista, la distribución de intensidades en el de Fresnel es mas "ruidosa" (presenta perturbaciones en la señal).

DIFRACCIÓN DEBIDA A UNA Y VARIAS RENDIJAS

Uno de los experimentos más comunes en el caso de la difracción es el de una rendija. Cuando la luz llega a la rendija, el frente de onda se considera como una fuente de ondas esféricas secundarias que se extienden en todas direcciones con la misma velocidad, frecuencia y longitud de onda que la inicial siguiendo el principio de Huygens Fresnel, generando un perfil de intensidades que es resultado a la superposición de dichas fuentes, como se muestra en la figura IV.5. En el caso de una rendija sigue la siguiente ecuación:

$$I(\theta) = I_o \left[\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right]^2 \quad (4.24)$$

donde

$$\alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \quad (4.25)$$

I_o es la intensidad máxima del patrón en el centro ($\theta = 0$), λ es la longitud de onda, θ es el ángulo que hace el punto de observación respecto a la dirección de propagación del haz incidente y a es el tamaño de abertura de la rendija.

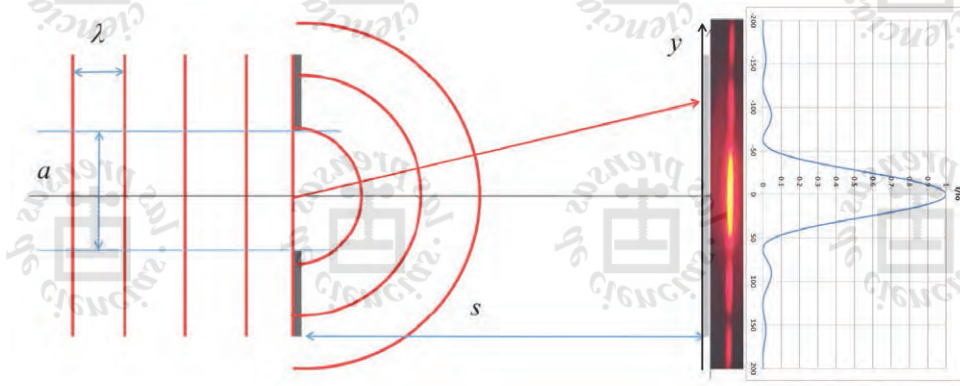


Figura IV.5 Perfil de intensidades debido a la difracción por una rendija

Para dos rendijas, la intensidad varía de acuerdo a la siguiente relación

$$I(y) = I_o \left(\frac{\sin \alpha(y)}{\alpha(y)} \cos \beta(y) \right)^2 \quad (4.26)$$

donde

$$\alpha \approx \frac{\pi a y}{\lambda s} \quad (4.27)$$

y

$$\beta = \frac{\pi b y}{\lambda s} \quad (4.28)$$

b es la separación entre los centros de las dos aberturas.

Para N rendijas ($N = 2, 3, 4, \dots$) la intensidad del patrón de difracción está descrita por

$$I(y) = I_o \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\sin N \beta}{\sin \beta} \right)^2 \quad (4.29)$$

donde α y β están definidas por las ecuaciones (4.27) y (4.28); en este caso, b es la separación entre dos aberturas contiguas.

REFERENCIAS

- [1] Hecht, E., 2017. *Optics*. 5a. Ed., Malasia: Pearson, pp.223-226, Capítulos 9 y 10.
- [2] Malacara, D., 2004. *Óptica Básica*. 2ª. Ed. México: Fondo de Cultura Económica, Capítulos IX, X y XI.

PRÁCTICA 8. INTERFERENCIA

OBJETIVOS

- Observar y entender el fenómeno de interferencia de haces monocromáticos.
- Conocer el funcionamiento y alineación de distintos interferómetros (Young y Michelson)
- Utilizar un método interferométrico para medir con precisión algunos parámetros físicos tales como: longitud de onda, índices de refracción, distancias o ángulos.

A. INTERFERÓMETRO DE YOUNG

Actividades previas

- Considerando que $\lambda_o \approx 0.5 \mu\text{m}$, $a \approx 0.5 \text{ mm}$ y $s \approx 1 \text{ m}$, calcula el ancho Δy de las franjas de interferencia.
- Obtén la expresión para λ_o , en términos de a , s y Δy . Sugerencia: utiliza la ecuación (8.1)
- Di con qué instrumento medirías cada cantidad (a , s y Δy), y qué incertidumbre asociarías a cada medición.
- Demuestra que la incertidumbre propagada durante el cálculo de λ_o , en términos de a , s , Δy , δa , δs y $\delta(\Delta y)$, se puede escribir como sigue:

$$\delta \lambda_o = \left(\frac{\delta(\Delta y)}{\Delta y} + \frac{\delta s}{s} + \frac{\delta a}{a} \right) \lambda_o \quad (\text{VIII.1})$$

- Usando los valores anteriores, calcula el valor de la incertidumbre que podría obtenerse con este experimento; calcula cada término por separado y analiza cuál de ellos contribuye de más a la incertidumbre total; ¿cual contribuye menos?
- Una manera de reducir la incertidumbre de la medición proviene del hecho de que las franjas son todas del mismo ancho; demuestra que si en lugar de medir el ancho de una sola franja, se mide el ancho de N franjas, la incertidumbre $\delta(\Delta y)$ se disminuye como sigue:

$$\delta(\Delta y)_N = \frac{\delta(\Delta y)_1}{N} \quad (\text{VIII.2})$$

Donde $\delta(\Delta y)_N$ es la incertidumbre asociada al ancho de una franja, cuando se mide el ancho de N franjas a la vez.

- ¿Cuánto disminuye la incertidumbre total cuando se mide el ancho de 10 franjas con los parámetros descritos en el problema 1?
- ¿Sugieres alguna otra forma de disminuir la incertidumbre?

Procedimiento experimental

1. Utilizando un juego de rendijas e iluminando directamente con un láser (aprovechando su alta coherencia espacial y temporal), construye un interferómetro de Young. Observa las franjas de interferencia y describe sus principales características.
2. Usando este interferómetro y con ayuda de la ecuación (4.10), mide la longitud de onda de la luz. Considera los siguientes puntos:
 - Realiza al menos 5 diferentes mediciones; para ello cambia de separación entre las aberturas y la distancia al plano de observación.

- Mide la longitud de onda para tres colores diferentes de láseres de He-Ne (verde, amarillo, rojo)

B. ALINEACIÓN Y CALIBRACIÓN DEL INTERFERÓMETRO DE MICHELSON

Actividades previas

El interferómetro de Michelson tiene un espejo móvil que se traslada a lo largo de la normal al espejo (espejo E2 en la figura IV.2). El mecanismo de traslación consta de un tornillo micrométrico que permite realizar desplazamientos de alrededor de $1\text{ }\mu\text{m}$, aunque sólo puede realizar lecturas de hasta 0.01 mm . El tornillo no actúa directamente sobre el espejo, sino que se usa una palanca para reducir el movimiento del espejo a aproximadamente $1/5$ del desplazamiento del tornillo; es decir, si d_t es el desplazamiento del tornillo y d_e es el del espejo, existe una relación de proporcionalidad entre ambas cantidades dada por

$$d_e = K d_t \quad (\text{VIII.3})$$

donde $K \approx 1/5$. Esto permite mover el espejo con resolución inferior a $0.2\text{ }\mu\text{m}$, pero las lecturas sólo pueden realizarse cada $2\text{ }\mu\text{m}$, aproximadamente. Dada la precisión tan alta que se puede obtener con el interferómetro, en varios de los experimentos se requiere determinar con precisión el desplazamiento del espejo móvil. Los valores indicados arriba, son aproximados (con excepción de la escala mínima del tornillo micrométrico, que si es real). Utilizando la ecuación (4.18), usando el valor aproximado de K y considerando que la longitud de onda de un láser rojo de He-Ne, es de $\lambda_o = 6328\text{ Å} = 632.8\text{ nm}$:

- ¿Cuántas cifras significativas tiene y cuál es la incertidumbre $\delta\lambda_o$ asociada a λ_o ?
- ¿Cuántas franjas de interferencia (mínimos) deben pasar por el centro del patrón para que el tornillo micrométrico se desplace una distancia igual a su escala mínima?
- ¿Cuál es la incertidumbre asociada a la medición de d_t ? ¿Cuál es la incertidumbre asociada a la medición de d_e ?
- ¿A cuántas franjas de interferencia que pasan por el centro del patrón corresponde esta incertidumbre?
- Si quiero medir K con 3 cifras significativas, ¿cuántas cifras significativas deben tener d_e y d_t ?

Cuando se cuentan muchas franjas en el interferómetro de Michelson, es casi imposible no tener errores, pues al mover el tornillo micrométrico, a veces se pasan varias franjas a la vez y no son contadas adecuadamente, o por cansancio uno pierde la cuenta; por ello, en este caso podemos considerar que el número de franjas contadas tiene una incertidumbre δN diferente de cero.

Por lo tanto: ¿Cuántas cifras significativas debe tener N ? para determinar K con 3 cifras significativas?

- Obtén una expresión para K , en función de d_t , N y λ_o . Sugerencia: utiliza la ecuación (4.18).
- Calcula la incertidumbre propagada al determinar K con la expresión obtenida en la pregunta anterior; debes proponer un valor razonable para δN y usar los valores de δd_t y $\delta \lambda_o$ determinados arriba.
- ¿Cuántas franjas ($N = ?$) debes contar para que el error δK sea inferior a 0.005 ? Es decir que el error porcentual sea inferior al 0.5% .

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
Interferómetro de Michelson	1 objetivo de microscopio de 10X con portaobjetivos y soporte (un carro para banco óptico es adecuado).	Mesa de altura variable
Láser de He-Ne		Pantalla opaca

1. Alinea el interferómetro de Michelson siguiendo el siguiente procedimiento:
 - Haz incidir luz láser sin expandir, desde la ventana de entrada del interferómetro, de manera que incida normalmente sobre el espejo móvil. Al poner una pantalla opaca a la salida del interferómetro, sobre ella observarás varios puntos luminosos. Si observas con cuidado, hay dos grupos: uno está asociado a las reflexiones que se producen sobre el espejo móvil E2, mientras que el otro grupo se asocia con las reflexiones producidas en el espejo fijo E1 (ver figura IV.2). Para comprobar esto, inserta una tarjeta opaca en diferente brazo del interferómetro y observa cuáles puntos luminosos se pierden sobre la pantalla de observación. Cada punto de un grupo está apareado con otro punto del otro grupo.
 - Con ayuda de los tornillos de alineación del espejo fijo E1, haz coincidir cada par de puntos, correspondientemente.
 - Expande el haz con un objetivo de microscopio y proyecta las franjas sobre una pantalla.
 - Termina de ajustar la alineación, haciendo que las franjas sean circulares en el centro del campo visual. Para ello usa los tornillos de alineación y muévelos muy lenta y suavemente, para no perder las franjas de interferencia.
2. Observa y describe las franjas observadas:
 - Coloca un vidrio esmerilado en la ventana de entrada del interferómetro y observa a ojo las franjas. ¿Son diferentes a las franjas proyectadas? Explica.
 - Observa el patrón de franjas que se proyecta en la dirección de la ventana de entrada. Este patrón, ¿es igual, complementario, o diferente del proyectado en dirección de la ventana de salida? Explica tus observaciones.
 - Gira muy lenta y suavemente el tornillo micrométrico para desplazar al espejo móvil. Observa las franjas y describe su comportamiento.
 - Cuando las franjas desaparecen en el centro del patrón, ¿los espejos se acercan o se alejan entre sí?
 - Desalinea ligeramente el interferómetro, describe el comportamiento de las franjas. ¿Puedes explicar este comportamiento?
3. Utilizando el valor de la longitud de onda de la luz roja de un láser de He-Ne ($\lambda_0 = 632.8$ nm), calibra el tornillo micrométrico. El tornillo micrométrico no actúa directamente sobre el espejo móvil; en realidad, mueve una palanca que actúa sobre el espejo, reduciendo el desplazamiento de éste último. Con este mecanismo, el espejo puede desplazarse distancias muy cortas, con un movimiento muy suave (ver **Actividades previas**).
4. Con el interferómetro de Michelson alineado y calibrado, mide una de las siguientes cantidades:
 - El índice de refracción de una placa de vidrio, utilizando el patrón de interferencia de luz blanca.
 - La diferencia en longitud de onda de las dos líneas del doblete amarillo de la luz de Sodio.

- El índice de refracción del aire.
- El ángulo de inclinación de una placa de vidrio de caras paralelas.
- El tamaño del escalón de una película delgada.
- Otra actividad posible es estudiar el interferómetro de Fabry-Perot

C. MEDICIÓN DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN DE UNA PLACA DE VIDRIO, UTILIZANDO EL PATRÓN DE INTERFERENCIA DE LUZ BLANCA.

Actividades previas

- Deduce las ecuaciones (4.19) y (4.21).
- A partir de la ecuación (4.21) deduce una expresión para la incertidumbre propagada al medir el índice de refracción, con este método. No olvides incluir la constante K del tornillo micrométrico en tus cálculos.

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
Interferómetro de Michelson	1 lámpara de luz colimada	1 cubreobjetos
Láser de He-Ne	1 portaobjetos	Pantalla opaca
1 objetivo de microscopio de 10X con portaobjetos y soporte (un carro para banco óptico es adecuado)		

1. Con ayuda de un láser alinea el interferómetro de Michelson (sigue las instrucciones de las actividades previas, pág. 104).
2. Con el tornillo micrométrico desplaza el espejo móvil de manera que las franjas de orden alto vayan desapareciendo en el centro del patrón, mientras que las de menor orden se desplacen del borde del patrón hacia la zona central. Este proceso ocasiona que las franjas se engrosen de acuerdo con la ecuación (4.16) y debe continuarse hasta que sólo se observe una franja brillante y una oscura en el campo visual.
3. Observa y anota la dirección de giro del tornillo micrométrico; esto es muy importante en lo que sigue, porque debes saber cómo seguir girando el tornillo.
4. Cuando sólo se observa una franja oscura o una brillante, el espejo con tornillos de alineación debe ser ligeramente inclinado con los tornillos; esto producirá franjas curvas no cerradas (verticales de preferencia).
5. Anota la lectura del tornillo micrométrico, esto permitirá regresar a la misma zona en caso necesario.
6. Continúa moviendo el tornillo en la misma dirección, asegurándose que las franjas se muevan en dirección de su centro; anota si la dirección de movimiento es hacia la derecha o hacia la izquierda. Paulatinamente las franjas siguen engrosándose, por lo que será necesario desalinear aún más el espejo correspondiente; además, las franjas van aumentando su radio de curvatura, por lo que se observan cada vez más rectas. Hasta este punto, todo puede hacerse observando las franjas reales proyectadas en una pantalla.
7. Cuando todavía se observa la curvatura de las franjas es conveniente observar directamente las franjas con el ojo e iluminar parcialmente el campo visual con una lámpara de luz blanca; el resto del campo visual se sigue iluminando con el láser.
8. En la parte del campo visual iluminado con la luz láser se siguen observando las franjas de interferencia, pero en la zona iluminada con la luz blanca es poco probable la aparición de franjas. El tornillo micrométrico se debe seguir moviendo en la misma dirección

- hasta que aparezcan las franjas de luz blanca; estas franjas son paralelas a las franjas observadas con láser. Debe tenerse mucho cuidado al mover el tornillo micrométrico, si se mueve muy rápido podrían pasarse desapercibidas las franjas de luz blanca. Es conveniente mantener siempre en el campo visual entre 4 y 8 franjas de interferencia.
9. Si después de un lapso no se han encontrado las franjas de luz blanca, y la curvatura de las franjas con luz láser se han curvado en dirección contraria, se puede regresar a la posición del tornillo micrométrico anotada en el punto 5, pág. 105 y reiniciar el procedimiento a partir del punto 2, pág. 105.
 10. Cuando se hayan encontrado las franjas de luz blanca, los tornillos de alineación ya no deben moverse o sólo de manera muy suave en caso necesario, pues podría perderse el patrón. Debe señalarse la posición de la franja oscura de orden cero en el campo visual (de preferencia debe estar en el centro).
 11. Anota la lectura L1 del tornillo micrométrico.
 12. Inserta la placa de vidrio en el brazo del interferómetro que tiene el espejo móvil; las franjas de luz blanca desaparecen, mientras que las del láser permanecen siempre visibles.
 13. Debe cuidarse que la placa sea ortogonal a la dirección de los rayos que viajan en el interferómetro. Para ello conviene observar las franjas de luz láser; debe buscarse la orientación de la placa de manera que si se gira alrededor de un eje paralelo a la misma, las franjas se muevan siempre en la misma dirección; es decir, si al girar la placa en una dirección las franjas se mueven hacia la derecha por ejemplo, y al girar la placa en dirección contraria, las franjas también invierten su movimiento, entonces la placa no está bien alineada.
 14. Recupera la observación de las franjas de luz blanca. Para ello, gira el tornillo micrométrico de manera que el espejo móvil se acerque al divisor de haz; continúa moviendo el tornillo hasta que observes de nuevo las franjas de luz blanca. Es probable que las franjas presenten deformaciones muy notables; esto se debe a las deformaciones de la placa, trata de alinearlas con mucho cuidado usando los tornillos de alineación. **Ten mucho cuidado de no perder las franjas**, pues tendrías que volver a comenzar el procedimiento.
 15. Cuando la franja de orden cero vuelva a estar visible en la misma posición que en el punto 10 en esta página, se toma la lectura L2 del tornillo micrométrico.
 16. Calcula $\Delta d = L2 - L1$.
 17. Mide h con un tornillo micrométrico para espesores o con un vernier.
 18. Calcula el índice de refracción con ayuda de la ecuación (4.21).
 19. Repite el procedimiento al menos 3 ocasiones. Calcula la incertidumbre propagada, pero también la desviación estándar de las mediciones de Δd y h . Calcula la incertidumbre total de la medición.

D. MEDICIÓN DE LA DIFERENCIA EN LONGITUD DE ONDA DE LAS DOS LÍNEAS DEL DOBLETE DE LA LUZ DE SODIO.

Actividades previas

Como se vio en la práctica 5, de espectroscopía, una lámpara de descarga en sodio, emite en la región visible del espectro de manera apreciable, sólo luz amarilla; si el poder resolutor del espectrómetro es adecuado, se podrá observar que dicho espectro está compuesto por dos líneas muy cercanas en longitud de onda, siendo su diferencia de alrededor de $5\text{\AA}$. Con el interferómetro de Michelson es posible medir esta separación. Para entender el procedimiento, considera que se ilumina el interferómetro con dos longitudes de onda λ_1 y λ_2 . Resuelve los siguientes puntos:

- Para cada longitud de onda (λ_1 y λ_2), escribe la ecuación que expresa la condición cuando en el centro se tiene un mínimo de interferencia (una para cada longitud de onda); toma en cuenta que la distancia d entre espejos es la misma.
- Demuestra que el orden de interferencia para cada longitud de onda es diferente; llama m_1 y m_2 a cada uno.
- Después de mover el espejo móvil a una posición tal que, en vez de tener dos mínimos en el centro del patrón, se tiene un mínimo para λ_1 y un máximo para λ_2 , escribe las ecuaciones correspondientes; ahora la distancia entre espejos es d' y los órdenes de interferencia m'_1, m'_2 son diferentes a los usados en a).
- Explica por qué se dejan de observar las franjas.
- Si se sigue moviendo el espejo en la misma dirección, hasta observar que en el centro hay de nuevo dos mínimos, escribe las ecuaciones correspondientes con d'' la nueva distancia entre espejos y m''_1, m''_2 , para los órdenes de interferencia. Explica por qué ahora, al igual que en a), se tiene un máximo de visibilidad.
- Demuestra que si entre las posiciones determinadas por d y d'' , no se ha obtenido otra condición de máxima visibilidad, entonces se cumple la siguiente relación

$$m''_1 - m_1 = m''_2 - m_2 \pm 1 \quad (\text{VIII.4})$$

- Usando la ecuación (4.13), elimina los órdenes de interferencia de la ec. (VIII.4) para obtener

$$\frac{2(d-d'')}{\lambda_1} = \frac{2(d-d'')}{\lambda_2} \pm 1 \quad (\text{VIII.5})$$

- Demuestra que la diferencia de longitudes de onda se puede escribir como sigue:

$$\Delta\lambda_{\text{exacta}} \equiv \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\pm\lambda_1\lambda_2}{2(d-d'')} \quad (\text{VIII.6})$$

para máximos de visibilidad.

- Siguiendo el mismo razonamiento para dos posiciones d y d''' de observación consecutiva de visibilidad mínima demuestra que

$$\Delta\lambda_{\text{exacta}} \equiv \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\pm\lambda_1\lambda_2}{2(d'-d''')} \quad (\text{VIII.7})$$

- Ahora, considerando la constante K del tornillo micrométrico y que $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda$, las ecuaciones (5.3) y (5.4) se pueden reescribir como sigue

$$\Delta\lambda_{\text{aprox}} = \frac{\lambda^2}{2K(d_i - d'_i)} = \frac{\lambda^2}{2K(d'_i - d''_i)} \quad (\text{VIII.8})$$

- Demuestra que el error sistemático $\delta(\Delta\lambda)$ que se comete al aproximar las dos longitudes de onda con λ , se puede escribir como sigue

$$\delta(\Delta\lambda) \equiv \Delta\lambda_{\text{exacta}} - \Delta\lambda_{\text{aprox}} \approx \frac{(\Delta\lambda_{\text{aprox}})^2}{\lambda} \quad (\text{VIII.9})$$

- Calcula el valor obtenido para el doblete del sodio ($\lambda = 589.592 \text{ nm}$ y $\Delta\lambda \approx 5 \text{ \AA}$).
- Calcula la incertidumbre propagada debido a las incertidumbres de cada una de las cantidades medidas directamente. Estima la incertidumbre de este experimento para los mismos valores dados por la ecuación VIII.9.

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
Interferómetro de Michelson	1 lámpara de luz colimada	1 lámpara espectral de sodio
Láser de He-Ne	Pantalla opaca	
1 objetivo de microscopio de 10X con portaobjetivos y soporte (un carro para banco óptico es adecuado)		

108

1. Haz incidir luz láser en la ventana de entrada del interferómetro y alinea de modo que veas el patrón de interferencia.
2. Inserta la placa de vidrio esmerilado, quita la pantalla de proyección y observa directamente, a ojo, el patrón de interferencia, viendo por la ventana de salida del haz de luz.
3. Quita la luz láser e ilumina la placa de vidrio esmerilado con una lámpara de sodio. Observa el patrón de interferencia. **Atención: Si no observas un patrón de interferencia con la luz de Sodio, antes de intentar realinear el interferómetro**, vuelve a colocar la luz láser y comprueba que con ésta sí observas un patrón de interferencia; en caso afirmativo, gira lentamente algunas vueltas el tornillo micrométrico mientras observas por la ventana de salida, hasta observar un patrón de interferencia con la luz de sodio. Si no observas interferencia ni con el láser, reinicia el procedimiento en el punto 1 de esta página.
4. Observando el patrón de interferencia con la luz de sodio, gira el tornillo micrométrico varias vueltas y observa que, en ciertas posiciones, las franjas pierden nitidez, hasta que se dejan de ver por completo; mientras que en otras posiciones del tornillo, el patrón se ve más nítido. En el primer caso se dice que la visibilidad de las franjas es nula o mínima, mientras que en el segundo la visibilidad es máxima. **No intentes realinear el interferómetro mientras el patrón no sea visible.**
5. Coloca el tornillo micrométrico cerca de uno de sus extremos, en una posición en que veas nítido el patrón. Gira el tornillo de manera que se dirija hacia el otro extremo y cada vez que veas un máximo o un mínimo de visibilidad, anota la lectura del tornillo; separa en diferente columna la posición S_j de los máximos y las posiciones s_j de los mínimos, numéralos en orden de aparición: $j = 1, 2, 3, \dots$. Mide el mayor número de posiciones que puedas.
6. Usando a λ como conocida ($\lambda = 589.592 \text{ nm}$) utiliza la ecuación (VIII.8) para calcular $\Delta\lambda$. **Sugerencia:** en vez de utilizar la distancia entre dos mínimos (o máximos) sucesivos de visibilidad, usa la distancia entre dos posiciones de visibilidad mínima (o máxima) después de que han ocurrido M condiciones similares.
7. Realiza varias mediciones para determinar la incertidumbre aleatoria.

Guía para la discusión.

- Haz una gráfica de los valores S_j y s_j medidos en el punto 5 en esta página, como función del número de máximo o mínimo detectado. ¿Qué comportamiento observas con esas gráficas?
- Explica por qué es mejor medir las posiciones del tornillo cuando han pasado M posiciones de máxima o M posiciones de mínima visibilidad ($M > 1$), en vez de medir sólo dos posiciones sucesivas. En este caso, ¿cómo se modificaría la ecuación (VIII.8)?

- Obtén los errores instrumentales, aleatorios y sistemáticos al medir $\Delta\lambda$. Obtén la incertidumbre o error total. ¿Cuánto valen los errores relativos y porcentuales?

E. MEDICIÓN DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN DEL AIRE.

Actividades previas

- Deduce la ecuación (4.19).
- A partir de la ecuación (4.19) deduce una expresión para la incertidumbre propagada al medir el índice de refracción, con este método. En este caso, ¿es relevante la constante K del tornillo micrométrico?
- Consigue el material necesario para realizar el experimento con otros gases.

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
Interferómetro de Michelson	Bomba de vacío	Pinzas para la manguera
Láser de He-Ne	Manguera de goma o plástico	Pantalla opaca
1 objetivo de microscopio de 10X con portaobjetivos y soporte (un carro para banco óptico es adecuado)		
Celda de vacío con ventanas de vidrio para usarse con el interferómetro		

1. Coloca la celda de vacío en uno de los brazos del interferómetro (entre el divisor de haz y uno de los espejos planos). Fija la celda de manera firme con los tornillos de sujeción.
2. Haz incidir luz laser sobre la ventana de entrada del interferómetro y alinea hasta observar un patrón de interferencia de anillos concéntricos en la pantalla de observación.
3. Conecta la bomba de vacío en el tubo que sobre sale en la cavidad, como se muestra en la figura IV.6.



Fig. IV.6 Celda de vacío usada para medir índice de refracción del aire

4. Asegúrate de que la manguera quede bien ajustada al tubo para evitar fugas de aire, realinea si es necesario.
5. Pon en operación la bomba de vacío hasta que haya extraído el aire de la celda. Cierra la manguera con las pinzas.
6. Detén el funcionamiento de la bomba y cuenta las franjas que aparecen o desaparecen en el centro del patrón; si el movimiento es muy rápido o muy lento, con las pinzas puedes controlar la rapidez con la que entra aire a la celda (apretando o aflojando levemente las pinzas). Realiza esta medición al menos 3 veces.

7. Mide el espesor h de la celda; si es necesario, desmonta las ventanas de la celda por donde entra y sale la luz, haz esto con mucha precaución para no ensuciar las mismas ventanas y la óptica del interferómetro.
8. Usando la ecuación (4.19), determina el índice de refracción.

Actividades extra

- Si puedes contar con láseres de otras longitudes de onda, realiza la misma medición con cada uno de ellos.
- Con este método se pueden medir los índices de refracción de otros gases. Si te es posible conseguirlos, realiza las mediciones correspondientes y compáralas con la medición con aire y con otras mediciones reportadas en la literatura. Sugerencia: se puede obtener bióxido de carbono (CO_2) gaseoso con algunos métodos sencillos: disolviendo pastillas efervescentes en agua, haciendo reaccionar bicarbonato de sodio con vinagre (ácido acético), o permitiendo la libre sublimación de CO_2 sólido (hielo seco que se puede conseguir en algunas paletterías).

Guía para la discusión.

- ¿Cuál es la desviación estándar del número de franjas contadas?, ¿es deseable o convenientes realizar más mediciones?
- Describe las dificultades que tuviste para controlar la rapidez de aparición o desaparición de las franjas
- Obtén los errores instrumentales, aleatorios y sistemáticos al medir $\Delta\lambda$. Obtén la incertidumbre o error total. ¿Cuánto valen los errores relativos y porcentuales?
- Compara tus resultados con valores reportados en la literatura. ¿Son similares o muy diferentes? Explica.

F. EL GONIÓMETRO ÓPTICO

Actividades previas

- Demuestra que la relación entre el número de franjas que pasan y el ángulo que gira la placa de vidrio está dada por

$$N = \frac{2}{\lambda} d \left[n_o (1 - \cos\theta) - n + \sqrt{n^2 - n_o^2 \sin^2\theta} \right] \quad (\text{VIII.10})$$

donde d es el espesor y n es el índice de refracción de la placa de vidrio, n_o es el índice del medio (usualmente aire; $n_o = 1.000$) y λ es la longitud de onda de la luz usada.

- Para medir el ángulo a partir de contar el número de franjas se requiere despejar θ de la ecuación (1), pero es una expresión complicada. Demuestra que en la aproximación para ángulos pequeños ($\theta \ll 1$), se puede aproximar la ecuación (6.1) como sigue:

$$N \approx \frac{n_o^2}{2\lambda n} d \theta^2 \quad (\text{VIII.11})$$

- Grafica N vs. θ , usando $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, $d = 1 \text{ mm}$, $n = 1.5$. Realiza la gráfica tanto para la ecuación exacta (VIII.10) como para la aproximada (VIII.11). Localiza el valor de θ , cuando ambas gráficas difieren en el eje vertical en una unidad.
- Usando la ecuación (VIII.11), despeja el ángulo θ como función de n_o , n , d , N y λ , y calcula la propagación de incertidumbres en función de las incertidumbres asociadas a cada

variable medida. Analiza cómo depende la incertidumbre propagada de cada variable involucrada, incluyendo el ángulo θ , y estima el valor obtenido para diferentes valores de las variables y sus incertidumbres.

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
Interferómetro de Michelson	Base goniométrica de precisión.	Soporte para la placa de vidrio
Láser de He-Ne	Pantalla opaca	
1 objetivo de microscopio de 10X con portaobjetos y soporte (un carro para banco óptico es adecuado)		
Placa de vidrio plano de caras paralelas (un portaobjetos es adecuado)		

1. Alinea el interferómetro con ayuda de un láser, de manera que observes un patrón de franjas circulares bien centradas.
2. Coloca la platina giratoria de precisión en el espacio libre entre el divisor de haz y el espejo móvil del interferómetro.
3. Quita el objetivo de microscopio y fija un portaobjetos a la platina giratoria, tratando de que el portaobjetos se encuentre bien ortogonal al haz láser sin expandir; es decir, debes alinear los haces en la pantalla de observación, pero en vez de mover los tornillos de alineación del espejo E1, sólo debes mover el portaobjetos y/o la platina giratoria.
4. Coloca de nuevo el objetivo de microscopio para observar las franjas circulares centradas. Si no obtienes ese tipo de franjas, mejora la alineación del portaobjetos. Si no consigues obtener la alineación correcta, fija la platina giratoria y el portaobjetos con la mejor alineación posible, y termina de realizar la alineación con los tornillos del espejo E1.
5. Gira suavemente la platina con su tornillo de control. Observa que en el centro del patrón entran (o salen) franjas. Si giras la platina en sentido contrario, las franjas se mueven en sentido contrario entrando al centro, o saliendo de éste.
6. Busca la orientación tal del portaobjetos (platina) que si se gira la platina en un sentido, o en el contrario, las franjas se muevan siempre en la misma dirección; o dicho de otra forma, gira la platina hasta que las franjas inviertan su movimiento, justo en ese punto, el portaobjetos es perpendicular al rayo central del haz. Anota la posición angular de la platina, esa posición marca el ángulo inicial θ_0 .
7. Gira la platina suavemente hasta que veas pasar una franja en el centro del patrón y anota la nueva posición angular θ . Repite el procedimiento para $N = 2, 3, 4$, hasta 20 o más franjas; en cada caso anota la posición angular.
8. Mide d y considera $n = 1.5$, $n_0 = 1$. Compara las gráficas N vs. θ usando los datos medidos experimentalmente y los calculados con las ecuaciones (VIII.10) y (VIII.11). ¿En qué coinciden?, ¿en qué difieren?
9. Despejando θ de la ec. (VIII.11) mide 10 ángulos contando franjas y compara tus resultados con las medidas dadas por el goniómetro.

Guía para la discusión

- ¿Cuál es el límite de ángulos medibles con la aproximación dada por la ecuación (VIII.11)?
- ¿Cuál es el error propagado en la medición del ángulo por conteo de franjas?
- ¿Cuál es el error sistemático al usar la ecuación (VIII.11)?
- ¿Tienes sugerencias para mejorar el procedimiento?

G. MEDICIÓN DEL ESCALÓN DE UNA PELÍCULA DELGADA

Actividades previas

Un escalón en un espejo del interferómetro es equivalente a tener dos espejos al mismo tiempo, en diferente región del campo visual; cada espejo se encuentra a diferente distancia d_2 y d_2' , del divisor de haz. Supón que un espejo ocupa la mitad derecha y el otro la mitad izquierda del haz incidente y que la línea divisoria es el eje y vertical. Describe el patrón de interferencia observado para los siguientes casos:

- $d = \text{abs}(d_2 - d_1) = m \lambda/2$; $d' = \text{abs}(d_2' - d_1) = (m+1/2) \lambda/2$; donde $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, es la longitud de onda y m es un numero entero arbitrario. Considera como ejemplo $m = 2000$. Cuánto vale la diferencia $\text{abs}(d_2 - d_2') = ?$
- $d = \text{abs}(d_2 - d_1) = m \lambda/2$; $d' = \text{abs}(d_2' - d_1) = (m+1/4) \lambda/2$.
- $d = \text{abs}(d_2 - d_1) = m \lambda/2$; $d' = \text{abs}(d_2' - d_1) = (m+1/8) \lambda/2$.
- $d = \text{abs}(d_2 - d_1) = m \lambda/2$; $d' = \text{abs}(d_2' - d_1) = (m+1) \lambda/2$.
- $d = \text{abs}(d_2 - d_1) = m \lambda/2$; $d' = \text{abs}(d_2' - d_1) = (m+3/2) \lambda/2$.

Sugerencia: La ecuación (4.15) de la teoría expresa el radio angular de las franjas de intensidad mínima, como función del número de franja p contado a partir del centro del patrón, la longitud de onda en el vacío y la diferencia de las distancias del divisor de haz a cada uno de los espejos del interferómetro (en este caso se supuso que sólo hay dos espejos; uno en cada brazo del interferómetro). Si se multiplica el radio angular por la distancia focal de la lente que enfoca las franjas, se obtiene el radio real de las franjas en la pantalla de observación; considera una lente de distancia focal $f = 100 \text{ mm}$. Calcula los radios reales de las primeras franjas a partir del centro del patrón. Puedes realizar los mismos cálculos para franjas muy alejadas del centro, por ejemplo para valores de $p = 1000, 1001, 1002, 1003$, etc. ¿Qué puedes concluir de tus resultados? También puedes hacer dibujos o gráficas de las franjas oscuras (son círculos con los radios calculados). **Nota:** la ecuación (4.15) sólo puede ser usada para el caso de las diferencias de distancias d ; sin embargo si aceptamos valores no enteros para p , también se puede seguir usando para los demás casos. Para el inciso a), $p' = p - 1/2$, en el inciso b) $p' = p - 1/4$, etc.; es decir, el valor de p' , decrece respecto a p , igual que m' crece respecto a m .

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
Interferómetro de Michelson	Cera de Campeche o plastilina.	Cámara fotográfica digital
Láser de He-Ne	Pantalla opaca	Espejo con escalón de película delgada.
1 objetivo de microscopio de 10X con portaobjetivos y soporte (un carro para banco óptico es adecuado)		

1. Para comenzar, coloca el espejo con el escalón en la posición del espejo E2. Fíjalo con un poco de cera o plastilina, sobre un pedazo de papel, en lugar de hacerlo directamente sobre la base del interferómetro. Coloca la línea del escalón en dirección vertical.

2. Alinea el interferómetro con ayuda de un láser y proyecta las franjas reales sobre una pantalla, de manera que observes entre 4 y 8 franjas rectas (o casi rectas) horizontales.
3. Asegúrate que las franjas estén ortogonales a la línea del escalón, aunque ésta no esté bien vertical.
4. Describe las franjas observadas; compara las franjas que observas a cada lado del escalón.
5. Obtén una o varias imágenes digitales del patrón de interferencia.
6. A partir de las fotografías obtenidas, comprueba que las franjas están igualmente espaciadas en la dirección vertical. Esto puedes realizarlo con ayuda de una regla, midiendo sobre una impresión de cada fotografía en papel.
7. Demuestra que, a cada lado del escalón, la diferencia de camino óptico entre los haces que interfieren y la posición vertical de un punto en la fotografía obedece una relación lineal, que la pendiente es la misma (o casi) pero que la ordenada al origen es diferente.
8. Determina la altura del escalón a partir de la discontinuidad de las franjas a cada lado del escalón.
9. Repite el procedimiento con luz laser de otra longitud de onda. Compara tus resultados.

113

Guía para la discusión.

- Describe las fuentes de error de este experimento y asigna las incertidumbres asociadas a cada variable medida.
- Calcula la incertidumbre propagada en tus cálculos ¿Cuál es la incertidumbre total de la medición?
- Si las franjas no son completamente ortogonales al escalón, ¿qué correcciones deberían realizarse para obtener el valor correcto?
- ¿Analiza y explica por qué este método sólo es aplicable a películas delgadas?

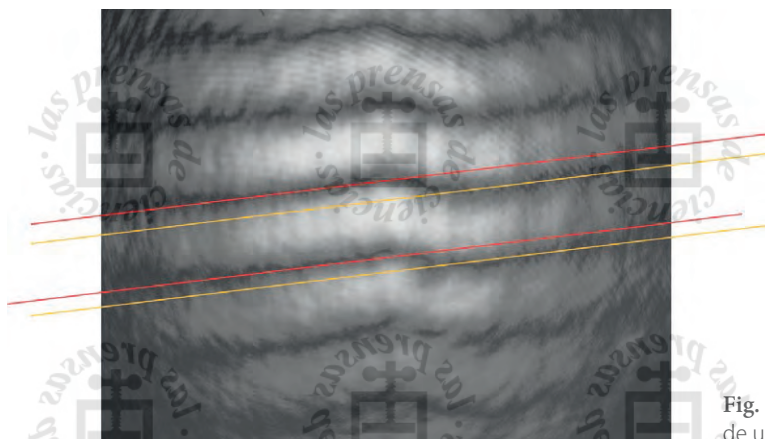


Fig. IV.7. Ejemplo de interferograma de un escalón de película delgada.

H. INTERFERÓMETRO DE FABRY-PEROT

Actividades previas

- a) Grafica el perfil radial de intensidad del patrón de interferencia en un Fabry-Perot, para un láser de He-Ne rojo ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$), como función del ángulo de inclinación θ de los rayos que interfieren. Considera los siguientes parámetros de los espejos del interferómetro: coeficiente de reflexión, $r = 0.9$, separación entre espejos, $d = 1 \text{ mm}$. Considera el intervalo entre 0 y 3 grados, para el ángulo θ . b) Para comparar, usando los mismos parámetros, grafica el perfil correspondiente al patrón de interferencia que se obtiene con un Interferómetro de Michelson. c) ¿Qué diferencias y semejanzas encuentras entre ellos?

Sugerencia: Utiliza las ecuaciones (4.1), (4. 11), (4. 19) y (4. 20) de la sección de **Teoría de Interferencia**.

- b) Grafica el perfil radial de intensidad del patrón de interferencia en un Fabry-Perot, cuando se ilumina con una lámpara de Sodio; esta lámpara emite luz visible en dos líneas espectrales muy bien definidas, dadas por $\lambda_1 = 588.995 \text{ nm}$ y $\lambda_2 = 589.592 \text{ nm}$; considera el hecho de que la intensidad de la primera línea es el doble de la segunda. Usa los mismos parámetros de los espejos del problema a).
- c) Realiza una gráfica similar que en el caso b), pero utiliza el valor de $d = 1.15$. Describe los patrones de intensidad que observarías en cada caso; señala sus diferencias y semejanzas.
- d) Grafica el perfil radial de intensidad del patrón de interferencia en un Fabry-Perot, cuando se ilumina con una lámpara de Mercurio. Utiliza las principales longitudes de onda anotadas en la Tabla 3.2 de las páginas 60-61, así como los parámetros de los espejos del problema a), pág. 113.
- e) Describe el patrón de intensidad que se observaría con dicho arreglo experimental. ¿Qué sucede si disminuyes la separación de los espejos? ¿Qué sucede si d aumenta?

Procedimiento experimental

Lista de material mínimo		
Interferómetro de Fabry-Perot	1 lámpara espectral de Sodio	Cámara fotográfica digital.
Láser de He-Ne	Telescopio (accesorio del interferómetro)	
Objetivo de microscopio de 10X, con portaobjetivos y soporte (un carro para banco óptico es adecuado)		

Alinea un interferómetro de Fabry-Perot:

1. Haz incidir desde la ventana de entrada, normalmente luz láser sobre el espejo móvil. Observarás una sucesión de puntos luminosos transmitidos; con ayuda de los tornillos de alineación del espejo fijo, haz coincidir todos los puntos de la sucesión. En este caso la alineación es más crítica, por lo que a continuación el movimiento de los tornillos debe hacerse con mucho cuidado; con sólo frotar los tornillos el patrón se verá modificado.
2. A continuación, para observar el patrón de interferencia, se coloca la placa difusora antes de la ventana de entrada y un telescopio a la salida del interferómetro; el telescopio debe ser enfocado con un objeto lejano antes de colocarse en el interferómetro. Cuando las franjas son visibles, el interferómetro está casi alineado.
3. Expande el haz con un objetivo de microscopio. Si es necesario, ajusta la alineación para observar las franjas más finas.
4. Observa y describe las franjas. Mueve con mucho cuidado el espejo móvil y describe el comportamiento de las franjas.
5. Sustituye el láser por una lámpara de sodio. Observa el patrón y descríbelo. Desplaza el espejo móvil y describe lo que observas en el patrón de interferencia. Explica tus observaciones.
6. Ilumina la placa difusora con dos láseres de diferente color y describe el patrón observado. ¿Puedes explicar lo que observas?
7. Utiliza ahora diversas fuentes luminosas: una lámpara de mercurio, después una de cadmio, luego una de cesio o neón, etc. En cada caso mueve el espejo y describe tus observaciones. Finalmente usa una lámpara de luz blanca, ¿qué sucede? Explica.
8. Puedes medir la separación del doblete del sodio con este interferómetro. ¿Qué diferencias de procedimiento existen respecto a la manera en que se mide con el Michelson?

PRÁCTICA 9. DIFRACCIÓN

OBJETIVOS

- Producir los patrones de difracción de diferentes aberturas.
- Describir cualitativamente, con detalle las características más sobresalientes de estos y compararlos con las predicciones teóricas.
- Determinar cuantitativamente la distribución de energía en un patrón de difracción de Fraunhofer, producido por una rendija y compararlo con la teoría.

ACTIVIDADES PREVIAS

- Grafica los perfiles de intensidad del patrón de difracción para:
Una rendija Tres rendijas Cinco rendijas
Dos rendijas Cuatro rendijas Diez rendijas
- En todos los casos usa los siguientes parámetros: $s = 1\text{ m}$, ancho de cada rendija $a = 0.005\text{ mm}$, separación entre rendijas, $b = 0.02\text{ mm}$, $\lambda = 632.8\text{ nm}$, intervalo de posiciones, $x \in [-200, 200]\text{ mm}$.

Comentario: Aparentemente es sólo escribir la fórmula general de difracción de N rendijas y cambiar el valor de N . Esto es cierto, pero no es toda la historia. Si no eliges el incremento adecuado para x , te llevarás algunas sorpresas.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Lista de material mínimo		
Láser de He-Ne	Pantalla opaca	Flexómetro
Banco óptico	Portatransparencias	Cámara fotográfica digital
Juego de rendijas y aberturas para difracción	Regla	Programa <i>Image J</i> (disponible de forma gratuita en internet)
Mesa de altura variable	Vernier	Computadora

Utilizando el arreglo experimental mostrado en la figura IV.8, produce el patrón de difracción de una abertura en forma de rendija. Mide y anota los valores del ancho a de la rendija usada, la distancia s entre la abertura difractora y la pantalla de observación y la longitud de onda de la luz láser utilizada.

1. Observa y describe cualitativamente las características más sobresalientes de los patrones de difracción; tales como: tamaño y localización de los máximos y mínimos principales, así como la intensidad relativa de los diferentes máximos.

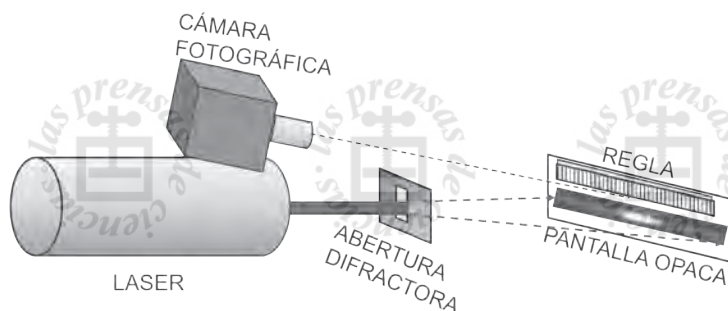


Fig. IV.8 Montaje experimental para la obtención de patrones de Difracción

- Actualmente una manera más conveniente de caracterizar los patrones de difracción producidos, es por medio de fotografías digitales. Dada la facilidad relativa para utilizar cámaras digitales, se propone fotografiar cada patrón de difracción. Obtén la imagen del patrón de difracción con una cámara fotográfica digital. Asegúrate de cumplir con las siguientes condiciones:
- Incluye una regla en la fotografía para poder determinar, posteriormente, las distancias reales por medio de la imagen obtenida.
- Para facilitar el análisis posterior, asegúrate que el patrón de difracción y la regla se encuentren paralelos a la línea horizontal en la fotografía.
- Elige la exposición adecuada de manera que no se sature la cámara para ninguna parte del patrón de difracción. Puedes tomar varias fotografías con diferentes exposiciones, para elegir la más útil.

En el apéndice 9.A se incluyen algunos detalles de procedimiento con la cámara digital; a falta de cámara digital, utiliza un fotodetector según el procedimiento descrito en el apéndice 9.B de esta práctica.

- Con ayuda de un programa de manejo, análisis y procesamiento de imágenes, obtén la intensidad I (niveles de gris de 0 a 255), para cada pixel j a lo largo del patrón de difracción. **Sugerencia:** Utiliza el programa *Image J* (descarga e instalación gratuita en la siguiente dirección: <http://rsbweb.nih.gov/ij/>); en el apéndice 9.A se describen algunos elementos básicos del uso y manejo de imágenes, incluyendo algunas instrucciones básicas de *Image J*.
- Encuentra cuál es el tamaño real de cada pixel, por medio de la regla en la fotografía y transforma la posición en pixeles j a posición real X en el patrón de difracción.
- Determina la posición X_0 del máximo principal del patrón de difracción y transforma las coordenadas arbitrarias X a coordenadas centradas $x = X - X_0$.
- Grafica I vs. x , a partir de los datos obtenidos experimentalmente de la fotografía digital y compárala con la gráfica de la intensidad teórica calculada con la ecuación para difracción de una rendija. Describe sus principales semejanzas y diferencias.
- A partir de los datos graficados determina la posición e intensidad de los máximos y mínimos de intensidad.
- Siguiendo un procedimiento similar al anterior; observa, describe, fotografía y analiza los patrones de difracción producidos por otros tipos de aberturas. Considera los siguientes casos:
 - Una rendija (0.02, 0.04, 0.08, 0.16 mm)
 - Dos rendijas (anchos: 0.04 y 0.08 mm; separación: 0.25 y 0.5 mm)
 - Dos, tres, cuatro y cinco rendijas (ancho: 0.04 mm; separación: 0.125 mm)
 - Abertura circular (dos diámetros diferentes: 0.04 y 0.08 mm)
 - Arreglos bidimensionales de aberturas cuadradas y triangulares (ver figura IV.9).

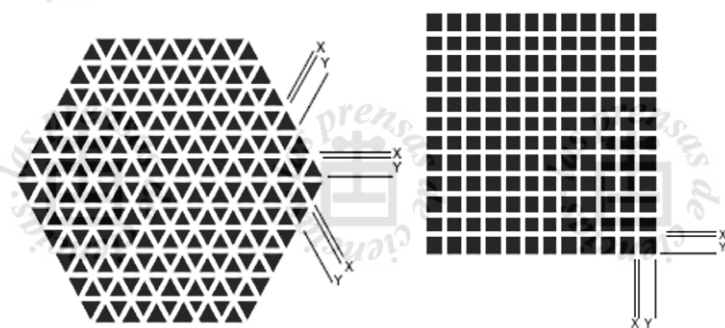


Fig. IV.9 Arreglos bidimensionales de aberturas cuadradas y triangulares ($X = 0.025$ mm, $Y = 0.075$ mm). Tomado de: PASCO, Instruction Sheet for the PASCO, Models OS-9165 and OS-9179, <http://ftp.pasco.com/Support/Documents/English/OS/OS-9165/012-01564C.pdf>

GUÍA PARA LA DISCUSIÓN

- ¿Qué relación tiene el ancho de los máximos de intensidad con el tamaño de abertura, a una distancia fija?
- ¿Por qué una luz no monocromática no es recomendable para este tipo de experimentos?
- ¿Existen semejanzas entre los patrones producidos por una abertura a los producidos por N aberturas?, ¿cuáles son las diferencias?
- Para el caso de una rendija, grafica I_{exp} vs. I_{teor} . ¿Qué comportamiento tiene la gráfica? ¿Puedes aproximar una relación analítica entre ambas cantidades? ¿Qué implicaciones tiene dicho comportamiento? Discute el resultado.

APÉNDICE 9.A Sugerencias para la toma de fotografías

A.1 Consideraciones para fotografiar los patrones de difracción:

1. Al fotografiar un patrón, debes considerar los tiempos de exposición para garantizar una mejor imagen debido a los cambios de intensidad en el patrón.
2. Considera cambiar manualmente la exposición de tu cámara. Lee el manual de tu cámara. Si no cuentas con él, búscalo en internet.
3. Si tu cámara no tiene posibilidades de ajuste de la exposición, considera la opción de manipular la iluminación de la escena; ya sea con la iluminación ambiental de las lámparas del techo del laboratorio, o cambiando la intensidad de la luz láser por medio de polarizadores.
4. Obtener varias fotos de un mismo patrón, con diferentes condiciones de exposición, tamaño, etc., para trabajar con la mejor de ellas.
5. El análisis es digital, por lo que si la foto no lo es, debe digitalizarse

A.2 Para el análisis digital de cada fotografía y poder hacer la comparación con la teoría, debes incluir:

1. Una escala para cuantificar las dimensiones de lo observado.
2. El tipo de abertura usada, las dimensiones de la misma y la distancia entre la abertura y la pantalla de observación. Anótalos en tu bitácora de laboratorio.

A.3 Análisis de fotografías:

1. Una vez que se cuenta con los archivos de las imágenes, con ayuda de una computadora deberán analizarse para cuantificar las características de los patrones de difracción.
2. Los archivos pueden analizarse más fácilmente con programas tales como MathCad, Matlab, Matemática, *Image J* (consulta el manual anexo), pues estos programas cuentan con rutinas para abrir los archivos en formato TIFF, JPG, o BMP (entre otros).
3. En su defecto, puede buscarse transferir los archivos a un formato más accesible para ser analizados como archivos de datos en cualquier programa que pueda manejar este tipo de archivos tales como Excel o algún equivalente.
4. En última instancia pueden trabajar directamente en el lenguaje de su preferencia C, Pascal, Fortran, Basic, etc.

A.4 Compara las características de los patrones observados en el laboratorio, con lo esperado teóricamente:

1. Analiza la longitud o anchura relativos de máximos y/o mínimos.
2. El número de máximos secundarios entre máximos principales [caso iii)].

3. El número de máximos de interferencia contenidos entre los máximos de difracción [caso de dos rendijas o más].
4. Compara la intensidad medida con la teórica. En cualquier caso de discrepancia, intenta una explicación.

A.5 Sugerencias

1. Realiza los dibujos o diagramas que estimes convenientes para hacer más clara la descripción de los patrones producidos.
2. Si no cuentas con una cámara, coloca una hoja de papel blanco en la pantalla de observación y sobre ella, delinea los contornos del patrón.
3. En caso necesario, utiliza un microscopio para determinar la forma, tamaño y disposición de las aberturas

APÉNDICE 9.B Procedimiento para medir el perfil de un patrón de difracción con un fotodetector.

Obtención de datos (fotodetector).

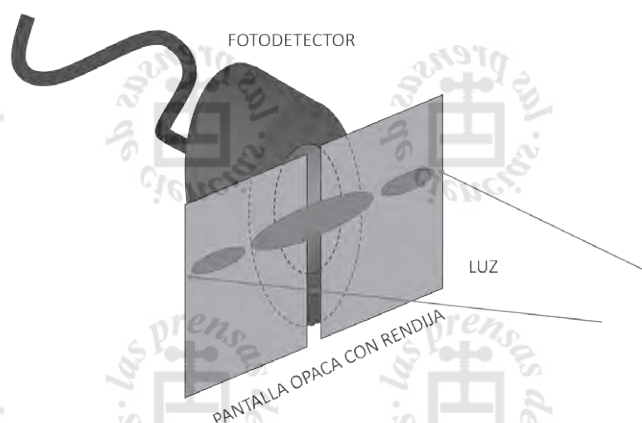


Fig. IV.10 Enmascarado del detector para obtener la variación de irradiancia con la posición.

1. En los casos i) y v) del punto 11 del **Procedimiento Experimental**, mide la distribución de irradiancia como función de la posición. Utiliza un fotodetector, aleja o acerca el detector a la abertura de difracción, según sea necesario para poder discernir la estructura del patrón. Considera que a mayor distancia el patrón es más ancho pero la irradiancia en cada punto se reduce. Al acercar el detector aumenta la irradiancia pero las franjas son más angostas. Sugerencia: Utiliza el fotodetector directamente, sin filtro o cubierta y, sobreponle una abertura recta vertical en forma de rendija para poder resolver mejor las franjas de difracción como se observa en la figura IV.10.
2. Grafica la relación entre irradiancia y posición, compara con los resultados esperados teóricamente.

CAPÍTULO V. ANÁLISIS Y MANEJO DE DATOS EXPERIMENTALES

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

CONCEPTOS BÁSICOS.

Las cifras significativas de una cantidad son aquellas que realmente dan información confiable sobre la cantidad reportada. De acuerdo con Bertha Oda [Ref. 1]: “En una medición, son cifras significativas son todas aquellas que pueden leerse directamente del aparato de medición utilizado”. Las demás cifras que uno anota pueden ser cifras aproximadas o cifras sin significado real. Pero, ¿qué podemos decir de un número que se obtiene de un reporte escrito y no de un aparato de medición? Philip R. Bevington y D. Keith Robinson [Ref. 2], anotan que “(…) la precisión de un resultado experimental está implícito por el número de dígitos anotados en un resultado, aunque generalmente, la incertidumbre debe ser citada de manera explícita también”. Es decir, en un reporte escrito debemos ser cuidadosos; si la fuente es confiable, suponemos que el autor tuvo el cuidado de sólo escribir las cifras que son significativas. Por lo tanto, un autor que escribe un dato con cifras significativas, acompañadas de cifras que no aportan información, es un autor no fiable.

Para hablar con claridad sobre cifras significativas, debemos dar algunas definiciones y convenciones que nos permita entender mejor de lo que hablamos.

- Primero, debemos recordar el significado de las cifras contenidas en un número escrito. La posición de cada cifra determina el valor de ése dígito; a partir del punto decimal, las cifras a su izquierda van incrementando su valor posicional en múltiplos de 10. La primera cifra indica las unidades del número, es decir la cifra anotada se multiplica por uno ($1 = 10^0$); la segunda cifra indica las decenas, la cifra se multiplica por diez ($10 = 10^1$); la tercera cifra indica las centenas, por lo que debe multiplicarse por cien ($100 = 10^2$), y así sucesivamente. Siguiendo con la misma lógica, las cifras a la derecha del punto decimal van disminuyendo su valor por posición en múltiplos de diez. La primer posición a la derecha se multiplica por un décimo ($0.1 = 10^{-1}$); la segunda por un centésimo ($0.01 = 10^{-2}$) y la tercera por un milésimo ($0.001 = 10^{-3}$), continuando así la regla.

Ejemplo 1:

En el número 1234.56, tenemos un millar (1,000), dos centenas (200), tres decenas (30), cuatro unidades (4), cinco décimos (0.5) y seis centésimos (0.06). La suma de todos ellos, nos da el número representado: un mil doscientos treinta y cuatro con cincuenta y seis centésimos.

- Debido a que la primera cifra a la izquierda representa el mayor número que contribuye al número completo, tan sólo por la posición, la primera cifra a la izquierda es la cifra o dígito más significativo siempre y cuando sea diferente de cero. Recordemos que los ceros a la izquierda de un número, no cambian el valor del número.

Ejemplo 2:

En el número 135.246798, el dígito más significativo es el “1” inicial.

- De la misma forma, la última cifra diferente de cero anotada a la derecha representa el número más pequeño que contribuye al número completo; a esta se le llama la cifra o dígito menos significativo.

Ejemplo 3:

En el número 1234 el dígito menos significativo es el "4" al final; pero en el número 1230 el dígito menos significativo es el "3".

Aquí es importante aclarar que si de una medición resulta que la última cifra a la derecha debe ser igual a cero porque así lo indica el instrumento de medición, no porque se desconozca el valor del siguiente dígito, entonces debe buscarse una manera de indicar esto claramente. Algunos autores distinguen el caso de que el punto decimal se anote explícitamente o no [Ref. 2]. Cuando hay punto decimal explícito, el dígito menos significativo es el último dígito a la derecha aunque sea cero. De esta forma, si se quiere indicar en el segundo número del ejemplo 3 que el "0" (número cero) es realmente significativo, debe escribirse así: "1230."

Esta es una convención con la que debe tenerse precaución, pues no siempre se usa. Para evitar confusiones es mejor usar la notación científica y reconocer que el dígito menos significativo corresponde al primer dígito desde la derecha. Para ello se enuncia la siguiente regla.

- Si hay punto decimal, el primer dígito a la derecha es el dígito menos significativo, aún si es cero.

Ejemplo 4:

Usando el ejemplo anterior, con el número "1230"; si el cero es significativo, debe escribirse así: 12.30×10^2 ; en caso contrario, si el cero NO es significativo, debe escribirse así: 12.3×10^2 .

Finalmente, el número de cifras significativas contenidas en un número se determina como sigue.

- Todos los dígitos entre el más y el menos significativo cuentan como dígitos o cifras significativas. De la regla anterior se desprende que el número de cifras significativas de un número es igual al número de dígitos contenidos entre el más y el menos significativo, incluyendo a estos dos.

Reiterando, para escribir números con menos cifras significativas y que requieren del uso de ceros no significativos para colocar adecuadamente los dígitos, se usa la notación científica de manera que los ceros no significativos no sean necesarios.

Ejemplo 5.

Para escribir 10,000 con 2 C.S. (cifras significativas), se escribe 10×10^3 , o 1.0×10^4 .

Para escribir 0.0023 con 2 C.S., se escribe 23×10^{-4} , o 2.3×10^{-3} .

Pregunta: ¿Cómo se deben escribir estos números con 3 C.S.?

REDONDEO

Cuando se realizan operaciones con números que tienen diferente número de cifras significativas, en el resultado puede aparecer un número mayor de cifras que las que son signifi-

tivas, por ello es necesario reportar sólo el número de cifras que realmente son significativas. El proceso de reducir el número de cifras que se reportan en una cantidad, se le conoce como **redondeo**. Las cifras que se reducen son siempre las menos significativas. La decisión de cuántas cifras deben conservarse, depende del tipo de operaciones y los números involucrados. Las reglas del redondeo son muy simples y son las siguientes:

1. Si la la fracción es mayor a $\frac{1}{2}$, incremente la nueva cifra menos significativa; es decir, si la cifra a eliminar es 6, 7, 8, o 9, la cifra que le sigue a la izquierda debe incrementarse en una unidad.
2. Si la la fracción es menor a $\frac{1}{2}$, no incremente la nueva cifra menos significativa; es decir, si la cifra a eliminar es 0, 1, 2, 3 o 4, la cifra que le sigue a la izquierda debe dejarse sin cambio.
3. Si la la fracción es igual a $\frac{1}{2}$, incremente la nueva cifra menos significativa si la cifra menos significativa es impar; si es par, no lo incremente. Es decir, si la cifra a eliminar es 5, la cifra que le sigue a la izquierda debe incrementarse en una unidad, solo si esta es impar (1, 3, 5, 7 o 9); si la cifra a la izquierda es par (0, 2, 4, 6 u 8), debe dejarse sin cambio.

Ejemplos:

1,853,952 redondea a:

- $1,853,950 = 1,853.95 \times 10^3$, a 6 cifras significativas (c.s.)
- $1,854,000 = 1,854.0 \times 10^3$, a 5 c.s.
- $1,854,000 = 18.54 \times 10^5$, a 4 c.s.
- $1,850,000 = 18.5 \times 10^5$, a 3 c.s.
- $1,800,000 = 1.8 \times 10^6$, a 2 c.s.
- $2,000,000 = 2 \times 10^6$, a 1 c.s.

OPERACIONES CON CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Las reglas del manejo de cifras significativas cuando se realizan operaciones aritméticas con ellas, son las siguientes.

Suma y resta

El resultado de la suma o resta de dos números se realiza la suma en forma usual; el resultado se redondeará de manera que el dígito menos significativo del resultado se encuentre en la misma posición que el dígito menos significativo de los operandos que se encuentre más a la izquierda.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 298.896 \\ + 34.56 \\ \hline 333.456 \\ = 333.46 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2345.5689 \\ - 18.5 \\ \hline 2327.0689 \\ = 2327.1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.000109 \\ + 87.34 \\ \hline 87.340109 \\ = 87.34 \end{array}$$

Multiplicación y división

El resultado de la multiplicación o división de dos números se realiza la suma en forma usual; el resultado se redondeará de manera que el resultado tenga el mismo número de C.S. que el operando con menos C.S.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 0.000109 \\ \times 87.34 \\ \hline 0.00952006 \\ = 0.00952 \end{array}$$

$$\frac{22356}{2} = 11178$$

$$= \begin{cases} 1 \times 10^4 \\ 11178 \text{ si } 2 \text{ es entero; } 2 = 2.000000... \end{cases}$$

EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRES

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Cuando una medición se realiza varias veces en condiciones similares, en general, el resultado de cada una es diferente porque las mediciones están afectadas de errores aleatorios. Es común adoptar al valor medio o promedio de los datos obtenidos, como el valor representativo de lo que debería ser la medición, ¿cuál es la justificación para hacer esto? Además, ¿qué incertidumbre se debe asociar a tal valor? Para entender esto, conviene revisar algunos conceptos de probabilidad y estadística. Para ello consideremos como ejemplo los datos en la tabla 5.1, donde se listan un conjunto de datos aleatorios generados por computadora; de esta forma es muy difícil analizar los datos para sacar alguna conclusión sobre su comportamiento. Una mejor manera de observar los datos es simplemente graficando el valor obtenido en cada medición (ver figura V.1); en ella se puede ver con facilidad que los datos varían sin ninguna regularidad, pero están contenidos dentro del intervalo (12,18).

Conforme tenemos más datos es más difícil analizar su comportamiento; en la tabla 5.1, sólo hay 50 datos, pero si aumentamos el número de ellos, será más difícil analizar su comportamiento.

Tabla 5.1 Datos aleatorios (generados por computadora)

14.82	14.58	14.92	14.13	14.06	16.13	15.31	14.15	14.4	15.07
13.25	14.58	14.91	14.53	15.09	15.53	13.98	16.35	14.23	14.04
15.32	14.65	16.40	15.32	17.51	14.19	15.45	14.62	15.08	13.11
14.53	14.56	13.21	14.4	17.15	14.70	14.69	14.49	16.00	12.53
13.42	13.87	14.55	13.12	14.63	14.23	15.38	15.32	13.72	14.52



Fig. V.1 Gráfica de los datos de la tabla 5.1

Una mejor forma de analizar un número grande de datos aleatorios es por medio de un histograma; esto es una gráfica que indica el número de datos que se encuentran en diferentes intervalos de valores posibles. La figura V.2 es el histograma de los datos de la tabla 5.1. La figura V.2a) es una gráfica de barras, mientras que la V.2b) es la misma gráfica pero en forma de polígono de frecuencias. De estas gráficas puede observar la línea naranja vertical que representa el valor medio de los datos (14.69).

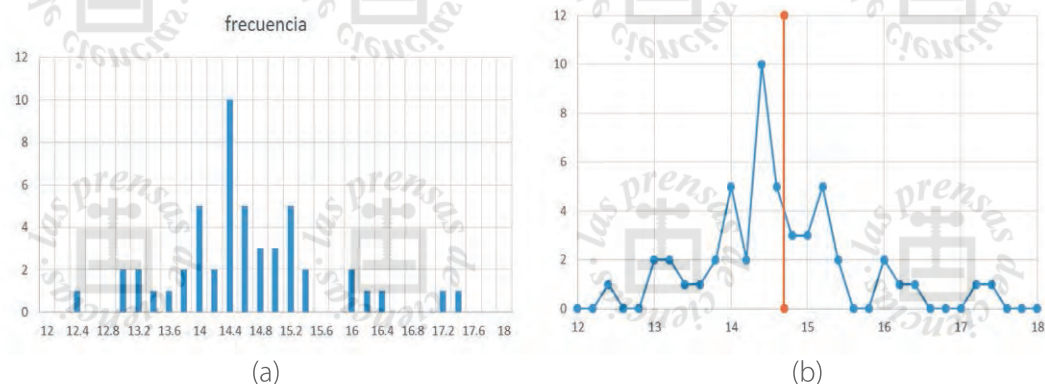


Fig. V.2 Histograma de los datos de la Tabla 5.1.

Si dividimos la frecuencia de datos en cada intervalo entre el número total de datos considerados, tendremos la probabilidad de que al medir un dato, éste esté contenido en cada intervalo; esta gráfica es la distribución de probabilidad. Cuando se utiliza un conjunto muy grande de datos, la distribución de probabilidad adquiere una forma particular característica del problema que se estudia y de la forma en que se obtienen los datos. En cada punto, la altura de la distribución nos dice cuál es la probabilidad de obtener ese valor como resultado de una medición. Dicho de forma más precisa, la probabilidad de que al realizar una medición, el resultado se encuentre en el intervalo (x_1, x_2) , está dado por la siguiente ecuación

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} P(x) dx \quad (5.1)$$

Desde luego que debe cumplirse que

$$P(-\infty < x < \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x) dx = 1 \quad (5.2)$$

pues al medir una cantidad, cualquiera que esta sea, debemos obtener algún valor real. La probabilidad igual a uno significa que se trata de un resultado seguro de que sucederá; mientras que una probabilidad nula, es un resultado imposible de que suceda.

La distribución de probabilidad para cada variable medida puede ser diferente, hacer un estudio estadístico detallado de cada caso, consumiría mucho esfuerzo y tiempo. Sin embargo, por el momento es suficiente saber que existe el **Teorema de Límite Central** que dice lo siguiente:

“Si X es cualquier variable aleatoria con media μ y desviación estándar σ , la distribución muestral de la media muestral $\langle X \rangle$ será aproximadamente normal, con media μ y desviación estándar $\sigma/\sqrt{n}$, sin importar la forma de la distribución de X , siempre y cuando el tamaño de la muestra sea suficientemente grande”

Este teorema implica que si tomamos una muestra de n datos de la variable a medir x , entonces la distribución de probabilidad de los valores medios de las posibles muestras tendrá aproximadamente una distribución de probabilidad normal. Esa distribución de probabilidad de las muestras tendrá aproximadamente el mismo valor medio de las muestras y una desviación estándar que se reduce como $1/\sqrt{n}$ con el número de datos contenidos en una muestra. Este resultado es independiente del tipo de distribución de probabilidad que sigan los datos medidos de forma individual.

EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRES ALEATORIAS.

El Teorema de Límite Central nos permite hacer la siguiente propuesta: una buena estimación del valor medio del universo de datos medidos posibles, es el valor medio de una muestra $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ de n datos definido por

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (5.3)$$

Este valor representa la cantidad que debe ser reportada como resultado de la medición. Por otro lado, el ancho de la distribución normal de las medias será considerado la incertidumbre con la que se determina el valor medio; esto es, la desviación estándar $s(\bar{x})$ de los valores medios muestrales, representa el valor de la incertidumbre aleatoria de la medición, y está dado por $\sigma(\bar{x}) = \sigma(x)/\sqrt{n}$, donde $\sigma(x)$ es la desviación estándar calculada con los datos en una sola muestra; es decir,

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2} \quad (5.4)$$

y

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2} \quad (5.5)$$

No hay una regla general para definir el número de repeticiones, aunque excepto en casos de mediciones de alta exactitud, el número n de datos de una muestra no debe exceder a 10; esto es especialmente importante cuando el tiempo de las mediciones es una restricción importante.

DISTRIBUCIÓN NORMAL O GAUSSIANA

La distribución de probabilidad normal o gaussiana está descrita por la siguiente ecuación

$$f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-x_o)^2}{2s^2}\right] \quad (5.6)$$

Donde x_o es su valor medio, es su valor más probable o moda, y también su mediana; s es su desviación estándar definida por

$$s^2 = \int_{x_1}^{x_2} P(x)(x-x_o)^2 dx \quad (5.7)$$

y $2s$ es el ancho de la distribución. Significativamente, si tenemos una variable aleatoria cuya distribución de probabilidad es normal, la probabilidad de que al realizar una medición, su

valor se encuentre en el intervalo $(x_0 - s, x_0 + s)$, es de 68 %, mientras que para el intervalo $(x_0 - 2s, x_0 + 2s)$, es de 95%, y para el intervalo $(x_0 - 3s, x_0 + 3s)$, es de 99.7%. Es decir, en promedio, por cada 100 datos medidos directamente de dicha variable, 68 estarán en un intervalo de ancho $2s$ alrededor del valor medio $x_0 - s, x_0 + s$, 27 se encontrarán alejados del valor medio una distancia comprendida entre s y $2s$, a ambos lados; casi todos los demás datos (5), se encontrarán entre $2s$ y $3s$ de distancia del valor medio. La probabilidad de medir un dato que se aleje más de $3s$ del valor medio es casi cero, 0.3%; en promedio sólo tres datos de cada mil medidos se encontrarán más allá de $3s$ del valor medio x_0 .

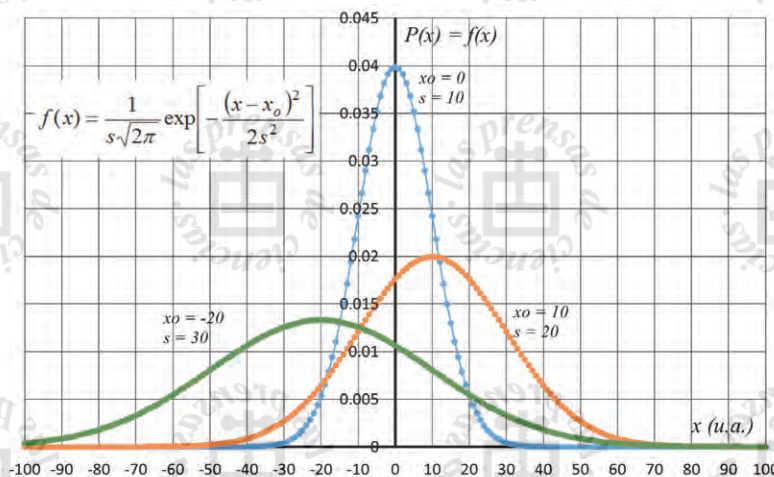


Fig. V.3 Distribuciones de probabilidad Normales o Gaussianas, con diferentes valores medios x_0 y desviaciones estándar s .

EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRES NO ALEATORIAS.

Incetidumbres instrumentales.

Aparte de las incertidumbres aleatorias, las mediciones realizadas de forma experimental pueden estar afectadas de muchos tipos de factores que pueden alterar el resultado de una medición. Tal vez los más conocidos sean los asociados al uso de instrumentos de medición o incertidumbres instrumentales. Durante los cursos básicos de física experimental, se acostumbra expresar la regla de que la incertidumbre experimental es igual a la mitad de la mínima escala del instrumento utilizado. Como en muchos otros casos, esto es una sobre simplificación del problema. En muchos instrumentos la escala es suficientemente amplia como para poder estimar fracciones menores a la mitad; en este caso la incertidumbre puede ser menor que la mitad de la mínima escala. En otros, como en las escalas de los vernieres es muy difícil estimar fracciones de la mínima escala; de esta forma la regla de la mitad de la mínima escala parece ser muy estricta y conviene asociar una incertidumbre más amplia, igual a la mínima escala al menos. Pero eso no es todo lo que debemos considerar para asociar la incertidumbre instrumental, en muchos instrumentos hay que agregar un porcentaje fijo de la escala completa del instrumento y esta puede ser variable, como en un multímetro. A este valor se le llama "error de escala total". Aquí la pregunta es, ¿cómo saber si debo considerar este error o no y cuál es ese porcentaje? La respuesta a esta pregunta y a otras más relacionadas tanto con el funcionamiento del instrumento y con la incertidumbre asociada a cada medición, se encuentra en el manual del instrumento. Allí se indican qué otros errores habría que incluir, para tener una mejor estimación de la incertidumbre. En caso de carecer de esta información, la primer regla puede ser una opción.

Errores sistemáticos.

Otros tipos de factores que afectan a una medición, son conocidos como errores sistemáticos, como el de paralaje o los debidos a aproximaciones en las ecuaciones utilizadas para calcular la cantidad a medir a partir de mediciones de otra cantidad experimental relacionada con la cantidad de interés por medio de alguna teoría física. Un tipo de incertidumbre muy olvidado por los estudiantes de ciencias tiene que ver con los datos que se obtienen de la literatura científica; comúnmente los estudiantes cometen el error de considerar que ciertas constantes fundamentales son exactas, porque las obtienen de un manual o de un libro, donde muy seguido olvidan anotar la incertidumbre asociada a dicho valor. Aquí vale la pena seguir la siguiente regla: si el dato obtenido de alguna fuente bibliográfica no aclara la incertidumbre con la que se midió cierta cantidad, debe asociarse 5 unidades de la cifra menos significativa reportada. Por ejemplo, si se busca en internet “constantes físicas fundamentales”, se puede llegar a la [Ref. 5]. Si se abre esa página web, se obtiene una tabla con los valores de diferentes cantidades físicas fundamentales. Por ejemplo, en el tercer renglón de la tabla aparece la constante de Planck, con el siguiente valor: $h = 6.6260755 \times 10^{-34} \text{ Js}$. Desafortunadamente en dicha referencia no se anota el valor de la incertidumbre. Suponiendo que por el momento no podemos acudir a otra fuente de información más confiable, la regla anterior nos dice que debemos considerar la siguiente incertidumbre: $\delta h = 0.0000005 \times 10^{-34} \text{ Js}$. Vale la pena aquí señalar que, si uno acude a referencias más confiables, por ejemplo, la página del NIST (*National Institute of Standards and Technology*), [Ref. 6], puede uno seguir la liga que lo lleva a la constante de Planck y se lleva uno varias sorpresas: la primera es que la constante de Planck anotada allí contiene más cifras significativas, y a partir de la séptima cifra significativa el valor es diferente a la anotada en la referencia anterior, $h = 6.626070040 \times 10^{-34} \text{ Js}$; la segunda sorpresa es que en esta página web sí se anota su incertidumbre, $\delta h = 0.000000081 \times 10^{-34}$. De estas cifras, podemos ver que con el primer dato para h y con nuestra elección de la incertidumbre, prácticamente contiene al segundo datos que es más confiable y si tiene incertidumbre.

PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRES

Como hemos dicho antes, al realizar cualquier medición experimental intervienen una serie de factores que alteran o modifican el resultado de la medición. Uno de esos factores se atribuye a los instrumentos de medición, en donde la última cifra significativa está relacionada a la mínima división de la escala en que están graduados. Comúnmente la medición de una cantidad física no se realiza directamente con un instrumento, sino que se calcula a partir de otros parámetros medidos directamente con ciertos instrumentos. De manera que la incertidumbre asociada al cálculo final debe ser calculada también por un procedimiento definido, que involucre tanto a las cantidades directamente medidas como a sus correspondientes incertidumbres; esto se conoce con el nombre de propagación de incertidumbres. En esta etapa de sus estudios el estudiante está normalmente familiarizado con la propagación de incertidumbres cuando se realizan operaciones aritméticas entre dos o más magnitudes. Por ejemplo, cuando se calcula la cantidad z a partir de dos magnitudes x y y , cuyas incertidumbres son respectivamente, δx y δy , el error propagado en el cálculo de z está dado por:

Tabla 5.2 Reglas básicas de la propagación de incertidumbres

Operación para obtener z	Incetidumbre propagada δz
$x \pm y$	$\delta x + \delta y$
$x \cdot y$	$y \delta x + x \cdot \delta y$
x / y	$(y \cdot \delta x + x \cdot \delta y) / y^2$

Sin embargo, cuando se tiene una relación más compleja que involucre diferentes tipos de funciones matemáticas, es necesario tener una regla más general para calcular la propagación de incertidumbres. Cuando el valor de la cantidad de interés z , se determina a partir de una variable directamente medida x , a través de una función f

$$z = f(x) \quad (5.8)$$

la incertidumbre propagada se calcula como sigue:

En la figura V.4 se presenta la gráfica de la función $f(x)$; en el eje de las abscisas se muestra el valor x de la cantidad medida, así como su incertidumbre indicada por el intervalo $(x-\delta x, x+\delta x)$. Proyectando dichos valores al eje de las ordenadas a través de la gráfica de la función, se obtienen los valores correspondientes de z , $z+\delta z^+$ y $z-\delta z^-$, en donde se ha hecho evidente que el intervalo de error así obtenido es asimétrico para z . Aplicando la ecuación (5.8), obtenemos que

$$\delta z^+ = f(x+\delta x) - f(x) = \Delta f^+ \quad (5.9)$$

y

$$\delta z^- = f(x-\delta x) - f(x) = \Delta f^-$$

Si definimos como Δf simplemente al mayor de Δf^+ y Δf^- , la incertidumbre propagada será

$$\delta z = \Delta f = \frac{\Delta f}{\Delta x} \delta x \quad (5.10)$$

Aceptando que Δf y Δx son pequeños, podemos aproximar al cociente en (5.10) por el valor de la derivada, resultando

$$\delta z = \frac{\partial f}{\partial x} \delta x \quad (5.11)$$

La generalización obvia de este resultado a funciones de varias variables es, que si

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (5.12)$$

entonces

$$\delta z = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \delta x_i \quad (5.13)$$

donde se utilizan los valores absolutos de las derivadas para considerar el peor de los casos, cuando todas las cantidades se suman.

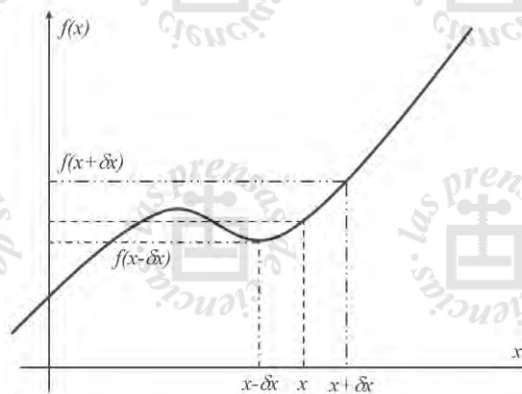


Fig. V.4 Gráfica para ilustrar la propagación de incertidumbres.

De manera equivalente, la teoría estadística nos dice que la manera en que se propagan las desviaciones estándar está definida por la siguiente relación

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^2 \sigma_n^2} \quad (5.14)$$

donde $\sigma_i, i = 1, 2, \dots, n$, es la desviación estándar correspondiente a cada variable x_i , involucrada en el cálculo de z ; σ_z es la desviación estándar propagada durante el cálculo de z , a través de la relación (5.5). Significativamente, usando la desigualdad del triángulo, podemos escribir

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2} = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \sigma_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \sigma_2 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| \sigma_n \quad (5.15)$$

128

por lo que el cálculo con la ecuación (5.13), nos da una cobertura más amplia en el cálculo de la incertidumbre. A veces es más sencillo calcular la suma con los valores absolutos de las derivadas parciales que elevarlas al cuadrado, sumar y luego obtener la raíz cuadrada del resultado.

En cualquier caso, una ventaja de contar con una expresión general para la propagación de incertidumbres, es que nos permite estimar a priori la manera en que las diferentes magnitudes medidas y sus correspondientes incertidumbres influyen en la incertidumbre de la cantidad calculada. De esta manera se puede prever cuales aspectos de una medición deben cuidarse con más empeño para tratar de mantener el error relativo o porcentual dentro de los límites deseados; en caso de que la propuesta inicial no sea satisfactoria, ya sea por el método de medición o por los instrumentos que se utilizan, se pueden proponer modificaciones que mejoren dentro de lo posible el resultado. Es más, se puede estimar cuál sería el mejor valor que podría obtenerse para el error final, suponiendo las condiciones óptimas presentes o asequibles en el laboratorio. A continuación presentamos un ejemplo sencillo aplicado a la medición del índice de refracción.

EJEMPLO DE LA PLANEACION DE UN EXPERIMENTO

Consideremos el siguiente experimento, para medir el índice de refracción de un sólido transparente. Sobre un semidisco del material hacemos incidir un haz de luz (sobre la cara plana del semidisco) a un cierto ángulo de incidencia (ver figura II.5). Este haz sufrirá una desviación a un cierto ángulo dado por la ley de Snell; después de esto, el haz seguirá su trayectoria pero al llegar a la frontera definida por la semicircunferencia este llegará normal por lo que no sufrirá ninguna desviación. De esta forma podemos medir directamente el ángulo de incidencia y el de transmisión. Al aplicar la ley de Snell podemos determinar el índice de refracción. Esta propuesta es tan simple que uno se siente tentado a instalar el dispositivo experimental e inmediatamente medir arbitrariamente un ángulo de incidencia y uno de transmisión; posteriormente puede uno insertar tales valores en la ecuación (2.2) y obtener el valor de n . Conviene detenernos un poco a meditar sobre esta propuesta: ¿Es realmente indiferente qué ángulo de incidencia se usa?. Debe ser claro que si las mediciones se pudieran hacer con precisión infinita o con error cero, la respuesta sería sí, el resultado sería el mismo. Sin embargo, debido a que toda medición está afectada de error o de incertidumbre, la respuesta no es obvia; a continuación mostramos que la respuesta es no, no es igual medir a cualquier ángulo.

Utilizando las ecuaciones (2.2) y (5.13) encontramos que el error propagado al calcular n a partir de mediciones de los ángulos de incidencia y transmisión con este dispositivo, está dado por

$$\delta n = \frac{\sin \theta_t \cos \theta_i \delta \theta_i + \sin \theta_i \cos \theta_t \delta \theta_r}{\sin^2 \theta_i} \quad (5.16)$$

Para efectos de estimación tomemos un ángulo de incidencia pequeño de 5° y consideremos un error en la medición de los ángulos de 0.5° . Con estos valores, el error asociado a n (para el vidrio $n \approx 1.5$) es del orden de:

$$\delta n \approx \frac{\delta \theta_i}{\theta_r} + n \frac{\delta \theta_r}{\theta_r} \approx 0.15 + 0.23 \approx 0.38 \quad (5.17)$$

sin embargo para ángulos de incidencia del orden de 90° (caso extremo) la incertidumbre toma el valor de:

$$\delta n \approx \frac{\cos \theta_r \delta \theta_r}{\sin^2 \theta_r} \approx 0.029 \quad (5.18)$$

Las ecs. (5.17) y (5.18) muestran varios resultados interesantes:

Primero. Debido a que el error en n es mayor para ángulos de incidencia pequeños, es conveniente hacer las mediciones a ángulos de incidencia grandes, cercanos a 90° .

Segundo. Como regla general se puede disminuir el error en la variable calculada minimizando el error de la medición de cada magnitud directamente medida. Tercero. Aunque lo anterior es cierto, también es cierto que hay errores en las magnitudes medidas que son más trascendentes que otros. Por ejemplo, para ángulos pequeños [ecuación (5.17)], el error propagado debido a la medición en el ángulo de transmisión es ligeramente más crítico que para el ángulo de incidencia. Sin embargo, para ángulos grandes, la ecuación (5.18) no depende del error en medir el ángulo de incidencia, y sólo aparece el error del ángulo de transmisión; esto indica que si bien, no podemos declarar de manera absoluta, que la influencia del error en θ_i es nula, si es claro que la influencia del error en θ_t es mayor y que, por lo tanto, debe hacerse más esfuerzo por minimizar éste que aquél.

CAPTURA, ANÁLISIS Y TRATAMIENTO DE IMÁGENES DIGITALES

CONSIDERACIONES PARA CAPTURAR IMÁGENES DE FENÓMENOS ÓPTICOS.

- Al fotografiar un patrón debes considerar los tiempos de exposición para garantizar una mejor imagen debido a los cambios de intensidad en el patrón.
- Considera cambiar manualmente la exposición de tu cámara. Lee el manual de tu cámara. Si no cuentas con él, búscalo en internet.
- Si tu cámara no tiene posibilidades de ajuste de la exposición, considera la opción de manipular la iluminación de la escena; ya sea con la iluminación ambiental de las lámparas del techo del laboratorio, o cambiando la intensidad de la luz que se fotografía, por medio de polarizadores.
- Obtener varias fotos de un mismo patrón, con diferentes condiciones de exposición, tamaño, etc., para trabajar con la que mejor se adapte a tus necesidades; en ocasiones una imagen resalta ciertos aspectos, mientras que otra resalta otros diferentes; ambas pueden ser útiles. En todo caso, asegúrate de que las condiciones relevantes no cambien para poder combinar datos de una y otra imagen.
- El análisis es digital, por lo que si la foto no lo es, debe digitalizarse
- Para el análisis digital de cada fotografía y poder hacer la comparación con la teoría, debes incluir:

1. Una escala para cuantificar las dimensiones de lo observado. Esta escala debe colocarse en el mismo plano transversal que lo que se desea medir o analizar.
2. Las condiciones usadas en cada fotografía. Por ejemplo, en el caso de fotografiar patrones de difracción producidos por diversas aberturas, debes anotar el tipo de abertura usada, las dimensiones de la misma y la distancia entre la abertura y la pantalla de observación. Anótalos en tu bitácora de laboratorio.

ANÁLISIS DE FOTOGRAFÍAS:

Una vez que se cuenta con los archivos de las imágenes, con ayuda de una computadora deberán analizarse para cuantificar las características de las imágenes observadas.

Los archivos pueden analizarse más fácilmente con programas tales como MathCad, Matlab, Matemática, *Image J* (consulta el manual del programa: <http://rsbweb.nih.gov/ij/docs/guide/user-guide.pdf>), pues estos programas cuentan con rutinas para abrir los archivos en formato TIFF, JPG, o BMP (entre otros).

En su defecto, puede buscarse transferir los archivos a un formato más accesible para ser analizados como archivos de datos en cualquier programa que pueda manejar este tipo de archivos tales como Excel o equivalente; esto puede ser cierto sólo para imágenes de baja resolución.

En última instancia pueden trabajar directamente en el lenguaje de su preferencia C, Pascal, Fortran, Basic, etc., pero requiere nociones de programación específicas de cada lenguaje.

Instrucciones básicas con *Image J*.

1. Abrir la imagen que se desea analizar en el menú **File**.
2. Para obtener un perfil de intensidad, con el botón de trazado de línea recta, marcar la línea sobre la que se quiere determinar el perfil de intensidad.
3. En el menú **Analyze**, seleccionar la opción **Plot Profile**. El programa muestra una gráfica del perfil de intensidades en niveles de gris.
4. La ventana de la gráfica presenta tres botones para recuperar los datos: **List**, **Save** y **Copy**. Con **List** se visualizan todos los datos del perfil en una ventana aparte; con **Save**, se pueden salvar los datos en formato de texto, para después ser analizados con otro programa (por ejemplo con Excel); con **Copy**, los datos se copian a la memoria de la computadora para ser pegados directamente en una hoja de cálculo o cualquier ventana.
5. Con los datos obtenidos se puede recuperar numéricamente el perfil de intensidad de las imágenes de interés, para comparar algunas características de los patrones observados experimentalmente y su descripción teórica.

Sistema de Coordenadas

Una imagen es una distribución espacial, usualmente en un plano, de intensidades luminosas. A cada punto le corresponde un valor de intensidad en la imagen. En principio, la distribución es continua, pero por diversas razones físicas y prácticas, hay un límite a la resolución con la que se describe una imagen. Una imagen digital requiere de dividir el plano de la imagen en elementos de imagen o píxeles (del inglés, PICTure ELEment), que son pequeñas áreas rectangulares o cuadradas (más recientemente). Cada pixel está descrito por tres elementos: la coordenada horizontal, la coordenada vertical de su posición en la imagen y la intensidad asociada a ese elemento de imagen. Ver figura V.5.

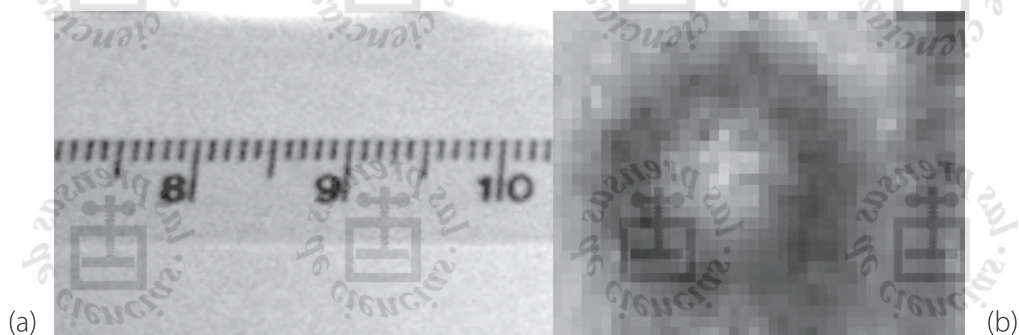


Fig. V.5 a) Imagen de una escala. b) Detalle del número nueve donde se observa la estructura de píxeles en a).

Los niveles de gris o intensidad de cada pixel, puede variar entre cero (correspondiente a una intensidad cero o un “color” negro), y 255 (correspondiente a la intensidad máxima o “color” blanco). Intermedios se encuentran 254 niveles diferentes de intensidad o de gris (8 bits de resolución), como se muestra en la figura V.6.

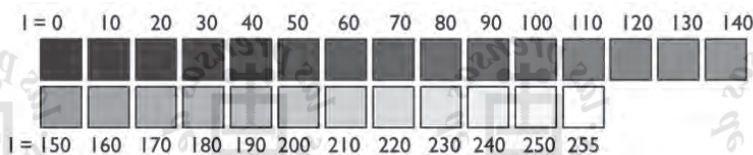
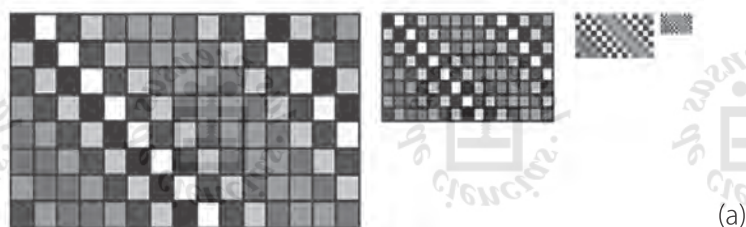


Fig. V.6 Diferentes niveles de gris que puede adoptar un pixel. Sólo se incluyen valores múltiplos de 10 y el valor máximo de 255.

Una manera usual y conveniente de escribir y guardar la información de una imagen es por medio de una matriz. Cada elemento de la matriz se asocia con un pixel, los números de renglón y de columna del elemento de matriz indican la posición del pixel en la imagen y el valor numérico del elemento de matriz indica la intensidad del pixel correspondiente. En la figura V.7 se muestra una imagen con pocos píxeles (8x15), a diferentes tamaños y su correspondiente matriz que la describe.



$$M = \begin{pmatrix} 0 & 250 & 50 & 200 & 100 & 150 & 150 & 100 & 200 & 50 & 250 & 0 & 200 & 50 & 150 \\ 200 & 0 & 250 & 50 & 200 & 100 & 150 & 150 & 100 & 200 & 50 & 250 & 0 & 200 & 50 \\ 50 & 200 & 0 & 250 & 50 & 200 & 100 & 150 & 150 & 100 & 200 & 50 & 250 & 0 & 200 \\ 150 & 50 & 200 & 0 & 250 & 50 & 200 & 100 & 150 & 150 & 100 & 200 & 50 & 250 & 0 \\ 100 & 150 & 50 & 200 & 0 & 250 & 50 & 200 & 100 & 150 & 150 & 100 & 200 & 50 & 250 \\ 100 & 100 & 150 & 50 & 200 & 0 & 250 & 50 & 200 & 100 & 150 & 150 & 100 & 200 & 50 \\ 150 & 100 & 100 & 150 & 50 & 200 & 0 & 250 & 50 & 200 & 100 & 150 & 150 & 100 & 200 \\ 50 & 150 & 100 & 100 & 150 & 50 & 200 & 0 & 250 & 50 & 200 & 100 & 150 & 150 & 100 \end{pmatrix} \quad (b)$$

Fig. V.7 a) Imagen vista a diferentes tamaños. b) Matriz que representa de forma numérica la imagen en a).

Si la matriz de imagen se denota por “ M ”, entonces $M_{i,j}$, corresponde numéricamente al valor de gris del píxel localizado a i -renglones del renglón superior y a j -columnas de la más izquierda, en la imagen. Por tanto el píxel (1,1) se localiza en la esquina superior izquierda de la imagen; los índices i (renglones) y j (columnas) crecen en dirección usual del eje x , para las columnas, pero en dirección inversa al eje y para los renglones (hacia abajo); por ello si se grafican las coordenadas de los píxeles, la gráfica mostrará la imagen invertida en la dirección vertical (ver figura V.8).

Para transformar los píxeles a distancias reales en el CCD, se multiplica el número de píxeles por el tamaño del píxel. Se supone de entrada, que los píxeles son cuadrados, en caso contrario hay que distinguir las distancias y tamaños vertical (y-hacia abajo) y horizontal (x-hacia la derecha)

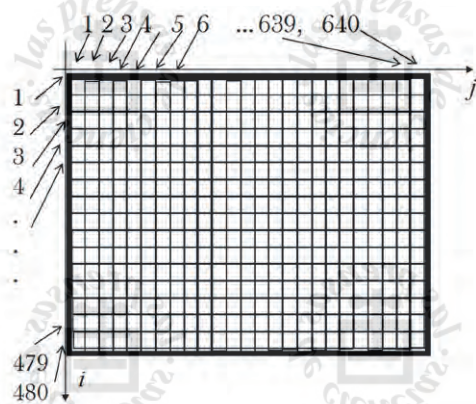


Fig. V.8 Disposición de los píxeles según la interpretación usual en una imagen de 480×640 píxeles de tamaño.

MÉTODO DE INTERPOLACIÓN LINEAL.

Si se conocen dos puntos cercanos P_1 y P_2 al punto P_0 que se quiere interpolar, debido a que no se conoce la relación exacta entre las variables medidas, en muchas ocasiones se puede aproximar la función real por una relación lineal entre los puntos conocidos de coordenadas (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , respectivamente. Suponiendo conocida la variable independiente x_0 del punto a interpolar, se busca aproximar y_0 , con y' . La ecuación de la recta que pasa por (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , es

$$y(x) = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1) + y_1 \quad (5.19)$$

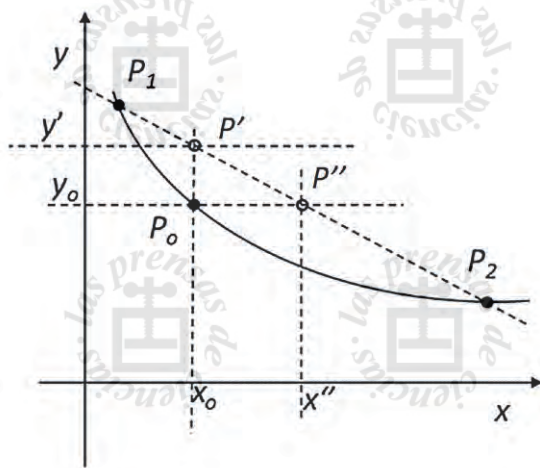


Fig. V.9 Interpolación lineal. P_1 y P_2 son los puntos conocidos, P_0 es el punto por donde pasa la curva en el punto (x_0, y_0) ; P' y P'' son los puntos obtenidos por interpolación.

de donde se puede obtener el valor de la ordenada y' para una abscisa x_o conocida, como sigue

$$y' = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x_o - x_1) + y_1 \quad (5.20)$$

De la misma forma, si se quiere obtener el valor aproximado a x_o suponiendo conocida y_o , de (5.19) se despeja x y se evalúa en $y = y_o$, obteniendo

$$x'' = \left(\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} \right) (y_o - y_1) + x_1 \quad (5.21)$$

MÍNIMOS CUADRADOS

Cuando se miden un conjunto de datos $(x_j, y_j), j = 1, 2, \dots, N$, que se sospecha, se sabe, o parece que se relacionan en forma lineal, pero debido a los errores aleatorios la gráfica de esos datos no caen estrictamente sobre una línea recta, es posible encontrar la pendiente y la ordenada al origen de la recta que mejor se ajusta al conjunto de datos. Se sabe que el mejor ajuste está dado por el método de mínimos cuadrados.

La idea es la siguiente. Se propone que la relación lineal entre los datos está dada por

$$y(x) = mx + b \quad (5.22)$$

Se define la función Chi-cuadrada, como la suma de los cuadrados de las distancias en la dirección y , de los puntos experimentales a la recta dada por la ecuación (5.22), como sigue

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N (y_j - mx_j - b)^2 \quad (5.23)$$

Y se postula que la pendiente m y la ordenada al origen b , de la recta que mejor se acerca a todos los datos, están dados por aquellos valores que minimizan a la función χ^2 ; es decir, se debe cumplir que

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial m} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial (y_j - mx_j - b)^2}{\partial m} = -2 \sum_{j=1}^N (y_j - mx_j - b) x_j = 0 \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial b} = \sum_{j=1}^N \frac{\partial (y_j - mx_j - b)^2}{\partial b} = -2 \sum_{j=1}^N (y_j - mx_j - b) = 0 \quad (5.25)$$

- Este es un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas m y b :

$$\sum_{j=1}^N y_j x_j = m \sum_{j=1}^N x_j^2 + b \sum_{j=1}^N x_j \quad (5.26)$$

$$\sum_{j=1}^N y_j = m \sum_{j=1}^N x_j + \sum_{j=1}^N b \quad (5.27)$$

cuya solución es

$$m = \frac{N \sum y_j x_j - \sum x_j \sum y_j}{\Delta} \quad (5.28)$$

y

$$b = \frac{\sum x_j^2 \sum y_j - \sum x_j \sum x_j y_j}{\Delta} \quad (5.29)$$

donde

$$\Delta = N \sum x_j^2 - (\sum x_j)^2 \quad (5.30)$$

Es importante reconocer aquí que el cálculo de m y b , no es exacto; la incertidumbre asociada a estos cálculos, cuando se supone que sólo hay incertidumbre en las variables y

134

$$\sigma_m = \sigma_y \sqrt{\frac{N}{\Delta}} \quad (5.31)$$

y

$$\sigma_b = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum x_j^2}{\Delta}} \quad (5.32)$$

Donde:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{j=1}^N (y_j - mx_j - b)^2} \quad (5.33)$$

Además, una medida de qué tan bien se representa el conjunto de datos por la relación lineal dada por la ecuación (5.22), está dada por el coeficiente de correlación R , se obtiene de:

$$R = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_j - \bar{x})^2 \sum (y_j - \bar{y})^2}} \quad (5.34)$$

TAREAS

- Si se calcula el seno de un ángulo que se conoce con N cifras significativas, ¿cuántas cifras serán significativas en el resultado?
Sugerencia: Utiliza el desarrollo en serie de la función $\text{sen}(x)$, dado por

$$\text{sen}(x) \approx x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \quad (5.35)$$

y las reglas de manejo de cifras significativas.

Respuesta:

El resultado tendrá el mismo número N de cifras significativas que el número de cifras significativas del argumento. Ejemplo:

x (grados)	x (radianes)	$\text{sen}(x)$	$x^3/3!$	$x^5/5!$	$x^7/7!$	$\text{sen}(x)$
1.0	0.017	0.01745241	0.000000089	0.0000000000013	0.00000000000000098	0.017
10.0	0.175	0.17364818	0.000886	0.00000135	0.000000000979	0.174
60.0	1.047	0.8660254	0.191	0.0105	0.000274	0.866
90.0	1.57	1	0.646	0.0797	0.00468	1.000

- Elaborar un vernier con papel o cartón, de manera que la escala mayor permita medir distancias en centímetros, y la escala menor permita medir distancias en milímetros.

135

REFERENCIAS

1. Oda Noda, B., 2005. *Introducción al Análisis Gráfico de Datos Experimentales*, 3ª. ed. México: Las Prensas de Ciencias, UNAM, pp. 13.
2. Bevington, P. y Robinson, D., 1992. *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, 2ª. ed. EUA: Mc Graw-Hill.
3. Chao, L., 1985. *Introducción a la Estadística*. México : CECSA, pp. 234.
4. Schmid, W. y Lazos Martínez, R., 2004. *Guía para Estimar la Incertidumbre de la Medición*. México: Centro Nacional de Metrología.
5. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Tables/funcon.html>, [consultada el 15 de febrero de 2017.]
6. <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/>, [consultada el 15 de febrero de 2017.]
7. Baird, D. C., 1962. *Experimentation: An Introduction to the Measurement Theory and Experiment Design*. EUA: Prentice Hall.

**LABORATORIO DE ÓPTICA.
TEORÍA Y PRÁCTICA**

editado por la Facultad de Ciencias de la
Universidad Nacional Autónoma de México,
se terminó de imprimir el 20 de octubre de 2018
en los talleres de Navegantes de la comunicación
gráfica, S.A. de C.V., Pacual Ortiz Rubio 40.

San Simón Ticuman, Benito Juárez
C.P. 03660. Ciudad de México.

El tiraje fue de 500 ejemplares.

Está impreso en papel Bond de 90 grs.
En su composición se utilizó tipografía
Kozuka Gothic Pro 11.5/14.5 pt.

Impresión en offset.

Diseño de portada
Eliete Martín del Campo Treviño

Formación de interiores
Eliete Martín del Campo Treviño

El cuidado de la edición estuvo a cargo de
Patricia Magaña Rueda

PRÁCTICAS DE LABORATORIO DE ÓPTICA

El manual de prácticas para la asignatura obligatoria de Laboratorio de Óptica de la carrera de Física de la Facultad de Ciencias de la UNAM es producto de la experiencia del autor como profesor en la propia Facultad. El manual cuenta con cinco capítulos: Introducción al Laboratorio de Óptica; Óptica Geométrica; Óptica Física (Teoría Vectorial); Óptica Física (Teoría Escalar) y Análisis y Manejo de Datos Experimentales. En el capítulo I se introduce al estudiante a la óptica. Cada uno de los siguientes tres, se inicia con una breve exposición de la teoría necesaria para entender las actividades prácticas y luego se proponen las prácticas a desarrollar en cada tema. En el último capítulo se presentan los conceptos básicos para el análisis y manejo de datos experimentales, que son herramientas fundamentales en un curso formal de laboratorio.

ISBN: 978-607-30-0991-1



9 786073 009911