



CCADET

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Informe Técnico

AUTOQUERATOSCÓPIO.

AUTORES:

Dr. Mario González Cardel

Dr. Rufino Díaz Uribe

2016

Tipo de Proyecto: Desarrollo Tecnológico.

Institución Patrocinadora: CCADET-UNAM
Financiamiento: interno

AUTOQUERATOSCÓPIO.

Dr. Mario González Cardel y Dr. Rufino Díaz Uribe
Depto de Óptica y Microondas CCADET - UNAM

Resumen.

Se presenta el diseño y las bases del funcionamiento de un *Autoqueratoscópio* que fue diseñado y construido por el grupo de pruebas ópticas del CCADET, para ser expuesto en el Palacio de Minería, durante la *Feria de la Física 2005*, como parte de las celebraciones *del Año Internacional de la Física*, evento organizado por La Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM, con la finalidad de acercar a los estudiantes de nivel medio y medio superior, al mundo de esta apasionante ciencia. El *Autoqueratoscópio* es un dispositivo que permite observar como que los cambios de curvatura en una superficie afectan a una imagen reflejada en ella. Este dispositivo se vuelve más atractivo cuando la superficie de prueba es la propia cornea, ya que se pueden apreciar las deformaciones que esta tiene.

El dispositivo fue construido por personal especializado y con materiales comunes y económicos. Este documento contiene la información necesaria para reproducirlo o adaptarlo para otras exposiciones, y a favorecido el acercamiento de alumnos de diversas áreas, como optometría, física e ingenierías, al grupo de óptica aplicada del CCADET.

ÍNDICE

Introducción.	3
1. Diseño.	8
1.1. Especificaciones.	9
1.2. Diagramas y planos.	10
1.3. Lista de partes.	12
1.4. Costos.	13
2. Funcionamiento.	14
3. Evaluación.	15
Conclusiones.	16
Agradecimientos.	16
Bibliografía.	16

INTRODUCCIÓN.

Para el diseño de este *autoqueratoscópio* se tomó como base la forma que presenta el dispositivo denominado “Disco de Plácido”, (Fig. 1), el cual consta de anillos concéntricos blancos y negros (Funes 1998).

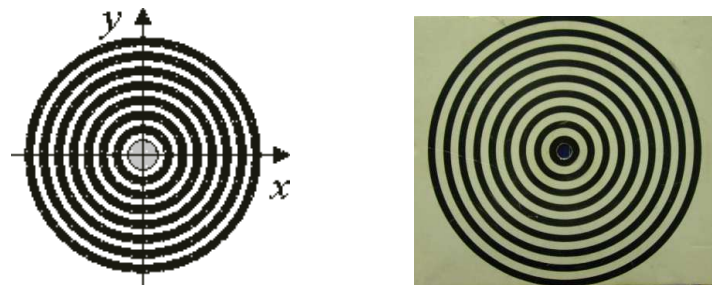


Figura 1. Disco de Plácido, Dibujo (izq), Fotografía (der).

Dicho objeto se coloca frente al ojo humano para que sea reflejado por la superficie corneal y observar la imagen que se forma en ella. Con esto en mente se diseñó una (Díaz-Urbe y Campos-García, 2000). “Pantalla Nula”, la cual conservará dicha forma geométrica al momento de ser reflejada sobre una superficie convexa, como lo es la cornea. Esta Pantalla Nula está impresa en una hoja de papel bond, (fig. 2) la cual es escalada al tamaño adecuado y previamente calculado, de acuerdo a la superficie de prueba y es cortada para que sea introducida en un cilindro de acrílico; es decir, los puntos que conforman la Pantalla Nula están dados por coordenadas cilíndricas.

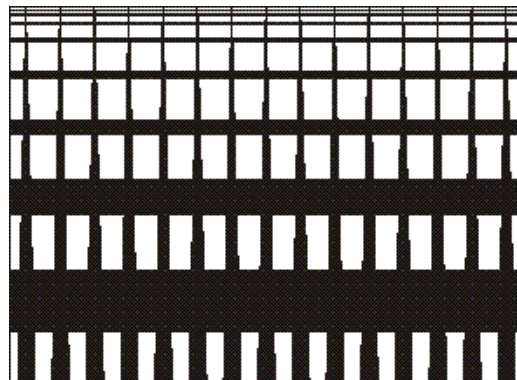


Figura 2. Pantalla Nula

Los cálculos para encontrar la ecuación de la recta que describe al rayo de luz que pasa por los puntos P_1 , P y P_2 se han desarrollado tomando en cuenta la teoría parabasal (Colín, 2007) (fig. 3). Los puntos por los que pasa el rayo de luz son P_1 y P descritos por $P_1 = (-a-b, -p)$ y $P = (-b, 0)$, la

pendiente de la recta que une dichos puntos esta dada por la ecuación de la recta que describe el rayo de luz que va del punto P_1 a P :

$$z_2 = \xi \left(\frac{a}{\rho} \right) - b, \quad (1)$$

Donde a es la distancia entre el diafragma de la cámara y el sensor CCD, b es la distancia entre el diafragma de la cámara y el vértice de la superficie de prueba, ξ es la coordenada radial del punto de incidencia P_2 y z_2 es la sagita del punto P_2 . (ver figura 3).

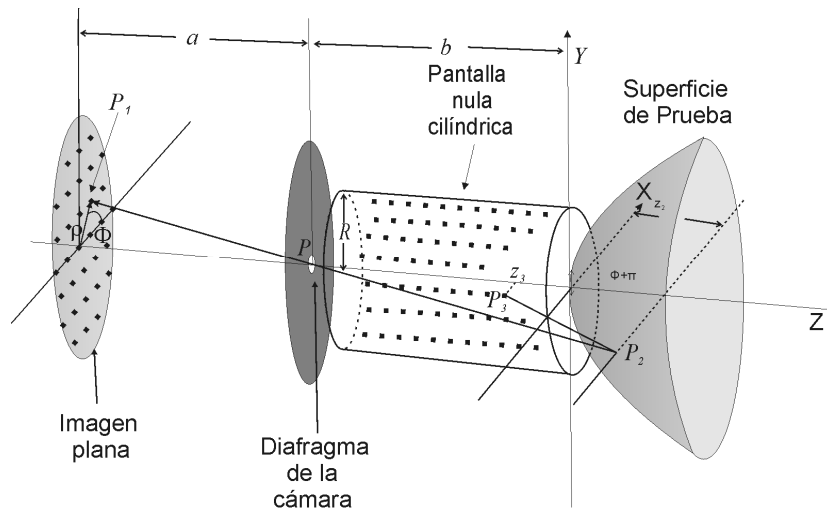


Figura 3. Trazo de rayos inverso, comenzando desde el arreglo que se piensa obtener en el sensor CCD, pasando por el “Pinhole” del diafragma de la Cámara, llegando a la superficie de prueba, que en este caso se trata de la superficie corneal y finalizando en cierta posición P_3 sobre el cilindro que contendrá la Pantalla Nula.

Para encontrar la ecuación que describe la superficie de prueba (una esfera funciona como una primera aproximación a la superficie de la cornea) usamos la ecuación general de las cónicas:

$$z = \frac{cs^2}{1 + [1 - (k+1)c^2s^2]^{1/2}}, \quad (2)$$

Donde c es la curvatura paraxial de la cónica, $s^2 = x^2 + y^2$, $(k + 1)$ es la constante de conicidad e igual a Q , sustituimos y desarrollamos para obtener:

$$\xi = \frac{a[Qb + r] + \sqrt{ar - b\rho(Qb - 2r)}}{aQ + \rho} \rho, \quad (3)$$

$$z_2 = \left[\frac{-a[Qb+r] \pm \sqrt{a^2 r^2 - b \rho^2 (Qb-2r)}}{a^2 Q + \rho^2} \right] a - b, \quad (4)$$

Donde r es el radio de curvatura paraxial e igual a $1/c$.

Ahora necesitamos calcular la normal a la superficie de prueba (que en este caso en particular se trata de una esfera) en el punto $P_2 = (z_2, \phi + \pi, \xi)$, obteniendo el gradiente de la ecuación (2) tenemos:

$$\begin{aligned} \phi(z_2, \xi) &= Qc z^2 - 2z + c s^2 \\ \Rightarrow \Delta \phi(z_2, \xi) &= (2z_2 Qc - 2)\hat{z} + (2c\xi)\hat{\xi} \end{aligned} \quad (5)$$

Y procedemos a hacer uso de la ley de la reflexión en forma vectorial, la cual se escribe como sigue:

$$\vec{r}' = \vec{r} - 2\vec{r} \cdot \vec{N} \vec{N}, \quad (6)$$

Sean $\hat{r}, \hat{r}'$ y $\vec{N}$ los vectores que describen al rayo incidente, el rayo reflejado y la normal a la superficie, respectivamente.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{r}' &= \left(a - \frac{2\{z_2 Qa - ar + \rho\xi\}}{[(z_2 Q - r)^2 + \xi^2]} (z_2 Q - r), \rho - \frac{2\{z_2 Qa - ar + \rho\xi\}}{[(z_2 Q - r)^2 + \xi^2]} (\xi) \right) \\ \Rightarrow \vec{r}' &= (w_1, w_3) \end{aligned}$$

Así el rayo de luz después de ser reflejado por la superficie de prueba, atraviesa la superficie del cilindro en el punto $P_3 = (z_3, \phi_3 + \pi, \xi_3)$, (fig. 4) donde:

$$z_3 = \frac{a\xi^2 + a(Qz_2 - r)^2 - 2(Qz_2 - r)(\rho\xi + aQz_2 - ar)}{\rho\xi^2 + \rho(Qz_2 - r)^2 + 2\xi(\rho\xi + aQz_2 - ar)} (-R + \xi) + z_2 \quad (7)$$

$$\rho_3 = R, \quad (8)$$

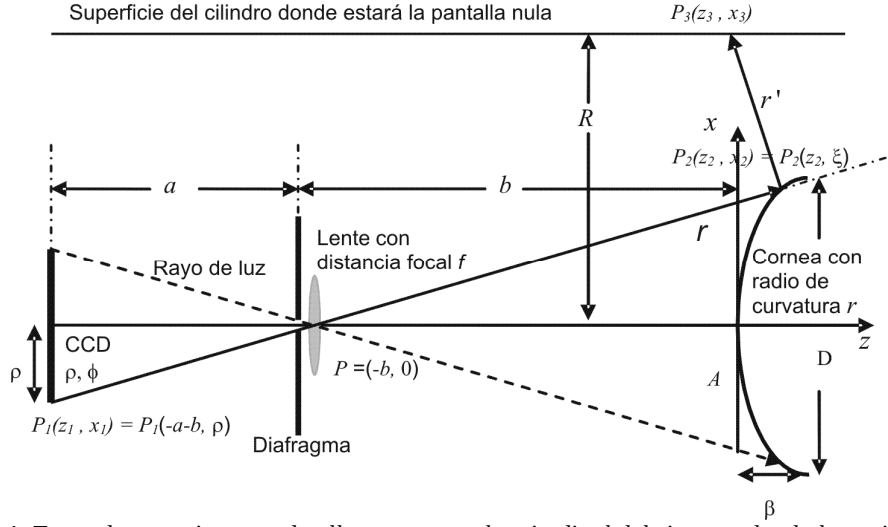


Fig. 4: Trazo de rayos inverso, detalle en un corte longitudinal del sistema, dando la posición de los puntos así como de todas las variables.

En donde la distancia R se refiere al radio del cilindro donde estará montada la pantalla nula. Resta sólo mostrar la relación que guardan las distancia a y b , dadas por:

$$b = \frac{aD}{\sqrt{2d}} - \beta, \quad (9)$$

Donde D es el diámetro de la superficie de prueba, d es la longitud de un lado de la rejilla cuadrada sobre el CCD (el diámetro de la imagen de la superficie es igual a la diagonal cuadrada inscrita), y β es la sagita en el borde de la superficie. Que está dada por:

$$\beta = \begin{cases} \frac{D^2}{8r} & \text{para } Q = 0 \\ \frac{r}{Q} \left[1 - \left(1 - \frac{QD^2}{4r^2} \right)^{1/2} \right] & \text{para } Q \neq 0 \end{cases}, \quad (10)$$

Para un hemisferio completo tenemos que ($Q = 1$), el rayo marginal es tangente a la superficie, y éste define el límite de la imagen que se captará. Para tal caso se tiene que el diámetro debe cumplir la condición:

$$D = \frac{\sqrt{8ra}}{\sqrt{2a^2 + d^2}}, \quad (11)$$

Ahora procedemos a calcular las posiciones de un conjunto de puntos dentro de la pantalla cilíndrica que tienen sus imágenes a lo largo de una rejilla cuadrada. Para puntos separados por una distancia l del plano imagen, $x = nl$ y $y = ml$, donde $n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$ (con $Nl = d/2$). Entonces:

$$\rho = \left(n^2 + m^2\right)^{\frac{1}{2}} l, \quad \tan \phi = \frac{m}{n}, \quad (12)$$

Así las Ecs. (9), (10), (11) y (12) deben ser usadas invariablemente en la Ec. (8).

Lo que resta es dibujar una serie de puntos sobre un plano cartesiano XY (el plano de la hoja de papel que servirá de pantalla nula, y que una vez dibujada la figura se enrollará para ser insertada en el interior de un cilindro de acrílico transparente), donde:

$$X = R\phi, \quad Y = z_3(\rho), \quad (13)$$

Para líneas paralelas a los ejes x y y , respectivamente. La Ec. (13) junto con las Ecs. (3), (4), (7), (8) y (12) logran describir la localización de los puntos en un plano cartesiano en tal forma, que cuando es transformado en una pantalla cilíndrica, es adecuado para una prueba nula de la superficie requerida.

El arreglo arriba mencionado se colocó dentro de una caja con un espejo plano al fondo, de manera que el usuario pudiera ver su propia cornea reflejada en él y así observar sus propias deformaciones.

1. Diseño.

El dispositivo utiliza dos pantallas nulas, una circular impresa en un rectángulo de papel bond de 240×80 mm, con 12 líneas verticales y 4 horizontales, similar a la de la figura 2, colocada en el interior de un cilindro de acrílico, para que la pantalla tome esta forma, y otra plana circular de 38 mm de diámetro, con 3 líneas circulares concéntricas y 12 radiales, colocada en la base del cilindro de acrílico. Sobre esta pantalla y dentro del cilindro de acrílico se coloca una lente biconvexa de distancia focal 100 mm, finalmente se coloca un espejo plano circular de segunda superficie, de 75 mm de diámetro.

Alrededor del arreglo mencionado, se coloca una lámpara de circular de luz blanca. El dispositivo está fabricado en madera, tiene cuerpo de paralelepípedo y cuenta con un orificio circular de 75 mm de diámetro y que funciona como ventana de observación, ver figura 8.

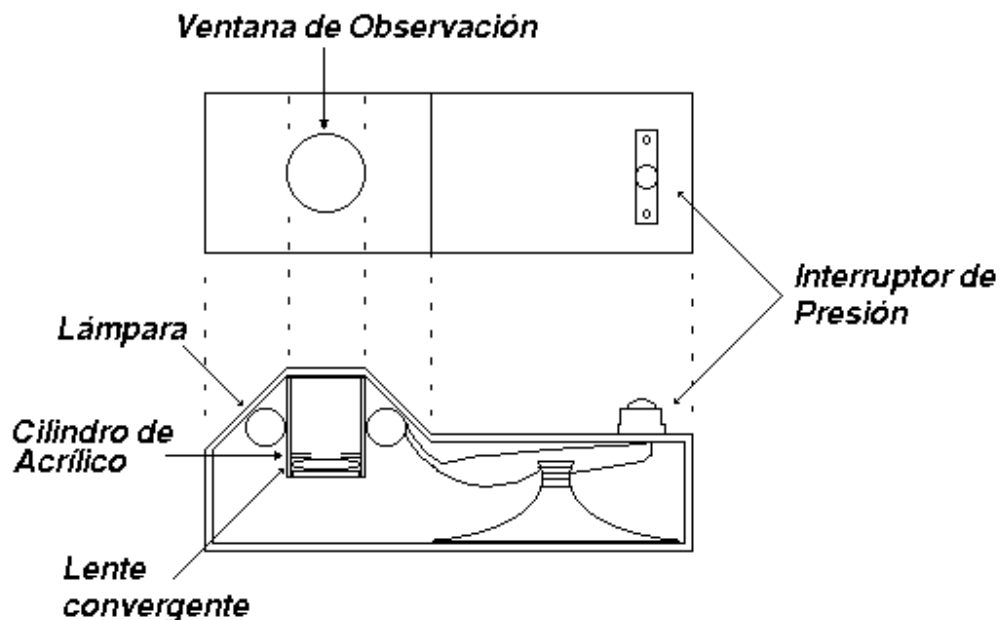


Figura 8. Corte transversal y Superior del autovideoqueratoscopio

El dispositivo cuenta con un interruptor de presión, que al accionarse enciende la lámpara permitiendo que las pantallas nulas se iluminen y la imagen sea clara.



Figura 9. Vistas del autoqueratoscópico

La figura 9, muestra dos vistas del Autoqueratoscopio terminado, La figura 10 muestra el dispositivo explosionado, y los planos para la construcción de la envoltente de madera son mostrados en la figura 11.

1.1. ESPECIFICACIONES:

Alimentación $127 \pm 15 \% V_{AC}$.

Dimensiones $35 \times 22 \times 16$ cm.

Materiales: Triplay de 6 mm.

1.2. DIAGRAMAS Y PLANOS.

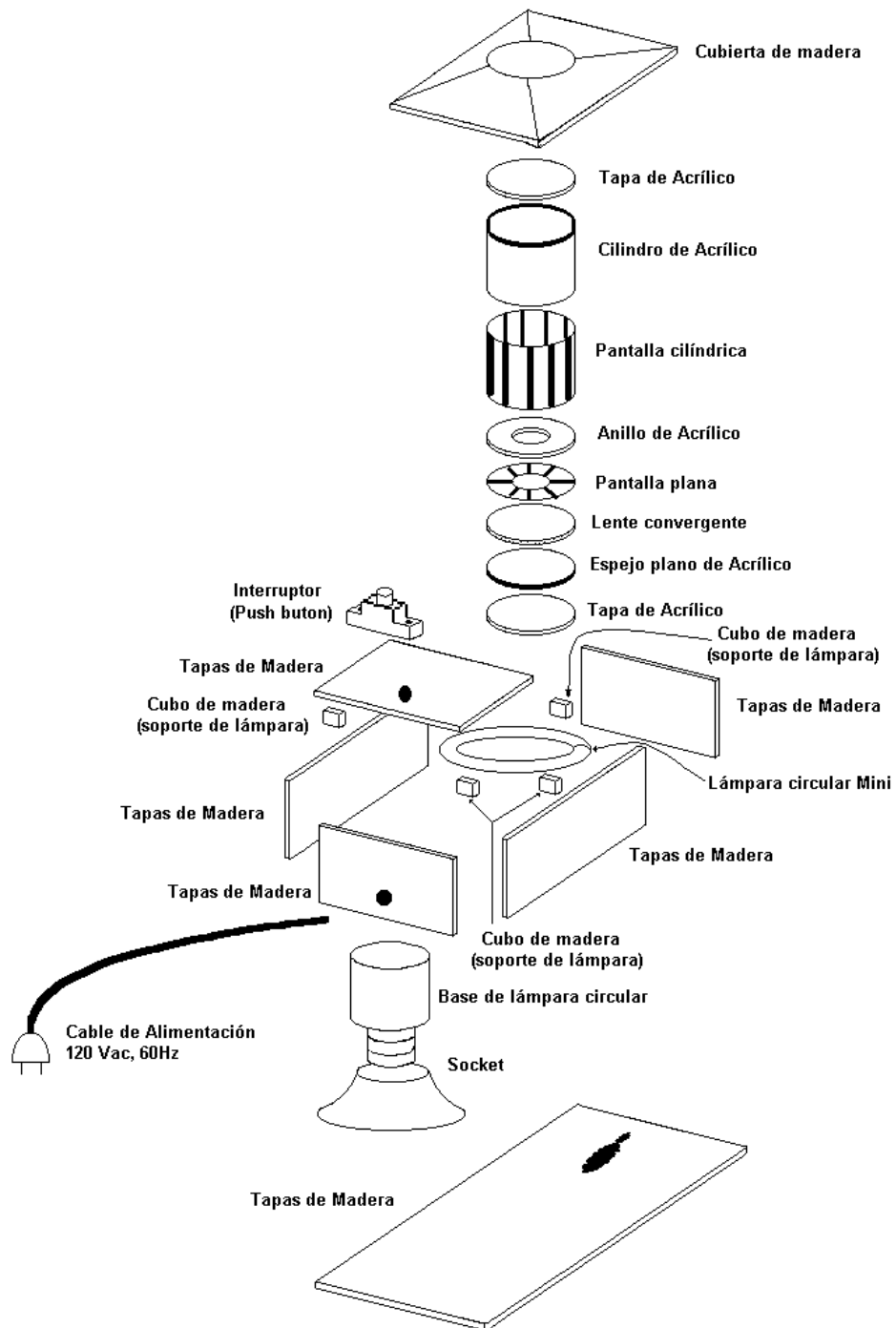


Figura 10. Esquema en el que se muestran todos los elementos utilizados para construir un autoqueratoscópio.

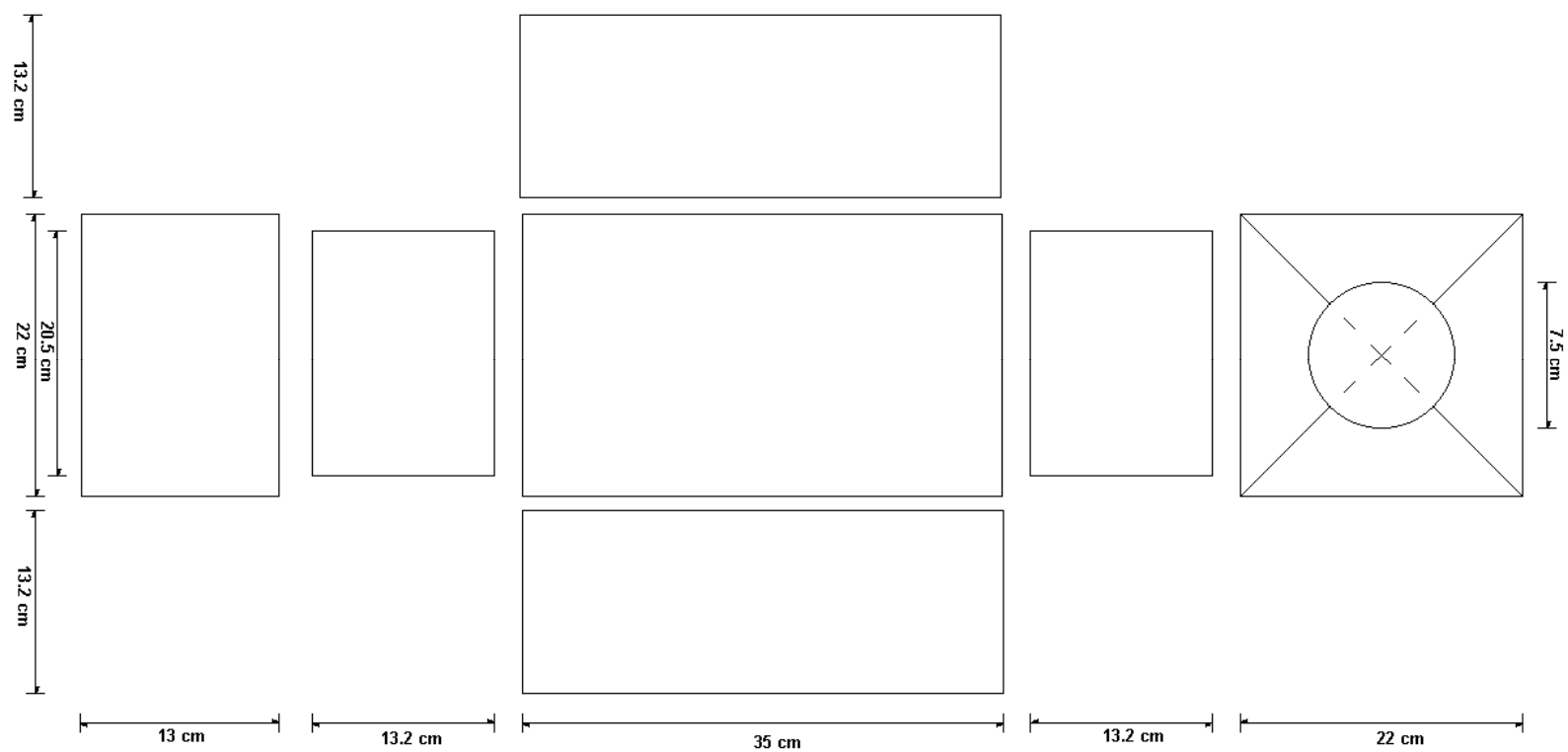


Figura 11. Partes acotadas de la envoltente del autoqueratoscópio.

1.3. LISTA DE PARTES.

Cantidad	Descripción
1	Lente convergente de $f = 10$ cm y 5 cm de diámetro
1	Cilindro de acrílico de 7.5 cm de diámetro interior y 10 cm de longitud
2	Tapa de acrílico de 7.5 cm de diámetro y 3 mm de espesor.
1	Pantalla nula cilíndrica 7.5 cm de diámetro
1	Anillo de acrílico 3 mm de espesor, 7.5 cm de diámetro ext. y 4 cm int.
1	Pantalla nula circular plana de 7.5 cm de diámetro
1	Espejo plano circular de 7.5 cm de diámetro
1	Lámpara circular, luz blanca mini.
1	Socket para lámpara mini.
1	Interruptor de presión
1	Clavija dos polos para línea de 127 Vac
6	Metros de cable duples calibre 18
4	Cubos de madera de 1 cm de lado
1	Tapa plana de madera 35×22 cm
2	Tapa plana de madera 35×13.5 cm
2	Tapa plana de madera 13.2×20.5 cm
1	Tapa plana de madera 13×22 cm
1	Tapa cónica de madera 22×22 cm
2	Pijas para madera
10	Clavos para madera

1.4. COSTOS.

Cantidad	Descripción	Precio unitario	Costo
1	Lente convergente de $f = 10$ cm y 5 cm de diámetro	45.00	45.00
1	Cilindro de acrílico de 7.5 cm de diámetro interior y 10 cm de longitud	25.00	25.00
2	Tapa de acrílico de 7.5 cm de diámetro y 3 mm de espesor.	5.00	10.00
1	Pantalla nula cilíndrica 7.5 cm de diámetro	10.00	10.00
1	Anillo de acrílico 3 mm de espesor, 7.5 cm de diámetro ext. y 4 cm int.	4.00	4.00
1	Pantalla nula plana circular de 7.5 cm de diámetro	5.00	5.00
1	Espejo plano circular de 7.5 cm de diámetro	15.00	15.00
1	Lámpara circular, luz blanca mini.	75.00	75.00
1	Socket para lámpara mini.	18.00	18.00
1	Interruptor de presión.	12.00	12.00
1	Clavija dos polos para línea de 127 Vac	7.00	7.00
6	Metros de cable duplex calibre 18	12.00	72.00
4	Cubos de madera de 1 cm de lado.	1.00	4.00
1	Tapa plana de madera 35×22 cm	8.00	8.00
2	Tapa plana de madera 35×13.5 cm	5.00	10.00
2	Tapa plana de madera 13.2×20.5 cm	3.00	6.00
1	Tapa plana de madera 13×22 cm	3.00	3.00
1	Tapa cónica de madera 22×22 cm	15.00	15.00
6	Pijas para madera	0.50	3.00
10	Clavos para medera	0.50	5.00
36	Horas-hombre	50.00	1 800.00
	Total		2 152.00

El costo aproximado de este primer prototipo de *autoqueratoscópio* es de \$ 2 152.00, (Dos mil ciento cincuenta y dos pesos).

2. FUNCIONAMIENTO:

El dispositivo cuenta con un interruptor de presión (*Push Button*), el cual deberá ser presionado por el usuario para encender la lámpara concéntrica, sin soltar el botón debe colocar un ojo en la ventana del autoqueratoscopio y observar el reflejo en el espejo que se encuentra en el fondo. La figura 12 muestra un corte esquemático del sistema de autoqueratoscopía y en la figura 13 se puede ver físicamente la ventana de observación del *Autoqueratoscopio*.

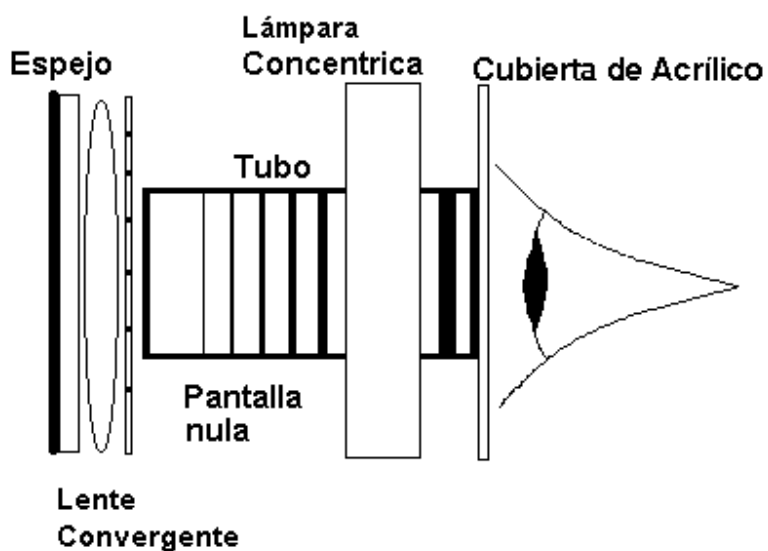


Figura 12. Esquema del autoqueratoscopio.



Figura 13. Ventana de observación del Autoqueratoscopio.

La secuencia de uso del autoqueratoscópico consta de los siguientes pasos.

- 1.- Mantén apretado el botón para que se encienda la lámpara.
- 2.- Acerca tu ojo a la ventana iluminada.
- 3.- Observa la imagen sobre tu ojo (líneas y anillos).
- 4.- Si los anillos son circulares y las líneas radiales son rectas, entonces tu cornea no presenta deformaciones importantes.
- 5.- Observa el otro ojo.

3. EVALUACIÓN.

El dispositivo descrito en este informe es exclusivamente demostrativo por lo que no se sometió a una evaluación exhaustiva. Se presentó en la feria de física y se explicó a los visitantes que tipo de imágenes es posible observar.

Las deformaciones de la imagen indican la presencia de deformaciones de la cornea.

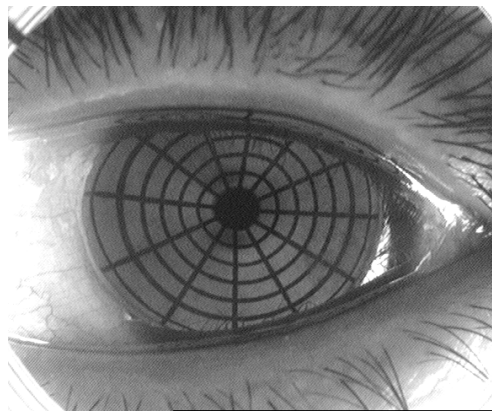


Figura 10. Forma de la imagen reflejada en una cornea humana sin deformaciones importantes.

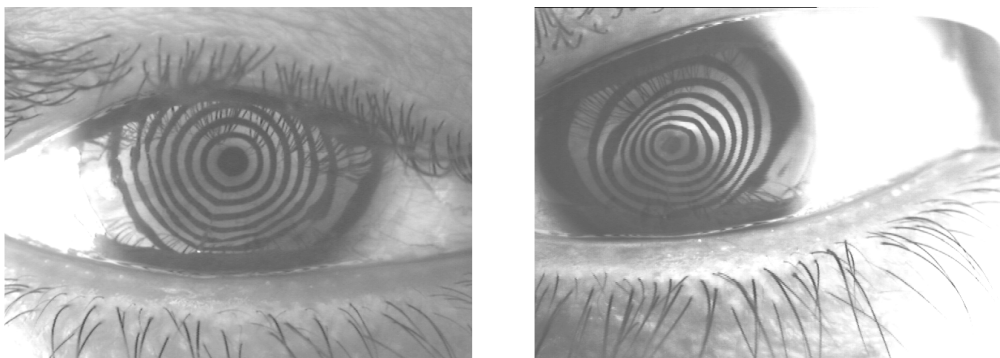


Figura 11. Imágenes de ojos con deformaciones tomadas con el disco de Placido; izq. Astigmatismo, der. Queratocono.

La distancia focal del lente y la longitud del cilindro de acrílico están calculadas para que una persona con visión normal o cercana a la normal pueda observar las deformaciones que presenta su cornea, por lo que usuarios con deformaciones considerables no las podrán apreciar.

El dispositivo tuvo gran aceptación por los visitantes a la feria, tanto adultos como niños de educación media básica.

CONCLUSIONES.

A pesar de requerir personal experimentado en el uso de máquinas herramientas para su construcción, el autoqueratoscopio puede considerarse un dispositivo económico y de manipulación simple, que facilita la exposición del fenómeno de la reflexión por superficies curvas y planas, así como el uso de pantallas nulas, de una manera clara y divertida, permitiendo acercar un concepto básico de la ciencia de la física a niños y adultos poco o nada relacionados con esta disciplina.

AGRADECIMIENTOS.

Los autores agradecen a los técnicos en fabricación Valentín López Cabañas y Enrique Iturbe Morales, por su colaboración en la construcción del autoqueratoscopio, y al estudiante Roberto Colín, por el desarrollo teórico necesario para el diseño y construcción de un prototipo de autoqueratoscopio.

BIBLIOGRAFÍA.

- 1.- I. E. Funes Maderey, *Videoqueratometría de campo plano*, Tesis de Licenciatura, FCUNAM, 1998.
- 2.- Rufino Díaz-Urbe y Manuel Campos García, Null-screen testing of fast convex aspheric surface, *Applied Optics*, Vol 39, No. 16, Jun 2000, 2670 –2677 pp.
- 3.- Colín Flores R. J., *Nuevos desarrollos en videoqueratometría de campo plano*, Tesis de Licenciatura, FCUNAM, 2007