

Diseño de pantallas nulas para probar superficies esféricas rápidas

Manuel Campos García, Rufino Díaz Uribe

Diciembre 2010

Índice

Resumen	4
Introducción	5
1. Antecedentes	8
1.1 Pruebas ópticas con pantallas planas	8
1.2 Pruebas ópticas con pantallas tridimensionales	10
2. Diseño de pantallas nulas para probar superficies esféricas convexas	11
2.1 Diseño de la pantalla nula cilíndrica	13
2.2 Ajustes del sistema de prueba	18
3. Diseño de pantallas nulas para probar superficies esféricas cóncavas	21
3.1 Pantalla nula cilíndrica	22
3.2 Ajustes del sistema	24
4. Implementación práctica de las pantallas cilíndricas	25
5. Diseño de pantallas nulas para probar superficies esféricas fuera de eje	26
5.1 Diseño de la pantalla nula plana	30
6. Otras configuraciones de pantallas nulas	33
6.1 Configuración híbrida: pantalla plana y pantalla cilíndrica	33
6.2 Pantalla nula cónica	34
6.3 Pantalla nula elíptica	36
6.4 Pantalla nula plana inclinada	37
7. Ejemplos	38

7.1 Pantallas nulas con arreglo cuadrado	38
7.1.1 Prueba de un hemisferio	38
7.1.2 Evaluación de una superficie hiperbólica cóncava rápida	42
7.1.3 Prueba de una superficie parabólica fuera de eje	45
7.2 Pantallas nulas con arreglo radial	46
7.2.1 Prueba de un paraboloide	46
7.2.2 Pantallas nulas para topografía corneal	48
Conclusión	50
Agradecimientos	52
Bibliografía	52

Resumen

Se presenta el diseño de las pantallas de un método de prueba nula para probar superficies esféricas rápidas ($f/\# < 1$); se describe con detalle los casos de superficies convexas, cóncavas y fuera de eje. El método propuesto consiste en diseñar y construir pantallas sobre las cuales se dibujan una serie de líneas o una serie de objetos tales que al ser reflejados por la superficie de prueba se observe, respectivamente, un arreglo de líneas dispuestas en una malla cuadrada o un arreglo de puntos luminosos igualmente espaciados sólo si la superficie de prueba es perfecta. Desviaciones de estas geometrías en el espacio imagen son debidas a imperfecciones de la superficie. Para lograr lo anterior se presentan las ecuaciones de diseño de las pantallas nulas.

Introducción

El uso de sistemas ópticos que proporcionen imágenes de alta calidad es muy importante. Estos sistemas ópticos requieren de diseñar, construir y probar varios elementos esféricos con una alta precisión; con el fin de reducir el número de elementos, así como el peso y dimensiones del sistema completo, actualmente es cada vez más común el uso de elementos esféricos. Existe gran variedad de campos donde se emplean asferas (Schulz, 1998); por ejemplo, existen superficies esféricas en objetivos complejos y sistemas de iluminación empleados en microlitografía, espejos esféricos que se emplean en astronomía y comunicaciones, las lentes progresivas en oftalmología, superficies esféricas en lentes para cámaras fotográficas y de video, objetivos de telescopios y microscopios, así como en sus oculares. En general un elemento esférico puede probarse empleando métodos mecánicos u ópticos; en este último caso, los métodos pueden ser geométricos o interferométricos. Tradicionalmente, la interferometría es el método más utilizado ya que puede conducir a resultados más precisos de los errores en las superficies de prueba. Sin embargo, el mayor problema que se tiene al emplear la interferometría para probar superficies esféricas muy rápidas es que se obtienen interferogramas que contienen un número muy elevado de franjas. No obstante, es posible reducir el número de franjas empleando elementos ópticos nulos o usar fuentes de longitudes de onda grandes en el interferómetro. Aún con esto, el construir elementos correctores nulos puede resultar muy costoso y además también hay que probarlos de alguna manera.

En particular, probar superficies ópticas cóncavas se efectúa mediante métodos que hacen uso de las propiedades de enfoque de estas superficies. Aquí, la superficie es iluminada con una fuente puntual localizada cerca del centro de curvatura de la superficie, en consecuencia los rayos reflejados convergen a una región cercana a la fuente. En estos casos, es relativamente sencillo coleccionar los rayos para su análisis con alguno de los métodos de prueba interferométricos o

no-interferométricos. Por ejemplo, las pruebas de Hartmann (Malacara-Doblado y Ghozeil, 2007) y Ronchi (Cornejo, 2007) emplean pantallas para obtener el frente de onda iluminando la superficie con una fuente puntal; el patrón observado nos proporciona información sobre la derivada del frente de onda.

Por otra parte, probar ópticamente superficies convexas es bastante más complicado debido a que los rayos provenientes de una fuente puntual, usada para iluminar la superficie, son divergentes lo que dificulta su recolección para su análisis. Los métodos tradicionales utilizados para probar superficies convexas emplean una superficie esférica auxiliar o un sistema óptico positivo de alta calidad óptica cuya dimensión es superior a la de la superficie que se requiere probar; por ejemplo, el arreglo de Hindle (Malacara et. al., 2007) que hace uso de las propiedades geométricas del sistema de prueba para producir un frente de onda perfectamente convergente, colectando y llevando los rayos cerca de la fuente. Sin embargo, el problema se hace más complicado si la superficie de prueba es muy grande ya que la óptica del sistema de prueba representa en sí misma un problema para fabricarla y probarla. Si la superficie de prueba es pequeña pero esférica, será necesario construir un arreglo de lentes nulo o un compensador a fin de compensar la aberración esférica introducida por la superficie esférica. Si además la superficie es muy rápida ($f / \# < 1$) la situación es aún más complicada ya que se requiere de diseñar, fabricar y probar diversos elementos ópticos o diseñar, fabricar y probar una superficie tan compleja como la superficie que se quiere probar.

En la actualidad ha aumentado el interés por construir telescopios de dimensiones muy grandes. La construcción y la prueba de la óptica de estos telescopios representan un gran reto. Debido a las dimensiones de los espejos primarios una posibilidad es construirlos mediante segmentos; la prueba de estos segmentos es muy difícil de realizar debido a su tamaño y a la falta de simetría acimutal; si por ejemplo, el segmento es tomado de una superficie parabólica entonces la

configuración típica para probarlo requiere de colocar una fuente puntual en el foco de la parábola principal y de un espejo plano de alta calidad óptica colocado ortogonalmente al eje óptico de la parábola principal. En este arreglo es importante la alineación ya que las aberraciones crecen rápidamente conforme la fuente puntual se aleja del punto focal (Meinel, 1989). Por otra parte, los espejos secundarios serán convexos, bastante rápidos y muy grandes por lo que probarlos será aún más difícil. Un método bastante práctico para probar estos espejos secundarios emplea Hologramas Generados por Computadora (CGH: *Computer Generated Hologram*) construidos sobre superficies esféricas de referencia (Burge, 1997) y sirve para comparar el frente de onda proveniente de la superficie asférica de prueba con el frente de onda generado por el holograma sintético y la superficie esférica. Sin embargo, si las dimensiones de estos telescopios son aún mayores, sus espejos tendrán que construirse de materiales más ligeros (por ejemplo, de fibra de carbono) los cuales podrían presentar superficies parcialmente especulares lo que haría más difícil o en algunos casos casi imposible probarlos con la precisión que se requiere. Un ejemplo de este tipo de telescopios lo representa el Gran Telescopio Milimétrico (GTM), el cual actualmente está siendo fabricado en el Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica (INAOE) en Tonanzintla, Puebla, México; que debido a sus dimensiones su óptica será construida de fibra de carbono (INAOE, GTM: página electrónica).

En general, el método de prueba óptica se escoge o diseña teniendo en cuenta el tipo de superficie a probar y la precisión con la que se requiere realizar la prueba. Asimismo, se requiere que las pruebas ópticas utilizadas proporcionen información cuantitativa ya sea de las deformaciones o de la forma de las superficies de prueba. No obstante, siempre es deseable aplicar más de un método de prueba a la misma superficie esto con el fin de contrastar resultados de las distintas evaluaciones y así identificar errores u otros problemas en las pruebas (Stahl, 1997).

En este trabajo se presenta el diseño de pantallas nulas de una nueva técnica de prueba que no hace uso de algún sistema óptico especial ni es necesaria la construcción de elementos ópticos adicionales. El método consiste en diseñar, mediante trazo exacto de rayos, pantallas compuestas de líneas negras y blancas tales que al ser reflejadas por la superficie de prueba nos proporcionan la imagen de una malla perfectamente cuadrada si la superficie de prueba es perfecta. Por lo contrario, si la imagen de la malla no es cuadrada se deberá a imperfecciones, desenfoques o desalineaciones de la superficie de prueba. En resumen, lo que estamos proponiendo aquí es una prueba nula. Esta técnica permitirá alinear el sistema de prueba con facilidad, así como probar superficies muy rápidas. En este informe técnico se describirán los algoritmos para diseñar y construir pantallas nulas para probar superficies esféricas convexas, cóncavas y esféricas fuera de eje.

1. Antecedentes

1.1 Pruebas ópticas con pantallas planas

Las técnicas tradicionales que emplean pantallas para evaluar la forma de superficies esféricas son las pruebas de Ronchi (Cornejo, 2007) y Hartmann (Malacara-Doblado y Ghozeil, 2007), su mayor aplicación es en la prueba de superficies esféricas cóncavas. Sin embargo, existen otras técnicas que emplean pantallas y que se utilizan para evaluar la topografía de la córnea, la cual es una superficie esférica convexa. La técnica más elemental para realizar la evaluación es aquella que utiliza una pantalla plana sobre la cual se dibuja un patrón de anillos concéntricos blancos y negros igualmente espaciados, esta pantalla recibe el nombre de disco de Plácido (Gullstrand, 1966) y se utiliza en la medición de la forma de la córnea. Cuando esta pantalla se coloca frente al ojo, los rayos de luz provenientes de los anillos son reflejados por la superficie corneal, formando una imagen virtual detrás de la superficie corneal, derecha y reducida. Dicha imagen puede ser capturada con una cámara CCD y analizada por medio de una computadora para obtener información sobre la superficie corneal, pues, la

posición, el tamaño, el espaciamiento de los anillos en la imagen, así como la relación entre las dimensiones del objeto y de la imagen medida, están determinados por la forma de la superficie.

Un detalle importante en este método consiste en que no se obtiene una imagen plana por tanto las imágenes obtenidas pueden no ser nítidas, Fig. 1.

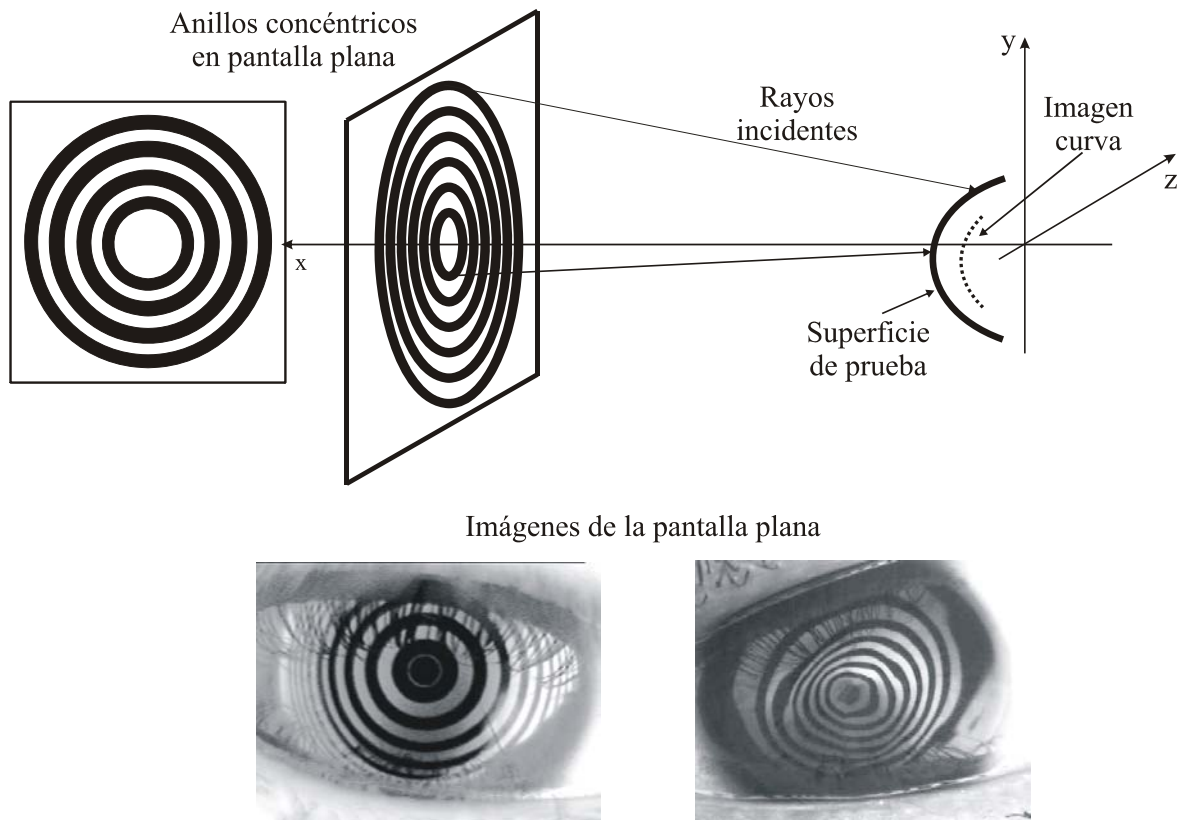


Figura 1. Pantalla plana con un patrón de anillos concéntricos de igual espesor e igualmente espaciados. Nótese como la imagen es curva produciendo que los anillos no sean de igual espesor. En caso de superficies deformadas los anillos son irregulares lo que dificulta la evaluación.

Para mejorar la nitidez en la imagen, se emplean otras configuraciones de las pantallas, las cuales pueden ser esféricas, cónicas o cilíndricas (Klyce, 1984); sin embargo, usualmente los anillos siguen siendo del mismo espesor. Una

desventaja de estas técnicas es que si la superficie a probar presenta grandes deformaciones, los anillos serán irregulares y en algunas ocasiones estos se pueden mezclar entre sí por lo que la evaluación cuantitativa de la forma de la superficie en esas zonas puede ser difícil de realizar, Fig. 1.

1.2 Pruebas ópticas con pantallas tridimensionales

Se ha mostrado teóricamente que una pantalla ovalada elongada es la configuración óptima que proporciona una imagen plana al ser reflejada por una superficie esférica; Funes-Maderey (1998) demostró que esta superficie se aproxima mucho a un elipsoide, mientras que Mejía-Barbosa (2001), en un estudio más detallado mostró que se trata de óvalos más generales. Sin embargo, construir este tipo de superficie no es una tarea sencilla, sobre todo si se tiene que diseñar una por cada superficie de prueba. Sin embargo, una buena aproximación a una pantalla elíptica elongada es una pantalla cilíndrica, la cual es más fácil de diseñar y construir (El Hage, 1992; Funes-Maderey, 1998).

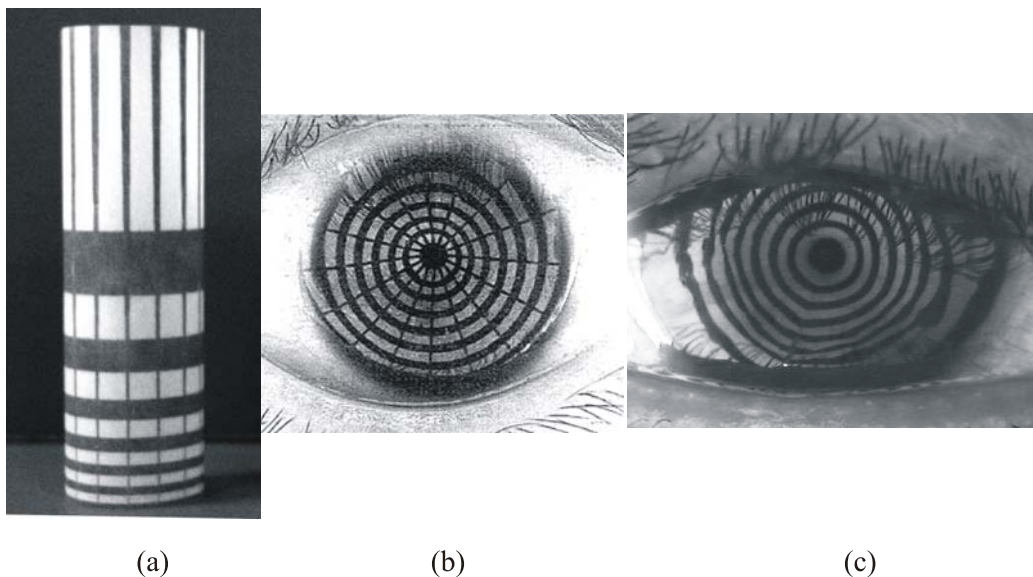


Figura 2. a) Pantalla cilíndrica con líneas de diferente espesor diseñada para probar superficies esféricas, b) y c) imágenes de la pantalla cilíndrica; nótese que para superficies asféricas las imágenes de los anillos no son del mismo espesor ni se encuentran igualmente espaciados.

Un sistema óptico basado en esta propuesta recibe el nombre de videoqueratómetro de campo plano y se encuentra actualmente en desarrollo en el laboratorio de Sistemas Ópticos del CCADET-UNAM, este instrumento es empleado para medir la topografía de la superficie corneal. En la Fig. 2(a) se muestra la pantalla cilíndrica con sus anillos claros y oscuros de diferente espesor construida con esta técnica (Funes-Maderey, 1998). En las Figs. 2(b) y (c) se muestran las imágenes de la pantalla cilíndrica reflejadas por dos superficies de prueba (las córneas de los ojos de dos colaboradores voluntarios).

La ventaja de esta prueba es que no requiere del diseño de un sistema óptico adicional para la evaluación de la superficie, el sistema de prueba permite una fácil alineación y la geometría permite realizar la prueba de toda la superficie a la vez; otra ventaja es que la iluminación se realiza con fuentes de luz extendidas, por ejemplo, con lámparas fluorescentes. Una desventaja es que la configuración de anillos concéntricos obtenidos en la imagen no permite realizar una medición uniforme sobre toda el área de la superficie de prueba. Para evaluar superficies esféricas convexas es necesario otro diseño más general, el cual es tema de este trabajo y que se discute ampliamente en las siguientes secciones.

2. Diseño de pantallas nulas para probar superficies esféricas convexas

En esta sección se propone usar una pantalla cilíndrica en una configuración tal que se pueda realizar la prueba de toda el área de la superficie de prueba. El nuevo diseño de las pantallas cilíndricas permitirá realizar la prueba de superficies esféricas convexas rápidas. Para lograr lo anterior, una serie de líneas curvas deberá ser dibujada sobre la superficie del cilindro en forma tal que al ser reflejadas por la superficie de prueba su imagen tenga la configuración de una malla perfectamente cuadrada si la superficie es perfecta. Cualquier desviación de esta geometría será indicativa de defectos en la superficie de prueba o aún de desenfoques o desalineaciones, es decir, se trata de una prueba nula (Díaz-Urbe y Campos-García, 2000).

Adicionalmente, se debe utilizar un sistema óptico formador de imágenes para proyectar la imagen virtual sobre un sensor CCD; es importante señalar aquí que dicho sistema no requiere características especiales, normalmente se utiliza una lente convencional para cámaras de video. Además, con el propósito de limitar el ancho de cada haz que entra al sistema óptico, se tiene que reducir el tamaño de la pupila de entrada con el diafragma de la lente. Si bien el sistema óptico puede introducir una pequeña cantidad de distorsión, esta deberá ser tomada en cuenta cuando se calibre el sistema de prueba. Cabe mencionar que una desventaja de esta configuración es que una región pequeña del centro de la superficie prueba no podrá ser evaluada directamente debido a que el sensor CCD obstruye la parte central de la superficie, Fig. 3. Nótese cómo la longitud de la pantalla cilíndrica está limitada por tamaño del área a probar. Aquí, la iluminación de la pantalla se efectúa con fuentes de luz extendidas (lámparas fluorescentes o electroluminiscentes).

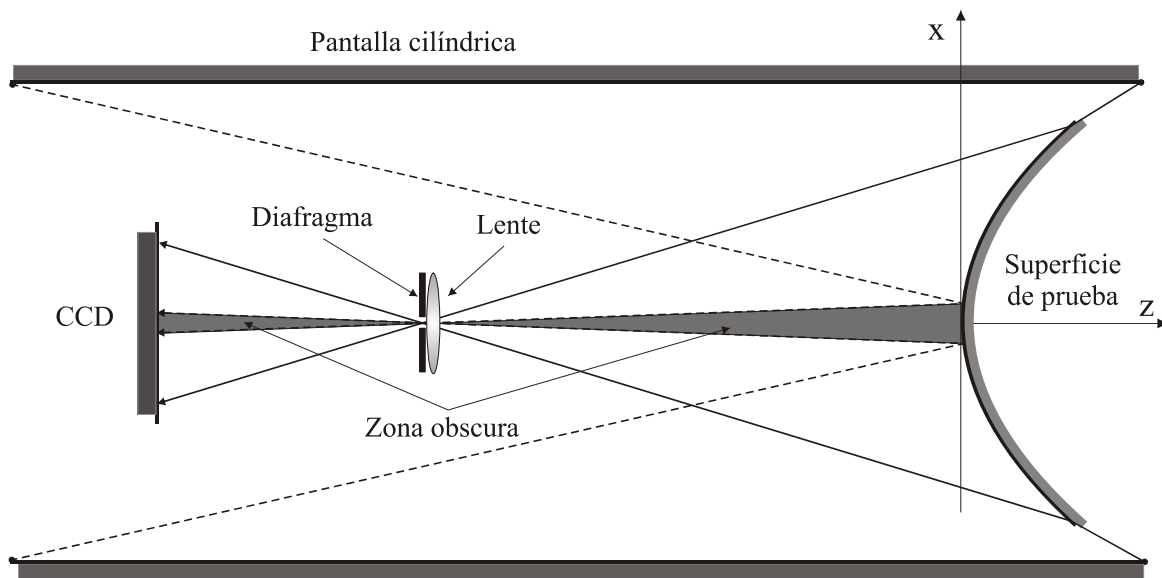


Figura 3. Configuración del sistema de prueba usando una pantalla nula.

2.1 Diseño de la pantalla nula cilíndrica

Para hallar los puntos sobre la pantalla cilíndrica que nos proporcionan un arreglo cuadrado de puntos en el plano de detección al ser reflejados por la superficie de prueba, se realiza un trazo exacto de rayos (Díaz-Urbe y Campos-García, 2000). Esto es, se traza un rayo a partir de uno de los puntos de la malla cuadrada y se encuentra donde está después de haber sido reflejado por la superficie de prueba incide sobre la superficie del cilindro. Si asumimos que el sistema tiene simetría de revolución, todos los cálculos pueden ser realizados en un plano meridional (plano x - y). Con el propósito de mantener la simplicidad en las expresiones, el cálculo se restringe a considerar sólo superficies cónicas (cálculos para superficies esféricas más generales pueden ser obtenidos fácilmente siguiendo analítica o numéricamente las mismas ideas) descritas por

$$z = \frac{(x^2 + y^2)^2 / r}{1 + \left[1 - (k+1) \left(\frac{x^2 + y^2}{r} \right)^2 \right]^{1/2}}, \quad (1)$$

donde r es el radio de curvatura paraxial y k es la constante de conicidad.

Para una malla cuadrada de puntos (Fig. 4), sus coordenadas $P_o = (x_o, y_o, -a-b)$ deben satisfacer la siguiente condición

$$\begin{aligned} x_o &= nl \\ y_o &= ml \end{aligned} \quad (2)$$

donde l es la separación entre los puntos en el plano imagen, $n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, N$ ($Nl = d/2$), N es el número total de puntos que se requieren en la malla, a es la distancia del diafragma al plano de detección y b es la distancia del vértice de la superficie de prueba al diafragma; aquí, $a, b > 0$, y d es la longitud del lado más corto del CCD, Fig. 5.

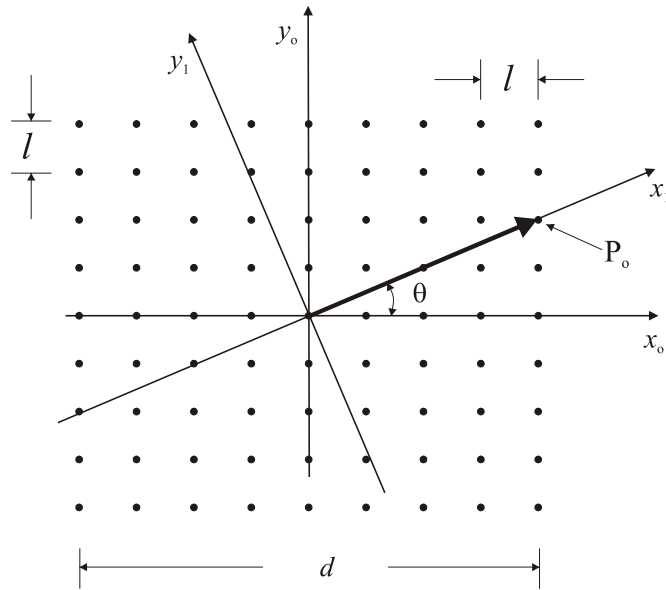


Figura 4. Arreglo en una malla cuadrada de puntos en el plano de detección.

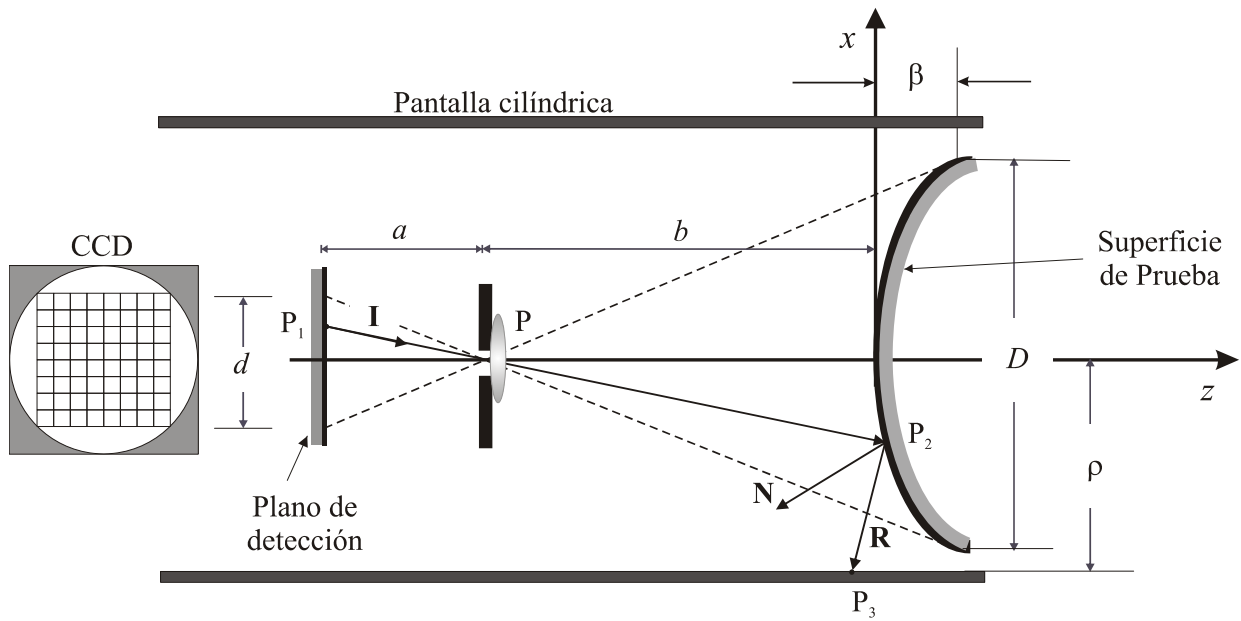


Figura 5. Variables involucradas en el cálculo de la pantalla nula.

Como el sistema tiene simetría de revolución el trazo se realiza en un plano meridional (plano que contiene al eje de simetría), para cada punto P_0 realizamos una rotación en torno al eje z , un ángulo dado por

$$\theta = \arctan(m/n), \quad (3)$$

con el propósito de que cada punto del arreglo cuadrado se transforme a un nuevo sistema de coordenadas tal que cada punto del arreglo cuadrado P_0 se transforme en el punto $P_1 = (x_1, -a-b)$ que pertenece al plano meridional x - z , Fig. 4. Aquí,

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 \cos(\theta) + y_0 \sin(\theta), \\ y_1 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Tomando en cuenta la geometría de la Fig. 5 se considera un punto P_1 sobre el plano de detección. Un rayo que parte del punto P_1 , y pasa por el centro del diafragma en $P = (0, -b)$, tiene una dirección dada por

$$\mathbf{I} = (-x_1, a). \quad (5)$$

Así, la ecuación de la recta que pasa por P_1 y tiene dirección $\mathbf{I}$, está dada por

$$z = -\frac{a}{x_1}x - b. \quad (6)$$

Ahora bien, este rayo incidirá sobre la superficie de prueba descrita por la Ec. (1), la cual se reescribe convenientemente como

$$\phi(x, z) \equiv (k+1)z^2 - 2zr + x^2 = 0, \quad (7)$$

donde sólo se ha considerado el plano meridional x - z ($y = 0$). Sustituyendo (6) en (7), encontramos las coordenadas del punto de incidencia del rayo sobre la superficie de prueba, lo que resulta

$$\left[1 + \frac{(k+1)a^2}{x_1^2}\right]x^2 + \frac{2a}{x_1}[(k+1)b+r]x + b[(k+1)b+2r] = 0, \quad (8)$$

que es una ecuación cuadrática en x ; resolviendo obtenemos

$$x = \frac{-a[(k+1)b+r] - \{a^2r^2 - x_1^2b[(k+1)b+2r]\}^{1/2}}{x_1^2 + (k+1)a^2}x_1, \quad (9)$$

donde se toma la raíz negativa. Sustituyendo esta expresión en (6), se obtienen las coordenadas del punto $P_2 = (x_2, z_2)$ que es donde el rayo proveniente de P_1 intersecta a la superficie de prueba, estas coordenadas están dadas por

$$\begin{aligned} x_2(x_1) &= \frac{-a[(k+1)b+r] - \{a^2r^2 - x_1^2b[(k+1)b+2r]\}^{1/2}}{x_1^2 + (k+1)a^2}x_1, \\ z_2(x_1) &= \frac{a[(k+1)b+r] + \{a^2r^2 - x_1^2b[(k+1)b+2r]\}^{1/2}}{x_1^2 + (k+1)a^2}a - b. \end{aligned} \quad (10)$$

Ahora bien, el rayo que incide sobre la superficie de prueba será reflejado en una dirección dada por la ley de la reflexión, cuya forma vectorial es

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} - 2(\mathbf{I} \cdot \mathbf{N})\mathbf{N} \quad (11)$$

donde $\mathbf{R}$ e $\mathbf{I}$ son los vectores asociados a los rayos reflejado e incidente, respectivamente; $\mathbf{N}$ es un vector unitario normal a la superficie de prueba, el cual está dado por

$$\mathbf{N} = \frac{\nabla\phi(x,y)}{|\nabla\phi(x,y)|} \Big|_{P_2} \quad (12)$$

donde $\phi(x, y)$ es la ecuación que describe a la superficie de prueba y está dada por (7); así, sustituyendo (7) en (12), resulta

$$\mathbf{N} = \frac{1}{\left\{x_2^2 + [(k+1)z_2 - r]^2\right\}^{1/2}} (x_2, (k+1)z_2 - r) \quad (13)$$

es la normal a la superficie. Sustituyendo (5) y (13) en (11), la dirección del rayo reflejado por la superficie es

$$\mathbf{R} = (R_x, R_z), \quad (14)$$

donde

$$\begin{aligned} R_x &= -x_1 - \frac{2x_2 \left\{ -x_1x_2 + a[(k+1)z_2 - r] \right\}}{x_2^2 + [(k+1)z_2 - r]^2}, \\ R_z &= a - \frac{2[(k+1)z_2 - r] \left\{ -x_1x_2 + a[(k+1)z_2 - r] \right\}}{x_2^2 + [(k+1)z_2 - r]^2}, \end{aligned} \quad (15)$$

son las componentes del vector reflejado $\mathbf{R}$. De acuerdo a la Fig. 5, el rayo $P_1P_2P_3$ y cuya dirección está determinada por (5) y (14) es el rayo principal del sistema.

Posteriormente, la ecuación de la recta que tiene dirección $\mathbf{R}$ y pasa por el punto P_2 sobre la superficie, está dada por

$$\frac{x - x_2}{R_x} = \frac{z - z_2}{R_z} \quad (16)$$

que al intersectarla con las líneas $x = \pm \rho$, nos proporciona el punto $P_3 = (x_3, z_3)$ donde el rayo reflejado incide sobre la superficie del cilindro (en tres dimensiones), esto es en

$$x_3 = \mp \rho,$$

$$z_3 = \frac{ax_2^2 - a[(k+1)z_2 - r]^2 + 2x_1x_2[(k+1)z_2 - r]}{-x_1x_2^2 + x_1[(k+1)z_2 - r]^2 + 2ax_2[(k+1)z_2 - r]}(x_3 - x_2) + z_2, \quad (17)$$

donde si $x_1 > 0$, se utiliza el signo negativo en x_3 , y si $x_1 < 0$, se utiliza el signo positivo. La Ec. (17) nos proporciona las coordenadas en donde se deben colocar los puntos objeto sobre la pantalla cilíndrica. Los detalles de la construcción de la pantalla cilíndrica para que esta proporcione la imagen de una malla cuadrada se discuten en las subsecciones siguientes.

2.2 Ajustes del sistema de prueba

Para lograr una mayor sensibilidad de la prueba, es necesario escoger las distancias a y b en forma tal que la imagen completa de la superficie se ajuste al área del CCD en el plano de detección. De esta forma pequeñas desviaciones de una malla perfecta pueden ser detectadas con mayor facilidad que si la imagen es de menor tamaño. Así, si se considera la Fig. 5, por semejanza de triángulos (línea punteada) se obtiene que las distancias a y b están relacionadas mediante

$$b = \frac{aD}{d} - \beta, \quad (18)$$

donde D es el diámetro de la superficie de prueba, d es la longitud de un lado de la malla cuadrada sobre el detector CCD, y β es la sagita al borde de la superficie.

El valor β de la sagita depende del tipo de superficie a probar. Para el caso de una superficie parabólica ($k = -1$), con $x = D/2$ y $z = \beta$, de la Ec. (7) se obtiene

$$-2r\beta + \frac{D^2}{4} = 0$$

por tanto,

$$\beta = \frac{D^2}{8r}, \quad (19)$$

es el valor de la sagita para una superficie parabólica.

Para cualquier otra cónica ($k \neq -1$), de (7) resulta

$$(k+1)\beta^2 - 2\beta r + \frac{D^2}{4} = 0$$

resolviendo para β se tiene que

$$\beta = \frac{r}{k+1} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{(k+1)D^2}{4r^2} \right]^{1/2} \right\}; \quad (20)$$

las Ecs. (19) y (20) proporcionan el valor de la sagita al borde de la superficie.

Lo anterior es cierto siempre y cuando no exista antes un rayo tangente a la superficie, en cuyo caso, sólo puede probarse hasta ése punto, el resto deberá probarse mediante el movimiento de la superficie para mostrar su parte oculta a la cámara CCD. Abajo se hace el cálculo para una esfera pero también puede suceder para otras superficies cónicas (también para otras superficies asféricas, pero aquí no se consideran).

Para el caso de un hemisferio completo ($k = 0$), el rayo marginal es tangente a la superficie de prueba, y en consecuencia este define la frontera de la imagen. Considerando la geometría de la Fig. 6, el objetivo es encontrar el punto de tangencia P_t entre el rayo marginal y el hemisferio; la coordenada x de este punto de tangencia es igual al radio efectivo del área a probar. Así, primeramente se obtiene la ecuación de la recta que pasa por los puntos P_1 y P , la cual es tangente al hemisferio

$$z = -\frac{2a}{d}x - b,$$

la normal a esta recta y que pasa por el centro de curvatura del hemisferio es

$$z = \frac{d}{2a}x + r, \quad (21)$$

sustituyendo esta expresión en (7) con $k = 0$, resulta

$$x_t = -\frac{2ar}{(d^2 + 4a^2)^{1/2}}. \quad (22)$$

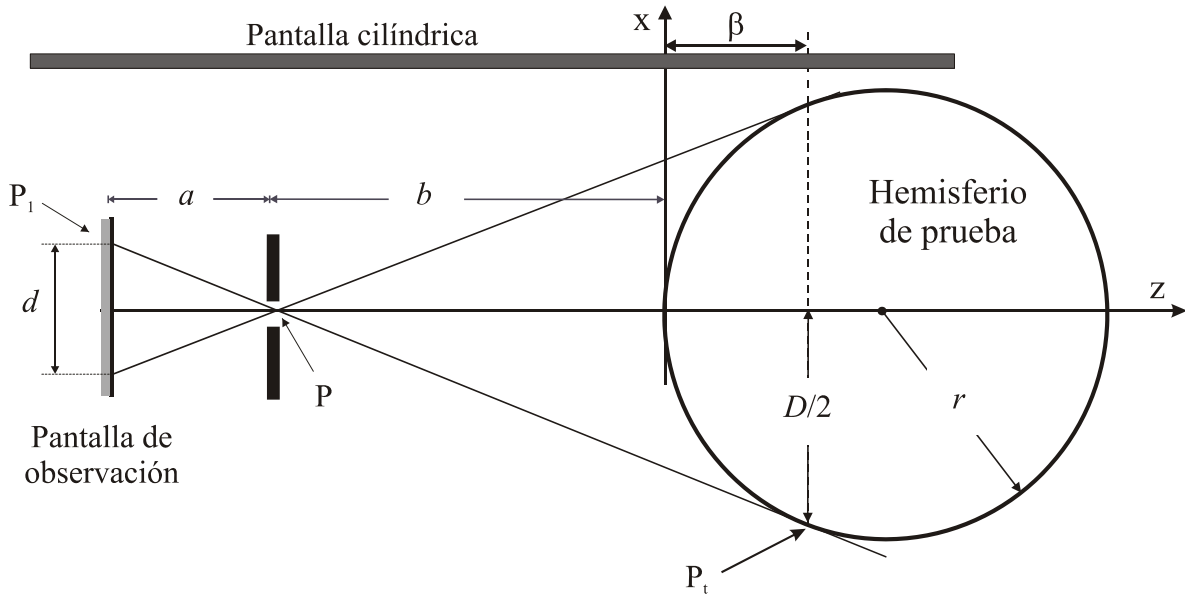


Figura 6. Para el caso de la prueba de un hemisferio, el diámetro del área a probar estará limitado por los rayos marginales que son tangentes a la superficie.

Por tanto, de (22) se obtiene que el diámetro real del área que se puede probar en un hemisferio con la pantalla nula está dado por

$$D = \frac{4ar}{(d^2 + 4a^2)^{1/2}}. \quad (23)$$

Cabe aclarar que desde el punto de vista numérico, para evitar el rayo tangente, el diámetro efectivo D_{efc} que se puede probar de un hemisferio resulta ser una fracción de la Ec. (23). Para propósitos numéricos en el diseño de nuestras pantallas para probar hemisferios, hemos tomado

$$D_{\text{efc}} = 0.98 D, \quad (24)$$

como el diámetro que se puede medir del hemisferio, aunque puede ser adecuado a las condiciones particulares de cada caso.

3. Diseño de pantallas nulas para probar superficies esféricas cóncavas

Para probar superficies esféricas cóncavas rápidas ($f/\# < 1$), proponemos el uso de una pantalla cilíndrica (Campos-García *et.al.*, 2008a) cerca del foco geométrico de la superficie. La pantalla cilíndrica tiene un diámetro bastante menor que el diámetro de la superficie de prueba y se encuentra colocada frente al espejo paralela al eje óptico. Para coleccionar la luz reflejada por la superficie, en principio, un agujero pequeño es suficiente para obtener una imagen sobre el detector (como en una *cámara oscura*), todos los cálculos se realizan con este arreglo simple. Sin embargo, si se requiere aumentar la intensidad de la imagen, una combinación de una lente y un diafragma son muy útiles. Una restricción importante para la lente de la cámara CCD es que sea capaz de producir una imagen de toda la superficie en el CCD, aunque puede realizarse la medición por subaperturas, si la superficie es demasiado rápida. En general, el sistema óptico introduce una cantidad específica de distorsión que debe ser tomada en cuenta en los cálculos (Campos-García *et.al.*, 2008a).

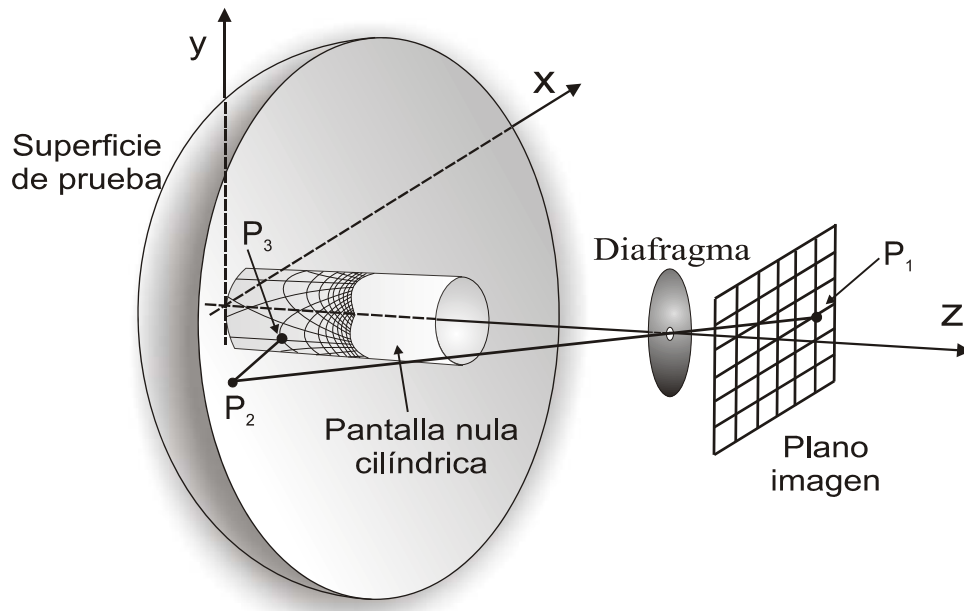


Figura 7. Diseño de la pantalla nula cilíndrica para probar superficies esféricas cóncavas.

El esquema del arreglo propuesto se muestra en la Fig. 7. El diseño consiste de un trazo de un rayo que parte de un punto P_1 del plano imagen (CCD) y pasa a través del centro de la lente (diafragma) e incide en el punto P_2 sobre la superficie de prueba. El rayo después de haber sido reflejado en la superficie llega al punto P_3 de la pantalla cilíndrica.

3.1 Pantalla nula cilíndrica

Para la determinación de los puntos sobre la pantalla nula pertenecientes a la malla cuadrada o al arreglo de puntos se realiza un trazo de rayos exacto, similar al desarrollado para probar superficies esféricas convexas (Díaz-Uribe y Campos-García, 2000; Campos-García *et.al.*, 2008a), el procedimiento y las expresiones son muy similares, sólo difieren en algunos signos.

La Ec. (26) indica donde un punto P_3 debe colocarse sobre la pantalla cilíndrica para ver su imagen en el punto P_1 .

3.2 Ajustes del sistema

Como anteriormente, las distancias a y b se escogen en tal forma que la imagen de toda la superficie se ajuste al área del CCD; para este caso están relacionadas a través de

$$b = \frac{aD}{d} + \beta \quad (27)$$

donde D es el diámetro de la superficie y β es la sagita al borde de la superficie, la cual está dada por las Ecs. (19) y (20).

Para asféricas rápidas, la coordenada z_3 [Ec. (26)] de todos los puntos de la pantalla nula cilíndrica debe caer dentro del foco paraxial de la superficie de prueba ($z_3 < f$); esto debido a que se requiere que la imagen virtual de la pantalla nula se localice atrás de la superficie de prueba y el sistema formador de la imagen proyecte esta imagen sobre el sensor CCD. Así, el diseño de la pantalla nula requiere que el parámetro a sea calculado en forma tal que el máximo valor de la coordenada z_3 , llamado $z_{3\max}$, sea menor a la longitud focal $f = r/2$ de la superficie de prueba.

Para esto, si comenzamos con el valor máximo del punto objeto $z_{3\max}$ como una primera aproximación, de la formula de los espejos, tenemos que la imagen se encuentra en

$$z_i = \frac{f z_{3\max}}{f - z_{3\max}} \quad (28)$$

Luego, debido a que esta imagen es proyectada sobre el sensor CDD, la distancia a estará dada aproximadamente por

$$a = \frac{-s + f_l (D/d + 1) + \left[s^2 + f_l^2 (D/d + 1)^2 + 2f_l s (D/d - 1) \right]^{1/2}}{2D/d} \quad (29)$$

donde f_l es la distancia focal de lente de la cámara CCD y $s = |z_i| + \beta$. La Ec. (29) nos da una pantalla nula cilíndrica que proporciona una imagen virtual completa. Para superficies grandes, $D \gg d$, se puede mostrar que (29) se reduce aproximadamente a

$$a \approx f_l; \quad (30)$$

así, una buena aproximación para la distancia a es la longitud focal de la lente de la cámara CCD.

4. Implementación práctica de las pantallas cilíndricas

Construir una pantalla cilíndrica con un conjunto de puntos que deben posicionarse con precisión no es una tarea sencilla. Para una pantalla pequeña (es decir, una de diámetro inferior a 20 cm) es más sencillo dibujar el conjunto de puntos sobre un plano (hojas de papel) con la ayuda de una computadora y una impresora láser o un graficador. Una vez dibujados los puntos, el papel es enrollado en forma cilíndrica e introducido en un cilindro de acrílico transparente, esto con el propósito de darle soporte mecánico a la pantalla. El conjunto de puntos es dibujado en un plano Cartesiano de coordenadas X-Y, donde

$$\begin{aligned} X &= \rho \phi, \\ Y &= Z_3. \end{aligned} \quad (31)$$

donde (ρ, ϕ, z_3) , $(\rho > 0; 0 \leq \phi \leq 2\pi)$, están expresadas en coordenadas cilíndricas. Esta expresión describe el lugar geométrico del conjunto de puntos sobre un plano Cartesiano en forma tal que cuando son transformados en una pantalla cilíndrica se obtiene una configuración de prueba nula.

Adicionalmente, se requiere de un sistema para soportar y posicionar adecuadamente la pantalla. Aunque la iluminación del ambiente puede ser suficiente para poder observar la imagen de la pantalla, con el propósito de tener un mejor contraste en la imagen, la pantalla nula es iluminada con lámparas fluorescentes o electroluminiscentes.

5. Diseño de pantallas nulas para probar superficies esféricas fuera de eje

El uso de las pantallas nulas no se restringe sólo a la prueba de superficies esféricas rápidas convexas y cóncavas en eje, sino que también se puede extender su uso para realizar la prueba de superficies esféricas fuera de eje (Díaz-Uribe, 2000, 2002). La prueba de superficies esféricas fuera de eje representa un gran reto ya que debido a sus dimensiones los espejos primarios que actualmente se encuentran en desarrollo se tienen que construir por segmentos. Un ejemplo de este tipo de espejos primarios segmentados los representa el espejo secundario de GTM (INAOE, GTM: página electrónica). El espejo primario del GTM tiene un diámetro de 50 m; su óptica será fabricada de fibra de carbono y recubierta con una capa de aluminio para aumentar su reflectividad. El espejo primario tiene una superficie parabólica con $f / 0.35$ y originalmente se planteó que estaría compuesto por un conjunto de 180 segmentos fuera de eje colocados en cinco anillos; cada segmento tendría una longitud de 5 m. La configuración usual para probar las superficies fuera de eje es una en la cual se coloca una fuente puntual en el foco de la parábola principal (la parábola teórica de donde se saca el segmento) con el propósito de que los rayos reflejados por la superficie salgan paralelos al eje óptico (Meinel, 1989). Colocando un espejo plano frente al segmento fuera de eje (de la misma área transversal) se hace que los rayos sean reflejados sobre la

superficie para que converjan en el punto focal. Así, el frente de onda pueda ser probado mediante interferometría o con una prueba geométrica tradicional. Un inconveniente importante de este arreglo es la alineación; las aberraciones crecen rápidamente conforme la fuente puntual se coloca lejos del punto focal. Así, la ventaja de probar el segmento en el punto focal se pierde si la alineación no es la adecuada.

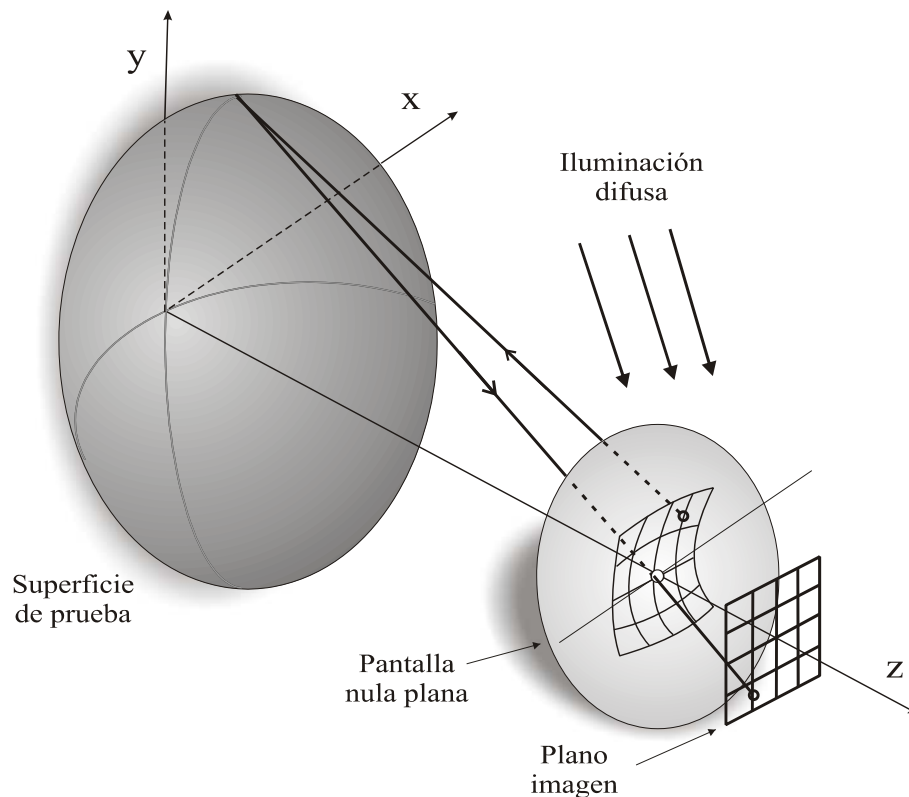


Figura 9. Configuración básica para realizar la prueba de un segmento fuera de eje utilizando pantallas nulas planas.

En analogía con el método de las pantallas nulas para probar superficies convexas y cóncavas, aquí se propone emplear una pantalla plana donde se dibujan una serie de líneas curvas que al reflejarse en la superficie de prueba se forma la imagen de una malla perfectamente cuadrada; cualquier desvío de esta geometría es indicativo de deformaciones en la superficie de prueba (Díaz-Urbe, 2000, 2002). Para iluminar la pantalla se utiliza luz blanca difusa. En la Fig. 9 se muestra un esquema de la propuesta.

Consideremos la expresión que describe una superficie cónica Ec. (1). Luego, la sección fuera de eje de una superficie cónica centrada en el punto $(x_c, 0, z_c)$ se obtiene de una rotación y una traslación de ejes XYZ a un nuevo sistema de coordenadas xyz tal que tenga su eje z a lo largo de la normal a la sección evaluada en el centro del segmento (Cardona-Núñez, 1984). La transformación de ejes aplicada a la Ec. (1) proporciona la sección fuera de eje la cual está descrita por

$$z(x,y) = \frac{\gamma}{\beta + (\beta^2 - \alpha\gamma)^{1/2}}, \quad (32)$$

con

$$\begin{aligned} \alpha &= c(1 + k \cos^2 \theta), \\ \beta &= (1 + k \sin^2 \theta)^{-1/2} - ck \sin \theta \cos \theta x, \\ \gamma &= c(1 + k \sin^2 \theta)x^2 + cy^2; \end{aligned} \quad (33)$$

aquí,

$$\tan \theta = \frac{cx_c}{[1 - (k+1)c^2 x_c^2]^{1/2}} \quad (34)$$

nos proporciona el ángulo θ de rotación respecto al eje Y , y x_c es la distancia del eje óptico principal al centro del segmento, Fig. 10.

Con el fin de simplificar los cálculos para obtener la pantalla nula correspondiente, la Ec. (32) que describe al segmento fuera de eje se puede reescribir explícitamente en términos de las variables x y y , como

$$z = \frac{Ux^2 + cy^2}{(S - Tx) + [(S - Tx)^2 - \alpha(Ux^2 + cy^2)]^{1/2}} \quad (35)$$

con

$$\begin{aligned} S &= (1 + k \sin \theta)^{-1/2}, \\ T &= ck \sin \theta \cos \theta, \\ U &= c(1 + k \sin^2 \theta); \end{aligned} \quad (36)$$

aquí, α y θ están dadas a través de (33) y (34), respectivamente.

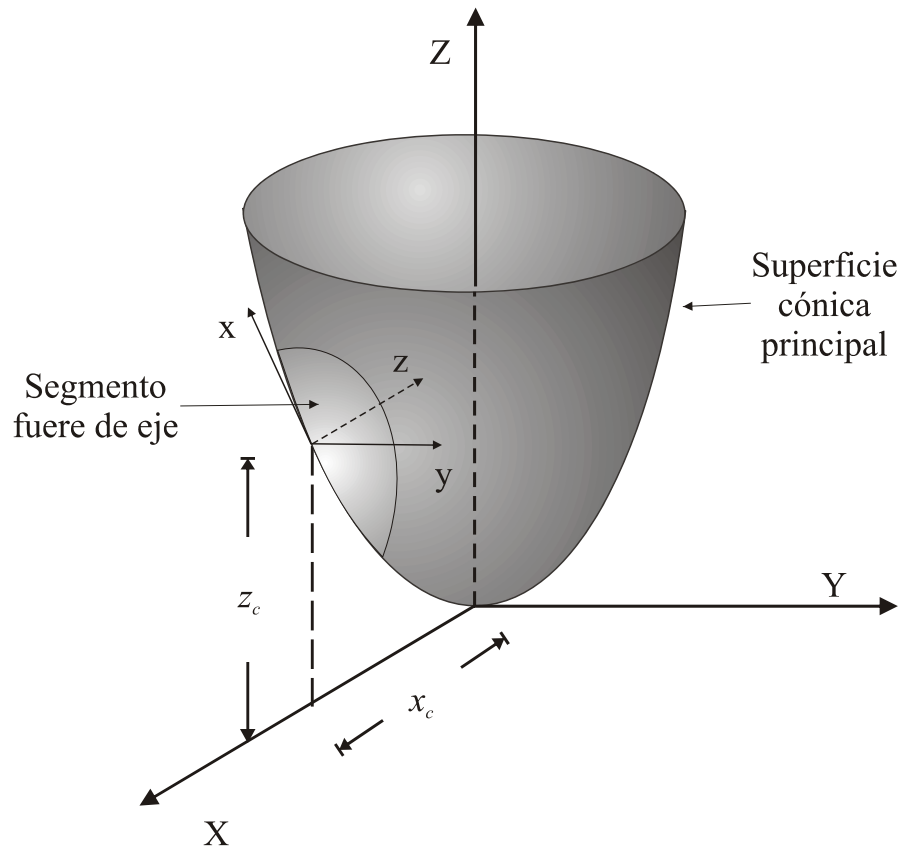


Figura 10. Sección fuera de eje.

5.1 Diseño de la pantalla nula plana

Debido a la asimetría de la superficie fuera de eje, Ec. (35), el trazo exacto de rayos se tiene que realizar de manera tridimensional. Así, partiendo de un punto $P_1 = (x_1, y_1, a+b)$ perteneciente a la imagen de un punto de la malla cuadrada, se calcula la dirección del rayo **I** que pasa por $P = (0, 0, b)$ e incide sobre la superficie del segmento

$$\mathbf{I} = (-x_o, -y_o, -a) \quad (37)$$

donde a es la distancia del CCD a la pantalla nula y b es la distancia del centro del segmento a la pantalla, ver Fig. 11.

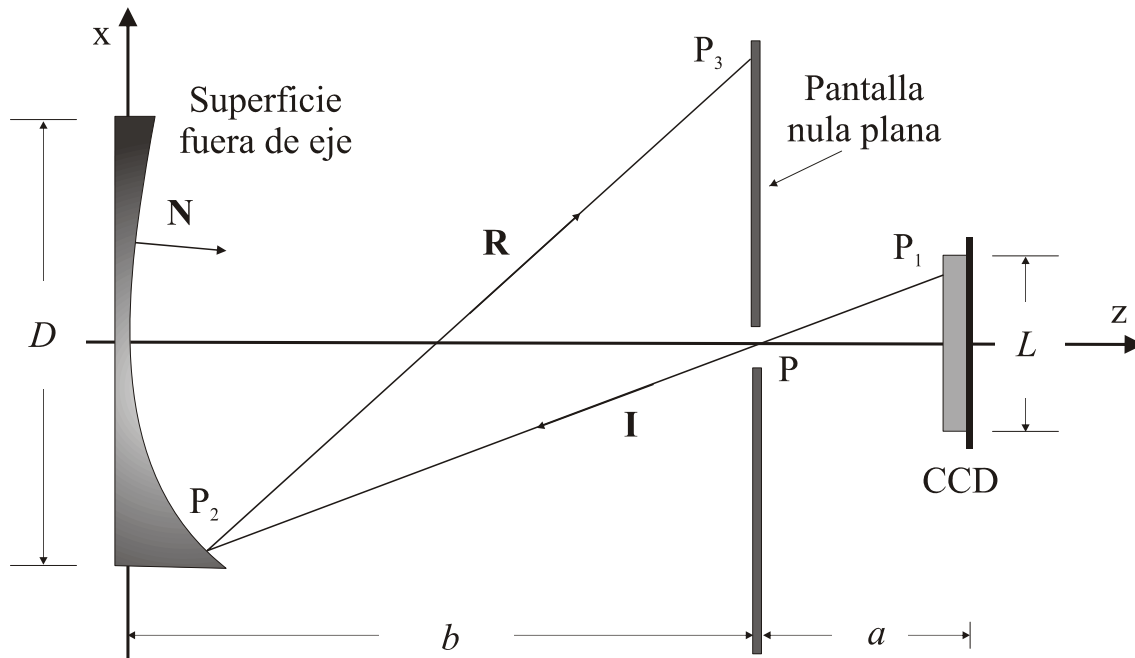


Figura 11. Parámetros de diseño de las pantallas nulas planas para probar superficies esféricas fuera de eje. Aquí, los vectores **I** y **R** que representan a las direcciones de los rayos incidentes y reflejados al segmento, respectivamente; y el vector **N** que es la normal al segmento, no necesariamente caen en el plano xz .

La ecuación de la recta que representa al rayo incidente **I** está dada por

$$\frac{x - x_1}{x_1} = \frac{y - y_1}{y_1} = \frac{z - a - b}{a}, \quad (38)$$

despejando x y y en términos de z y sustituyendo el resultado en la ecuación que describe al segmento fuera de eje Ec. (35), después de algunos pasos algebraicos se obtiene la siguiente expresión para z

$$Az^2 + Bz + F = 0 \quad (39)$$

donde

$$\begin{aligned} A &= \alpha + \frac{2Tx_1}{a} + \frac{Ux_1^2 + cy_1^2}{a^2}, \\ B &= -2S + \frac{2bx_1}{a} \left(T + \frac{Ux_1}{a} \right) - \frac{2cby_1^2}{a^2}, \\ F &= \left(\frac{b}{a} \right)^2 (Ux_1^2 + cy_1^2). \end{aligned} \quad (40)$$

Resolviendo la Ec. (39) y sustituyendo en (38), se obtiene el punto $P_2 = (x_2, y_2, z_2)$ donde el rayo incidente **I** intersecta al segmento fuera de eje,

$$\begin{aligned} z_2 &= \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AF}}{2F}, \\ y_2 &= \frac{y_1}{a} (z_2 - b), \\ x_2 &= \frac{x_1}{a} (z_2 - b). \end{aligned} \quad (41)$$

Posteriormente, de acuerdo con la ley de la reflexión, el rayo incidente **I** es reflejado por la superficie fuera de eje en la dirección **R** dada por (11). Luego, la normal **N** al segmento fuera de eje evaluada en el punto P_2 , se obtiene usando la

Ec. (12); considerando el segmento fuera de eje descrito por la Ec. (35), la normal está dada por

$$\mathbf{N} = \left\{ (Tz_2 + Ux_2)^2 + (cy)^2 + (\alpha z_2 - S + Tx_2)^2 \right\}^{-1/2} (Tz_2 + Ux_2, cy, \alpha z_2 - S + Tx_2). \quad (42)$$

Así, de (37) y (42) en (11), la dirección del rayo reflejado por el segmento es

$$\mathbf{R} = (R_x, R_y, R_z) \quad (43)$$

donde

$$\begin{aligned} R_x &= -x_1 - 2(Tz_2 + Ux_2)\Omega / \Gamma, \\ R_y &= -y_1 - 2cy_2\Omega / \Gamma, \\ R_z &= -a - 2(\alpha z_2 - S + Tx_2)\Omega / \Gamma, \end{aligned} \quad (44)$$

son las componentes del vector reflejado $\mathbf{R}$ por el segmento; aquí,

$$\begin{aligned} \Omega &= -cy_1y_2 - x_1(Tz_2 + Ux_2) - a(\alpha z_2 - S + Tx_2), \\ \Gamma &= c^2y_2^2 + (Tz_2 + Ux_2)^2 + (\alpha z_2 - S + Tx_2)^2. \end{aligned} \quad (45)$$

Luego, la ecuación de la recta que representa al rayo reflejado en la dirección $\mathbf{R}$ y que pasa por el punto P_2 , está dada por

$$\frac{x - x_2}{R_x} = \frac{y - y_2}{R_y}; \quad \frac{y - y_2}{R_y} = \frac{z - z_2}{R_z}. \quad (46)$$

Así, el rayo reflejado $\mathbf{R}$, representado por esta recta, intersectará al plano $z = b$, que representa a la pantalla plana, en el punto $P_3 = (x_3, y_3, z_3)$, donde

$$\begin{aligned}
x_3 &= x_2 + \frac{R_x}{R_z}(b - z_2), \\
y_3 &= y_2 + \frac{R_y}{R_z}(b - z_2), \\
z_3 &= b,
\end{aligned} \tag{47}$$

estas expresiones representan los puntos sobre la pantalla plana que al ser reflejados por la superficie de prueba se observa en el CCD un arreglo de puntos en forma de malla cuadrada. Para asegurar lo anterior, se utiliza la expresión de (2) en (47).

Finalmente, las distancias a y b se escogen en forma tal que la imagen completa de la superficie se ajuste al área del CCD, de la Fig. 11 se observa que están relacionadas por

$$b = \frac{Da}{d} \tag{48}$$

donde D es el diámetro máximo del segmento y d es la longitud de un lado del CCD.

6. Otras configuraciones de pantallas nulas

6.1 Configuración híbrida: pantalla plana y pantalla cilíndrica

Para el caso de superficies esféricas convexas, si se quiere evitar el problema de que las fuentes luminosas que forman la parte central de la imagen se encuentren muy alejadas de la superficie de prueba se puede usar un plano perpendicular al eje z , para intersectar a los rayos reflejados por la superficie de prueba, en combinación con la pantalla cilíndrica; es decir, se tiene la configuración de un cilindro con tapa, Fig. 12.

Para hallar las coordenadas P_3 donde el rayo reflejado $\mathbf{R}$ intersecta a la pantalla plana, se intersecta el plano $z = z_0$ con la recta de la Ec. (16), la cual representa al rayo reflejado por la superficie de prueba, resultando

$$z_3 = -z_0,$$

$$x_3 = \frac{x_1 x_2^2 + x_1 [(k+1)z_2 - r]^2 + 2x_2 \{-x_1 x_2 + (k+1)az_2 - ar\}}{ax_2^2 + [(k+1)z_2 - r]^2 - 2[(k+1)z_2 - r]\{-x_1 x_2 + (k+1)az_2 - ar\}}(z_2 - z_3) + x_2, \quad (49)$$

son las coordenadas donde el rayo reflejado intersecta a la pantalla plana.

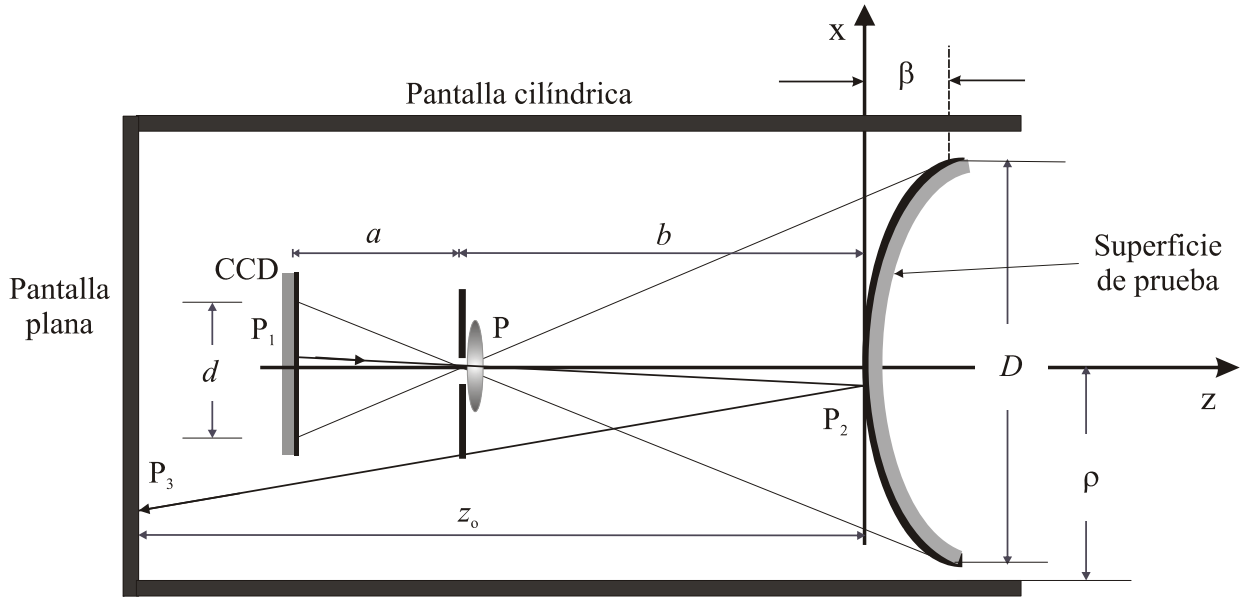


Figura 12. Pantalla nula cilíndrica en combinación con una pantalla nula plana. Esta última es necesaria para limitar el tamaño del cilindro.

6.2 Pantalla nula cónica

Otra posible configuración de una pantalla nula es utilizar un par de máscaras dispuestas en forma de cono, Fig. 13. Para hallar los puntos de intersección de los

rayos reflejados por la superficie con la pantalla cónica, se calcula primero la ecuación que describe al cono, esta está dada por

$$x = -\frac{x_b}{z_a}z + x_b, \quad (50)$$

sustituyendo esta expresión en (16) que representa al rayo reflejado, resulta

$$z_3 = \frac{R_x z_2 - R_z (x_2 - x_b)}{R_x z_a + R_z x_b},$$

$$x_3 = -\frac{x_b}{z_a}z_3 + x_b, \quad (51)$$

son las coordenadas de los puntos donde los rayos provenientes del arreglo cuadrado después de haber sido reflejados por la superficie inciden en la pantalla cónica.

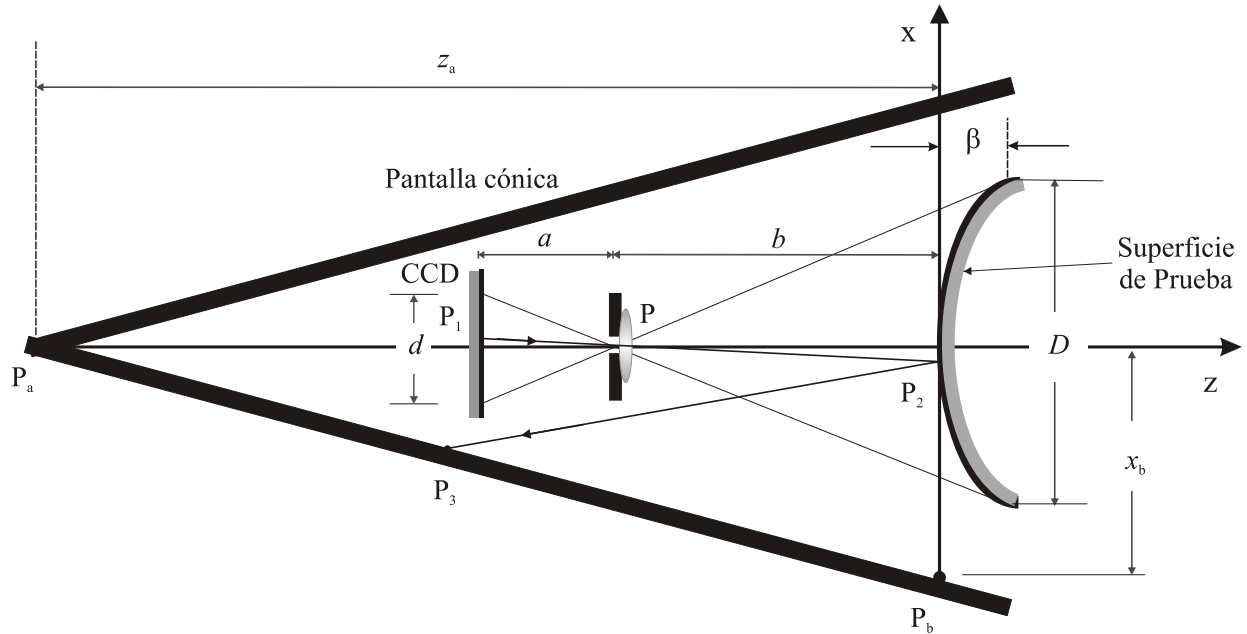


Figura 13. Pantalla nula unidimensional en configuración cónica.

6.3 Pantalla nula elíptica

Una pantalla nula que proporciona una imagen casi plana es la pantalla elíptica (ver sec. 1.2), Fig. 14. Así, para hallar los puntos P_3 donde los rayos reflejados por la superficie intersectan a la pantalla elíptica, se sustituye la Ec. (16) que representa la dirección del rayo reflejado en la siguiente expresión

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{(z + \eta)^2}{\gamma^2} = 1 \quad (52)$$

la cual representa a la superficie elíptica. Aquí, α y γ son los semiejes mayor y menor, respectivamente y el punto $(0, \eta)$ define el centro de la elipse.

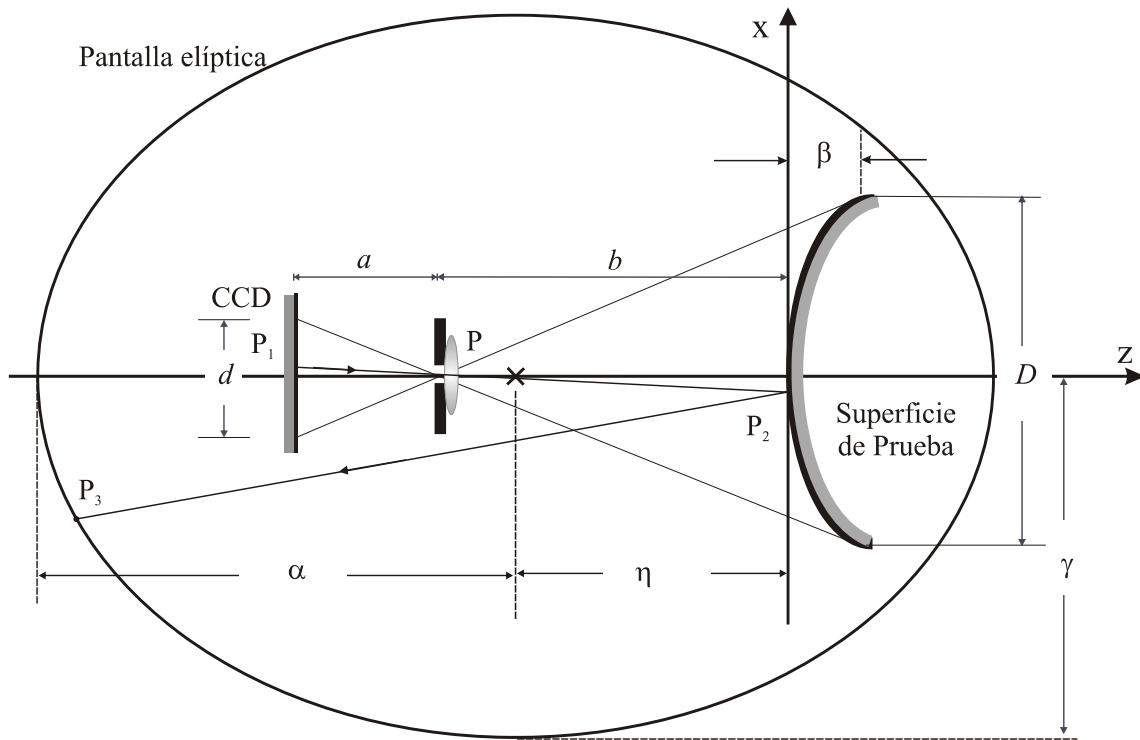


Figura 14. Pantalla nula elíptica.

Luego, el rayo reflejado $\mathbf{R}$ intersectará a la superficie elíptica en

$$x_3 = \frac{-H \pm \sqrt{H^2 - 4GI}}{2G} \quad (53)$$

$$z_3 = \frac{R_z}{R_x}(x_3 - x_2) + z_2$$

con

$$G = \left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{R_z}{R_x}\right)^2$$

$$H = 2\left(\frac{R_z}{R_x}\right)\left[(z_2 + \eta) - \left(\frac{R_z}{R_x}\right)x_2\right] \quad (54)$$

$$I = \left(\frac{R_z}{R_x}\right)^2 x_2^2 - 2\left(\frac{R_z}{R_x}\right)(z_2 + \eta)x_2 + (z_2 + \eta)^2 - \gamma^2$$

donde R_x , y R_z son las componentes del vector reflejado $\mathbf{R}$, Ec. (16).

6.4 Pantalla nula plana inclinada

En el caso de las superficies fuera de eje, debido a las dificultades encontradas por la presencia de las superficies cáusticas, una propuesta es utilizar pantallas planas inclinadas con el propósito de no cruzar estas superficies cáusticas (Avendaño-Alejo et. al, 2003, 2005, 2006). En la Fig. 15 se muestra el arreglo experimental de esta prueba. Aquí, la pantalla plana está sobre un plano que pasa por el punto $P = (0, 0, b)$ y rota, respecto a la posición ortogonal al eje óptico, en torno al eje y , su inclinación está determinada por el vector unitario $\mathbf{n} = (n_x, n_z) = (\sin \phi, \cos \phi)$ que es perpendicular al plano inclinado. Así, la ecuación del plano donde está contenida la pantalla nula inclinada está dada por

$$n_x x + n_z (z - b) = 0. \quad (55)$$

Luego, para hallar el patrón de líneas que hay que dibujar sobre la pantalla plana inclinada que al ser reflejadas por la superficie de prueba nos proporcione una

mallita cuadrada sobre el CCD, se sustituye (55) en (46) que representa a los rayos reflejados por la superficie, resultando

$$\begin{aligned}x_3 &= \frac{b - z_2 + (R_z/R_x)x_2}{(n_x/n_z) + (R_z/R_x)}, \\y_3 &= y_2 + (R_y/R_z)[b - z_2 - (n_x/n_z)x_3], \\z_3 &= b - (n_x/n_z)x_3,\end{aligned}\tag{56}$$

que para el caso de que $n_x = 0$ ($\phi = 0$) se reduce a la Ec. (47) que representa a la pantalla plana perpendicular al eje z .

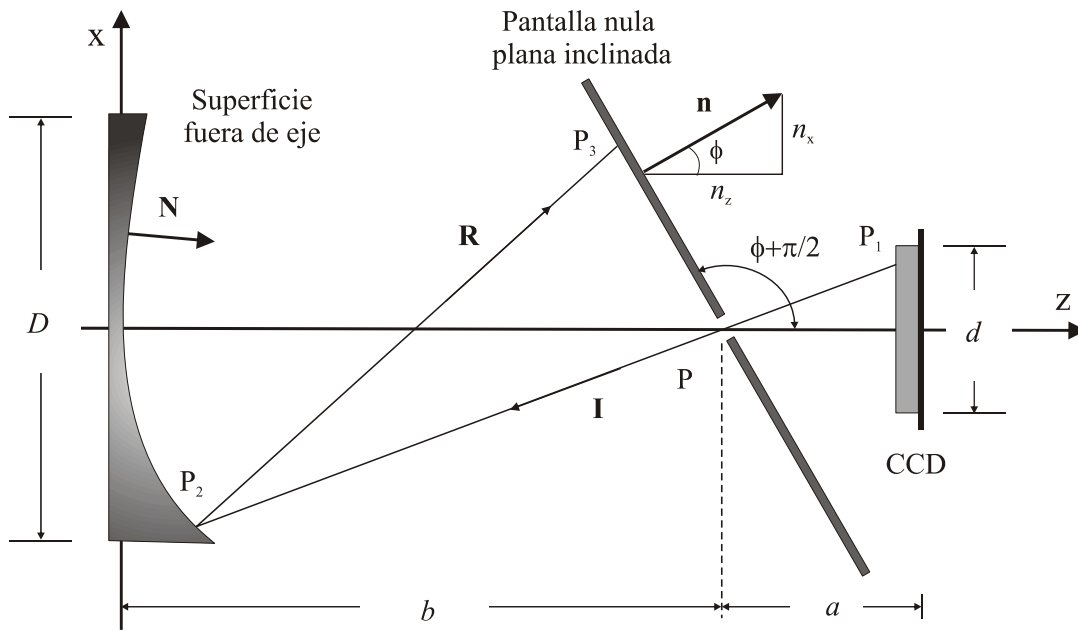


Figura 15. Configuración de la prueba de superficies fuera de eje mediante el uso de una pantalla plana inclinada.

7. Ejemplos

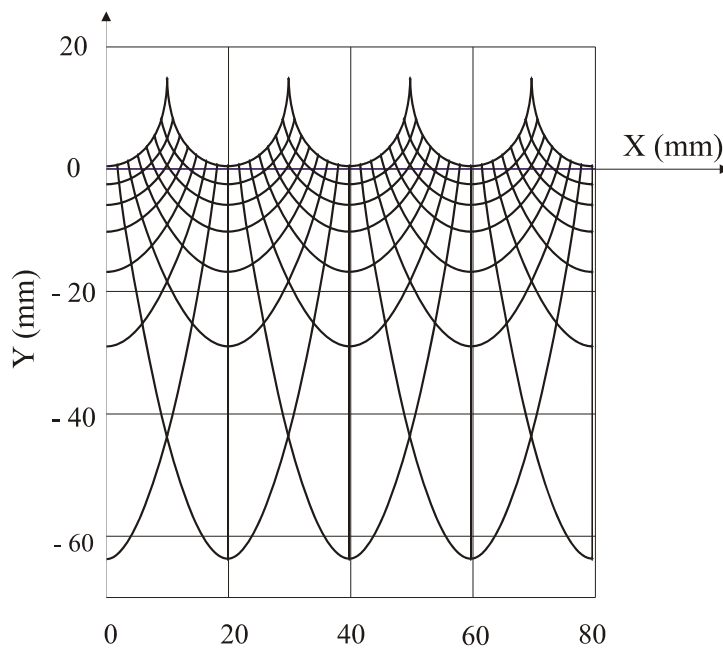
7.1 Pantallas nulas con arreglo cuadrado

7.1.1 Prueba de un hemisferio

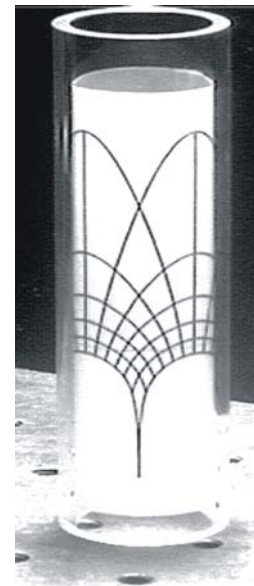
La primera superficie a probar es un balón de acero de radio de curvatura $r = 6.4$ mm. La pantalla se diseñó con los parámetros que se muestran en la Tabla.1. En la Fig. 16(a) se muestra la pantalla calculada usando las Ecs. (31) con (17) antes de introducirla en el cilindro. La pantalla cilíndrica real se muestra en la Fig. 16(b), aquí se puede observar claramente la malla curvada dentro del cilindro de acrílico.

Tabla 1. Parámetros de diseño de la pantalla nula para probar un hemisferio

Elemento	Símbolo	Valor (mm)
Radio de curvatura de la superficie	r	6.4
Radio interior del cilindro	ρ	12.65
Distancia del CCD al diafragma	a	30
Distancia del diafragma al vértice de la superficie	b	54
Longitud de uno de los lados del CCD	d	4.4



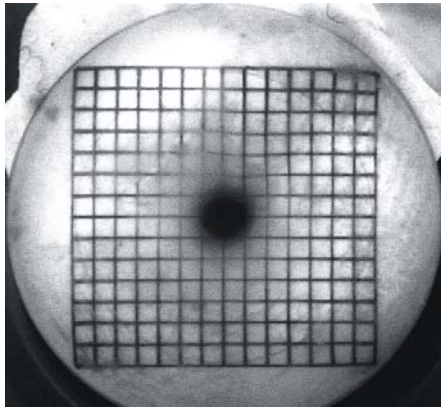
(a)



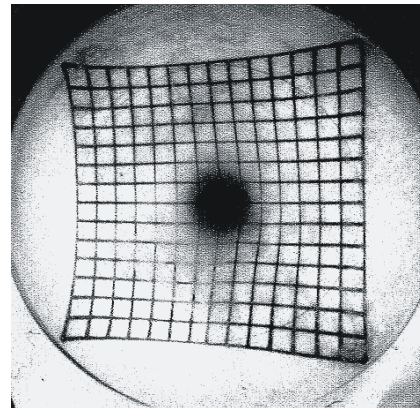
(b)

Figura 16. a) Pantalla nula dibujada sobre una superficie plana, b) la misma pantalla nula insertada dentro de un cilindro de acrílico.

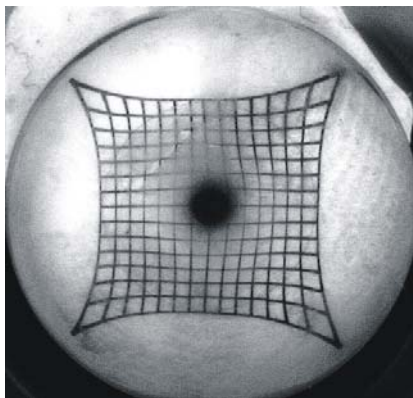
La imagen de la pantalla cilíndrica después de haber sido reflejada por el hemisferio se muestra en la Fig. 17(a). Como puede observarse en ésta figura, las esquinas de la malla están muy próximas al borde debido a que, en el diseño de la pantalla, se utilizó el 0.98 del valor del diámetro D real del hemisferio que se puede probar [Ec. (24)] con el propósito de evitar el rayo tangente; de otra manera la pantalla sería innecesariamente grande.



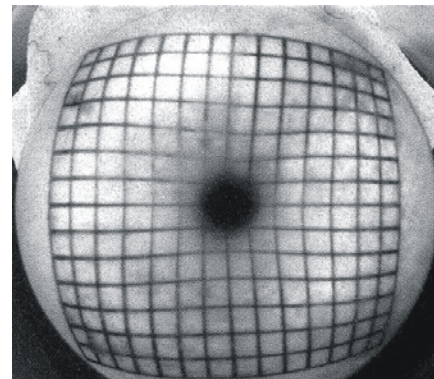
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 17. a) Imagen de la pantalla nula después de haber introducido el hemisferio en el cilindro, b) imagen de la pantalla después de haber desplazado la superficie lateralmente a lo largo del eje x , c) imagen de la pantalla para una superficie desenfocada, aquí la superficie se mueve alejándola de la lente, d) imagen de la pantalla obtenida cuando la superficie se acerca a la lente.

Adicionalmente, el sistema óptico de la cámara CCD oscurece la parte central de la imagen, por lo que esta zona no se puede probar directamente con el método propuesto, a menos de introducir cerrar el cilindro con un plano como se propone en la sección 6.1; adicionalmente, para evitar el bloqueo de rayos por parte de la cámara, se puede introducir un divisor de haz para desviar los rayos hacia afuera del cilindro como en un telescopio Newtoniano (ver figura al final).

Aunque la imagen de la pantalla es casi una malla cuadrada, realmente no lo es, como se puede apreciar hay pequeñas deformaciones que la apartan de una forma cuadrada perfecta, este resultado se puede deber a pequeños desalineaciones, desenfoques o errores en la construcción de la pantalla y del cilindro de acrílico. Para ilustrar esta situación, en la Fig. 17(b), se muestra cómo el efecto del descentramiento de la superficie con respecto al eje del cilindro resulta en la imagen de una malla asimétrica; la malla toma una forma trapezoidal en lugar de cuadrada. El efecto del desenfoque aplicado en la superficie resulta en una forma de alfilerero en la imagen de la malla, tal como en el patrón de aberración de distorsión positiva, cuando la superficie es desplazada alejándola de la lente, Fig. 17(c). Cuando la superficie se desplaza hacia la lente, la imagen toma una forma de barril, como sucede con la aberración de distorsión negativa. Sin embargo, a diferencia de la distorsión, las deformaciones de la malla en la imagen no son monótonas, puede haber cambio de concavidad en las líneas de la malla [ver Figs. 17 c) y d)].

Obsérvese cómo la iluminación de la imagen no es uniforme debido a que sólo se utilizó una sola lámpara circular fluorescente y debido a que la magnificación es diferente para distintas zonas de la superficie. Para comprender esta no uniformidad en la iluminación, notemos cómo cada zona de la pantalla que está limitada por cuatro líneas [Fig. 16(a)] es mapeada en un cuadrado en la imagen. Así, si asumimos una iluminación uniforme de la pantalla, la iluminación en la imagen debe cambiar debido a que estas zonas tienen diferentes áreas (Carmona-Paredes, 2005; Carmona-Paredes y Díaz-Urbe, 2007). Mientras mayor sea el

área de una zona de la pantalla, más pequeña debe ser la iluminación en su imagen. Las zonas más grandes en la pantalla son aquellas cuyas coordenadas y están entre -20 y -60 mm, Fig. 16(a); la imagen de estas zonas esta cerca del centro, Fig. 17(a), donde la iluminación disminuye. Este es un hecho que debe tenerse en consideración para mejorar la prueba.

Finalmente, como puede observarse en la imágenes de la Fig. 17, las zonas de la superficie que se encuentran más allá de los límites del cuadrado no son probadas; sin embargo, este es sólo un problema del diseño de la pantalla. Es sencillo rediseñar la pantalla para cubrir estas regiones. En este caso la imagen deberá estar circunscrita alrededor de la abertura de la superficie.

7.1.2 Evaluación de una superficie hiperbólica cóncava rápida

La superficie a evaluar es una superficie hiperbólica de radio de curvatura $r = 467$ mm y constante de conicidad $k = -1.34514$ (ver Fig. 18) (Campos-García et. al, 2008b); el resto de los parámetros de diseño se listan en la tabla 2. La pantalla nula fue impresa con una impresora laser e insertada en un cilindro de acrílico para darle soporte mecánico. Con el propósito de tener una iluminación casi uniforme sobre toda la imagen, la pantalla se iluminó desde adentro del cilindro de acrílico con una lámpara fluorescente. Las imágenes fueron capturadas con una cámara CCD (Sony Modelo XC-ST70), de 8.8 mm × 6.6 mm y se utilizó una lente de longitud focal 12 mm. La cámara CCD se coloca en una posición tal que se pueda ver toda la superficie de prueba, para que pueda ser evaluada completamente.

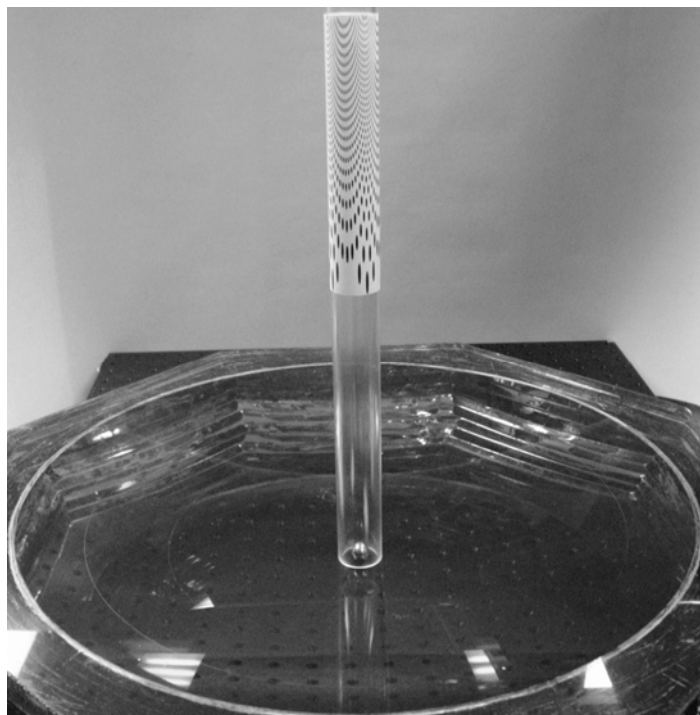


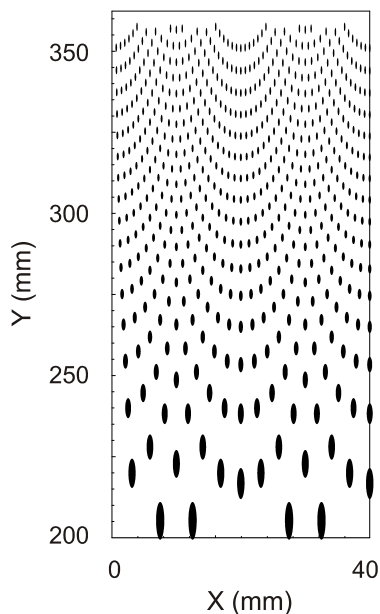
Fig. 18. Superficie cóncava hiperbólica con la pantalla nula.

Tabla 2. Parámetros de diseño para la prueba de una superficie cóncava hiperbólica

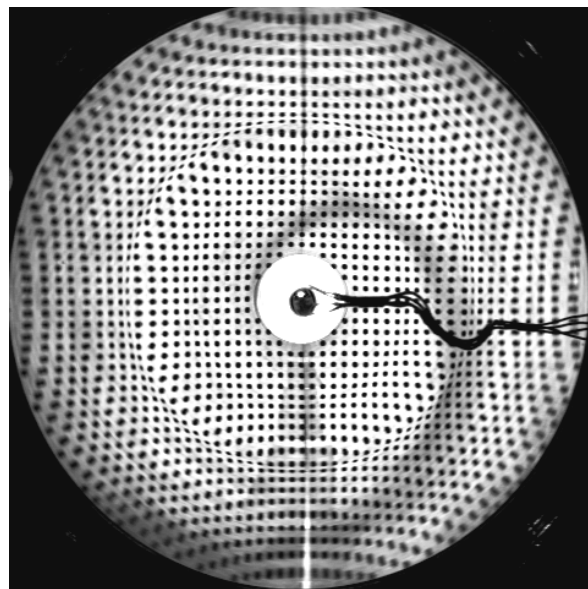
Elemento	Símbolo	Tamaño
Radio de curvatura	r	467 mm
Constante de conicidad	k	-1.34514
Diámetro superficie	D	459 mm
Longitud focal lente	a	12 mm
Longitud CCD	d	6.6 mm
Distancia diafragma – vértice superficie	b	889.81 mm
Distancia eje óptico – pantalla nula	R	15.85 mm

Para la evaluación de la forma de la superficie se empleó una pantalla nula cilíndrica tal que al ser reflejada por la superficie a probar se obtiene un arreglo cuadrado de manchas circulares en el plano imagen (Carmona-Paredes y Díaz-Uribe, 2007). Las manchas en la pantalla son calculadas con el propósito de obtener un conjunto de manchas imagen uniformemente separadas y del mismo

tamaño (0.01 mm de radio) sobre el plano del CCD. En la Fig. 19(a) se muestra a la pantalla antes de colocarla en el arreglo experimental (pantalla plana). Nótese como los puntos casi tienen una forma elíptica. La imagen de la pantalla cilíndrica después de reflejarse por el hiperboloide cóncavo se muestra en la Fig. 19(b). En referencia a la Fig. 19(b), nótese como la imagen en la parte central presenta un arreglo casi cuadrado de puntos circulares del mismo tamaño. Sin embargo, en la parte media y hacia el borde la superficie presenta deformaciones importantes (como una ondulación radial). Aquí al patrón de puntos en lugar de tener un arreglo cuadrado presenta una desviación muy evidente; además los puntos dejan de ser circulares y del mismo tamaño y en el borde se hacen más difusos. Es fácil darse cuenta que en estas zonas la superficie se aleja apreciablemente de una superficie hiperbólica. Es importante apuntar que las deformaciones observadas en la imagen son debidas a la superficie de prueba y no a deformaciones en la pantalla o desalineaciones del sistema de prueba. Luego, el método de pantallas nulas permite detectar pequeñas deformaciones de la forma de la superficie.



(a)



(b)

Fig. 19. a) Pantalla nula en un plano con puntos en forma de gotas, b) Imagen resultante después de haber sido reflejada por la superficie de prueba.

7.1.3 Prueba de una superficie parabólica fuera de eje

Para comprobar la validez de la propuesta, se diseñó y construyó una pantalla plana nula para probar un espejo parabólico fuera de eje de radio de curvatura $r = 20.4$ mm y distancia del eje óptico al centro del segmento $x_c = 25.4$ mm, Fig. 20(a). La superficie tiene una sección transversal elíptica con eje mayor igual 49.4 mm y eje menor de 29.6 mm. En la tabla 3 se muestran todos los parámetros de diseño de la pantalla. La pantalla nula se diseñó para estar a 198.5 mm de la superficie y para que se observaran 11 líneas verticales a lo largo del eje mayor de la superficie; su arreglo final de líneas curvas es mostrado en la Fig. 20(b). Como se puede observar, la pantalla es muy grande en comparación con el eje mayor de la superficie.

Tabla 3. Parámetros de diseño de la pantalla para probar una superficie fuera de eje

Elemento	Símbolo	Valor (mm)
Radio de curvatura de la superficie	r	20.4
Distancia eje óptico – centro del segmento	x_c	25.4
Longitud del eje mayor	D_1	49.4
Longitud del eje menor	D_2	29.6
Distancia de la pantalla al CCD	a	25
Distancia de la pantalla al segmento	b	198.5
Longitud de uno de los lados del CCD	d	8.8
Distancia focal tangencial	f_t	41.5
Distancia focal sagital	f_s	16.3

En la Fig. 20(c), se muestra la imagen de la pantalla; en el lado izquierdo de la imagen se puede apreciar cómo los puntos de cruce de la malla casi están dispuestos en un arreglo cuadrado. Sin embargo, en el lado derecho, el arreglo regular se pierde. Una posible explicación de este comportamiento recae en el hecho de que la pantalla se encuentra localizada bastante fuera del radio de curvatura del punto central del segmento. Para este punto, el radio de curvatura tangencial es 83.08 mm, mientras que su radio de curvatura sagital es 32.58 mm.

Para otros puntos, estos valores son diferentes por lo que parte de la pantalla cae dentro del centro de curvatura de los puntos del lado derecho de la superficie; esto es, dentro de la zona de la cáustica. Para el punto más externo de la superficie, el radio de curvatura tangencial es 236.24 mm y el sagital de 46.15 mm.

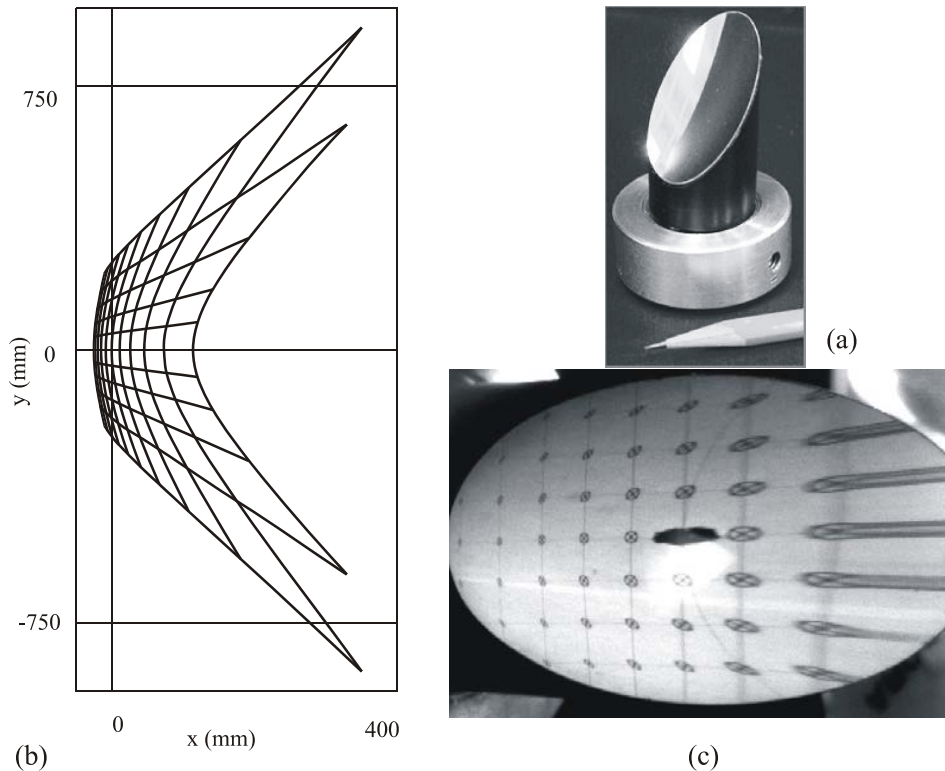


Figura 20. a) Superficie parabólica fuera de eje, b) pantalla nula plana, c) imagen de la pantalla nula después de la reflexión.

7.2 Pantallas nulas con arreglo radial

7.2.1 Prueba de un paraboloide

En este caso, se utilizó la superficie frontal de una lente simple Bausch & Lomb modelo CINEPHORE. Cabe mencionar que de esta superficie no se tienen datos del fabricante; sin embargo, esta ya ha sido probada previamente mediante deflectometría láser (Díaz-Urbe et. al., 1985, 1986) y mediante el método de integración numérica (González-Cardel y Díaz-Urbe, 2006). Los resultados arrojados por ambas técnicas coinciden de que se trata de una superficie

parabólica con coeficientes de deformación adicionales; el radio de curvatura obtenido en ambos casos es de aproximadamente $r \approx 44.93$ mm. Basados en esta información, la pantalla nula correspondiente se diseña suponiendo que la superficie de prueba es parabólica ($k = -1$), con radio de curvatura 44.93 mm y diámetro 100 mm. Todos los demás parámetros de diseño de la pantalla nula se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Parámetros de diseño de la pantalla nula para probar una superficie parabólica

Elemento	Símbolo	Valor (mm)
Radio de curvatura de la superficie	r	44.93
Diámetro de la superficie	D	100
Radio interior del cilindro	ρ	105
Distancia del CCD al diafragma	a	30
Distancia del diafragma al vértice de la	b	454.3
Longitud de uno de los lados del CCD	d	4.4

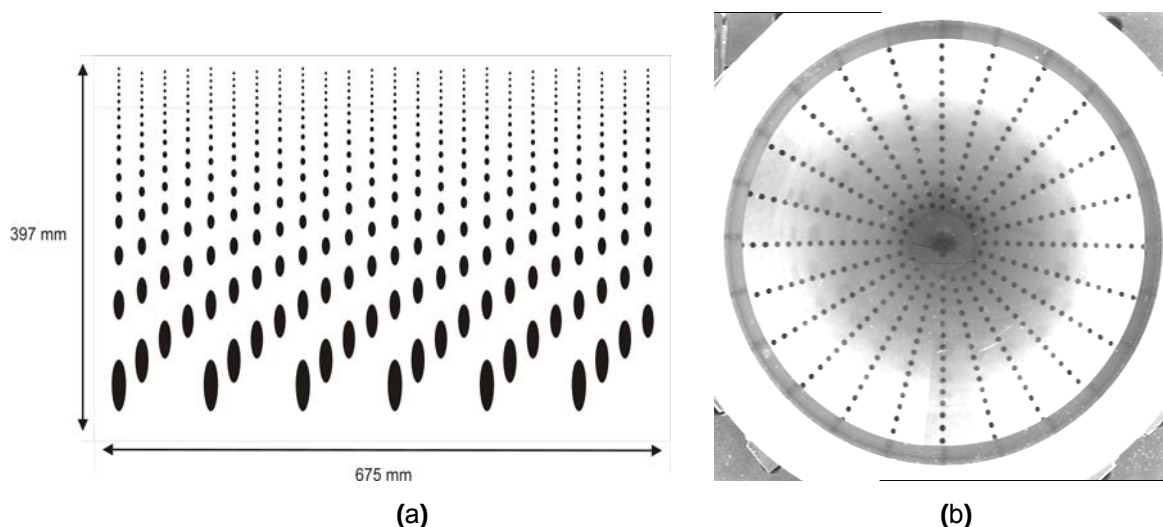


Figura 21. a) Pantalla nula radial, (b) imagen de la pantalla nula.

En la Fig. 21(a) se muestra la pantalla nula correspondiente a la superficie parabólica en su configuración plana. La Fig. 21(b) muestra la pantalla cilíndrica con su serie de líneas curvas utilizada en la prueba; por comparación se muestra

también el cilindro utilizado para probar el hemisferio. En este caso se emplearon dos lámparas fluorescentes circulares debido a que se tenía que iluminar un área mayor ya que la pantalla cilíndrica es más grande. Esta configuración de pantalla nula radial recibe el nombre de pantalla nula dinámica (Moreno-Oliva et. al., 2008) y se utiliza para aumentar la precisión de la prueba.

7.2.2 Pantallas nulas para topografía corneal

Mediante trazo exacto de rayos se diseña y construye una pantalla nula para evaluación de la superficie corneal. A diferencia de los diseños tradicionales para probar superficies ópticas convexas (Díaz-Urbe y Campos-García, 2000), aquí se diseña la pantalla nula en forma tal que la superficie de prueba no quede dentro del cilindro que sostiene a la pantalla nula esto es una condición necesaria debido a que el contorno de la cara (cejas, nariz o párpados) pueden impedir la alineación del sistema de prueba. Adicionalmente, los objetos (puntos en forma de gotas) que forman a la pantalla deben diseñarse en forma tal que su imagen, la cual es formada por reflexión sobre la superficie corneal, sea un arreglo cuadrado de puntos circulares de 0.04 mm de diámetro.

Tabla 5. Parámetros de diseño de la pantalla nula para probar una superficie corneal

Elemento	Símbolo	Valor (mm)
Radio de curvatura de la superficie	r	7.8
Diámetro de la superficie	D	9.5
Radio interior del cilindro	ρ	12.9
Distancia del CCD al diafragma	a	35
Distancia del diafragma al vértice de la	b	46.62
Longitud de uno de los lados del CCD	d	6.9
Constante Conicidad	k	-0.2

Para la prueba de la superficie corneal se propone diseñar una pantalla nula cilíndrica radial en tal forma que el borde la pantalla no cubra a la superficie de prueba. Este esquema tiene el inconveniente de que no se puede probar toda la superficie debido a algunos rayos reflejados no intersectan al cilindro.

Se supone que en promedio, la córnea es una superficie elipsoidal de 12 mm de diámetro, 7.8 mm de radio de curvatura y constante de conicidad de -0.2. En la Tabla 5 se muestran los parámetros de diseño de la pantalla.

En la Fig. 22(a) se muestra la pantalla nula radial correspondiente a la superficie corneal promedio en su configuración plana. La Fig. 22(b) muestra la pantalla cilíndrica con su serie de líneas rectas utilizada en la prueba.

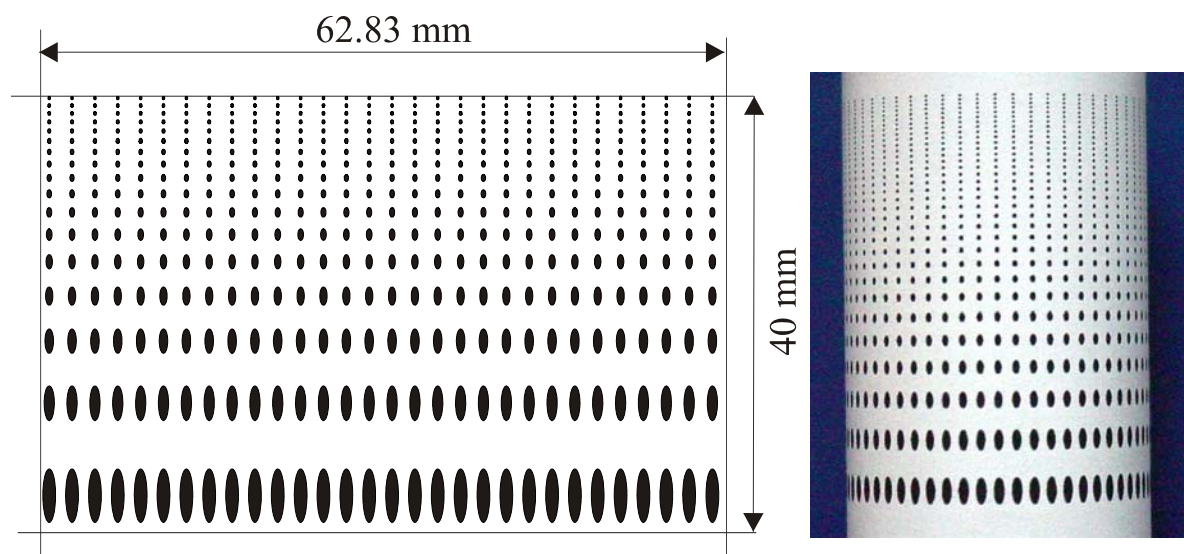


Figura 22. Pantalla nula radial para topografía corneal

En la Fig. 23 se muestran las imágenes reflejadas de la pantalla nula para diferentes superficies corneales. Como puede observarse con facilidad, la superficie corneal de la izquierda [Fig. 23(a)] presenta deformaciones importantes; Hay zonas donde el arreglo radial se pierde totalmente, además algunos puntos presentan imágenes dobles, aquí la deformación de la córnea es alta. Por otra

parte, en la Fig. 23(b), se muestra la imagen de una córnea sana, en este caso, la distribución radial es uniforme.

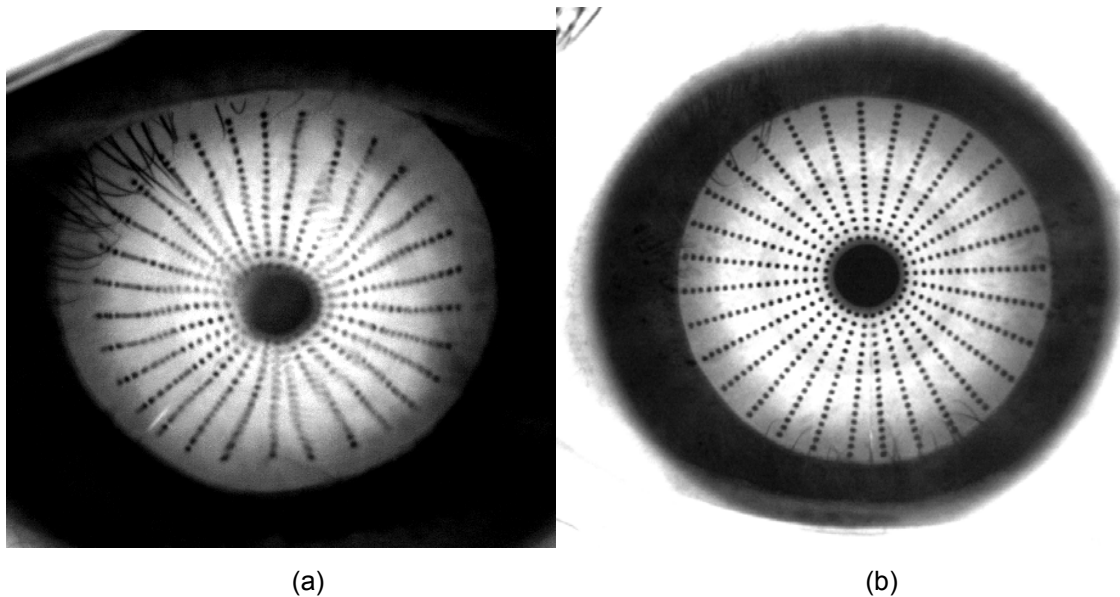


Figura 23. Imágenes reflejadas por la superficie corneal de la pantalla nula: a) Superficie corneal con deformaciones, (b) córnea sana.

Conclusión

En este trabajo se ha propuesto probar superficies esféricas rápidas mediante el uso de pantallas nulas diseñadas específicamente para probar cada superficie. Se describió con detalle el procedimiento del diseño de las pantallas para superficies cónicas mediante trazo exacto de rayos a través del sistema óptico de prueba. Asimismo, se mostró que mediante un cálculo numérico es posible diseñar pantallas nulas para probar superficies esféricas más generales (Malacara D. 2007). El método propuesto tiene la ventaja de que no se necesita de un sistema óptico especial adicional ni tampoco de construir y probar elementos ópticos adicionales para corregir la asfericidad.

Adicionalmente, se mostró la viabilidad de la propuesta para probar cualitativamente superficies esféricas rápidas. Los resultados obtenidos de los

diseños de las pantallas mostraron que las superficies de prueba se encuentran muy cerca de las superficies de diseño. Sin embargo, hay varias imperfecciones evidentes en las imágenes de las pruebas. Estas pueden explicarse en términos de la baja calidad de las pantallas fabricadas y de los cilindros de acrílico usados como soporte de las pantallas de papel los cuales no eran perfectamente circulares sino más bien se encontraban ligeramente ovalados. Por tanto, tomando en cuenta lo anterior, para hacer esta prueba operativa es necesario tener un cuidado especial en la obtención de pantallas nulas de alta precisión. Por otra parte, el posicionamiento de cada una de las superficies de prueba con su pantalla correspondiente se llevó a cabo mediante un procedimiento de prueba y error. Como se mostró, errores apreciables en el posicionamiento de las superficies proporcionan deformaciones evidentes de la malla cuadrada. Este hecho, sin embargo, es útil para lograr un mejor posicionamiento y alineación de la superficie de prueba. Por supuesto, un posicionamiento con precisión es imperativo para una mejor prueba. Cabe mencionar que para una evaluación cuantitativa, los puntos de cruce de las líneas de la malla proporcionan mejor información acerca de la superficie (esto es equivalente a los puntos luminosos en la prueba de Hartmann). Sin embargo, las líneas de la malla son más útiles para una mejor alineación y una evaluación cualitativa de la superficie (estas líneas son similares a los bordes de la rejillas en la prueba de Ronchi).

Se ha mostrado que el método de pantallas nulas no es exclusivo para probar superficies rápidas convexas y cóncavas sino que puede ampliarse para probar segmentos fuera de eje.

En general, se ha mostrado que el método de pantallas nulas es una técnica alternativa útil para probar cualitativamente superficies esféricas rápidas ($f < 1$), aunque también se pueden realizar pruebas cuantitativas.

Agradecimientos

Trabajo apoyado por CONACyT número de proyecto U51114-F y DGAPA-UNAM número de proyecto PAPIIT ES-114507.

Bibliografía

Avendaño-Alejo, M., R. Díaz-Urbe, “Prueba de un segmento parabólico fuera de eje con pantallas nulas inclinadas”, en *Memorias en Extenso; Sesiones de Óptica*, C.G. Treviño, ed. (Academia Mexicana de Óptica, León, Gto., México, 2003), pp. 43V03-1-43V03-8.

Avendaño-Alejo, M., M. Campos-García, R. Díaz-Urbe, “Testing fast off-axis parabolic mirror using tilted null-screens”, in *Proceedings of SPIE on CD-ROM; 8th. International Symposium on Laser Metrology*, R. Rodríguez-Vera and F. Mendoza-Santoyo, eds., Proc. SPIE **5776**, 553-560 (2005).

Avendano-Alejo, M., R. Diaz-Urbe, “Testing a fast off-axis parabolic mirror using tilted null-screens”, *Appl. Opt.*, **45**, 2607- 2614, (2006).

Burge, J.H., “Measurement of large convex aspheres”, in *Optical Telescopes of Today and Tomorrow*, A.L. Ardeberg, ed., Proc. SPIE **2871**, 362-373 (1997).

Campos-García, M., R. Diaz-Urbe, F.S. Granados-Agustin, D. Sacramento-Solano, “Null test of aspheric convex surface”, in *Proceedings of International Symposium on Photonics in Measurement*, VDI-Berichte **1694** (VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, Germany, 2002), pp.155-160.

Campos-Garcia, M., R. Diaz-Urbe, F.S. Granados-Agustin, “Testing fast aspheric surfaces with a linear array of sources”, *Appl. Opt.*, **43**, 6255-6264 (2004).

Campos-García, M., R. Bolado-Gómez, R. Díaz-Urbe, "Testing fast aspheric concave surfaces with a cylindrical null screen", *Appl. Opt.* **47**, 849-859 (2008).a

Campos-García, M., V.I. Moreno-Oliva, M. Avendaño-Alejo, and R. Díaz-Urbe, "Optical testing of a hyperbolic concave surface by a cylindrical null screen", in *Proceedings of 18th IMEKO TC 2 Symposium on Photonics in Measurement*, M. Jedlicka, M. Klima, E. Kostal, P. Pata, eds., (Czech and Slovak Society for Photonics, Czech Republic, 2008). (6pp).b

Cardona-Núñez, O., A. Cornejo-Rodríguez, R. Díaz-Urbe, A. Cordero-Dávila, J. Pedraza-Contreras, "Conic that best fits an off-axis conic section", *Appl. Opt.* **25**, 3258-3259 (1984).

Carmona-Paredes, L.G., *Imágenes de aberturas elípticas en la prueba de superficies convexas por pantallas nulas*, Tesis de Maestría (Posgrado en Ciencias Físicas, Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México, 2005).

Carmona-Paredes L.G., Díaz-Urbe R., "Geometric analysis of the null screens used for testing convex optical surfaces", *Rev. Mex. Fís.*, **53** (5), 421-430 (2007).

Cornejo-Rodríguez, A., "Ronchi test", in *Optical Shop Testing*, 3th. ed., D. Malacara, ed., (Wiley, New York, 2007), p. 317-360.

Díaz-Urbe, R., A. Cornejo-Rodríguez, J. Pedraza-Contreras, O. Cardona-Núñez, A. Cordero-Dávila, "Profile measurement of a conic surface, using a He-Ne laser and a nodal bench", *Appl. Opt.* **24**, 2612-2615 (1985).

Díaz-Urbe, R., J. Pedraza-Contreras, O. Cardona-Núñez, A. Cordero-Dávila, A. Cornejo-Rodríguez, "Cylindrical lenses: testing and radius of curvature measurement", *Appl. Opt.* **25**, 1707-1709 (1986).

Díaz-Urbe, R., M. Campos-García, “Null-screen testing of fast convex aspheric surfaces”, *Appl. Opt.* **39**, 2670-2677 (2000).

Díaz-Urbe, R., M. Campos-García, F.S. Granados-Agustín, “Testing the optics of the Large Millimeter Telescope (LMT)”, in *Infrared Spaceborne Remote Sensing X*, M. Strojnik and B.F. Andresen, eds., *Proc. SPIE* **4818**, 63-70 (2002).

El Hage, S.G., “The Computerized Corneal Topographer (EH-270)”, en Schanzlin, D.T., Robin, J.B., Eds. *Corneal Topography: Measuring and Modifying the Cornea*. (Springer Verlag, 1992).

Funes-Maderey, I.E., *Videoqueratometría de campo plano*, Tesis de Licenciatura (Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México, 1998).

González-Cardel, M. F., R. Díaz-Urbe, “Profile and deformation coefficients measurement of fast optical surfaces”, *Opt. Express*, **14**, 9917-9930 (2006).

Gullstrand, A., “Photographic-Ophthalmometric and Clinical Investigations of Corneal Refraction, Part I”. *American Journal of Optometry and Archives of American Academy of Optometry*. Vol. 43, No. 3, March 1966. Translated from the German by: W.M. Ludlam, Optometric Center of New York.

INAOE, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE), “The Large Millimeter Telescope Homepage,” <http://www.lmtgtm.org/>.

Klyce, S.D., “Computer-Assisted Corneal Topography: High-resolution graphic presentation and analysis keratoscopy”, *Invest. Ophthalmol. Vis. Sci.* **25**, 1426-1435, 1984.

Malacara, D., "Mathematical representation of an optical surface and its characteristics" in *Optical Shop Testing*, 3th. ed., D. Malacara, ed., (Wiley, New York, 2007), p. 832-854.

Malacara, D., Creath, K., Schmit, J., Wyant, J.C., "Testing of aspheric wavefronts and surfaces" in *Optical Shop Testing*, 3th. ed., D. Malacara, ed., (Wiley, New York, 2007), p. 435-497.

Malacara-Doblado, D., Ghozeil, I., "Hartmann, Hartmann-Shack, and other screen test", in *Optical Shop Testing*, 3th. ed., D. Malacara, ed., (Wiley, New York, 2007), p. 361-397.

Meinel, A.B., M.P. Meinel, "Optical testing of off-axis parabolic segments without auxiliary optical elements", *Opt. Eng.* **28**, 514-518 (1989).

Mejia-Barbosa, Y., D. Malacara-Hernandez, "Object surface for applying a modified Hartmann test to measure corneal topography", *Appl. Opt.* **40**, 5778-5786 (2001).

Moreno-Oliva, V.I., M. Campos-García, R. Díaz-Urbe, "Improving the quantitative testing of fast aspherics with two dimensional point shifting by only rotating a cylindrical null screen", accepted for publication in *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* (2008).

Schulz, G., "Aspheric Surfaces", in *Progress in Optics*, Vol. 25, E. Wolf, ed., (Elsevier Science Publisher, New York, 1998), p. 351-415.

Stahl, H.P., "Testing of aspheric components", Short Courses Notes, SPIE's 42nd Annual Meeting on *Optical Science, Engineering, and Instrumentation*, 27 July to 1 August, 1997.