



CCADET

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Informe Técnico

Laboratorio de Mecánica basado en video

**José Luis Pérez Silva
Antonio Garcés Madrigal
Andrea Miranda Vitela
Francisco Cabiedes Contreras**

7 de marzo de 2014

Proyecto Interno

Apoyado por el Programa de actualización del profesorado del Bachillerato Universitario

Laboratorio de Mecánica basado en video

José Luis Pérez Silva, Antonio Garcés Madrigal, Andrea Miranda Vitela,
Francisco Cabiedes Contreras

RESUMEN

El laboratorio basado en videos desarrollado en el CCADET consiste en una serie de experimentos filmados en video, los cuales se incorporaron a una herramienta de software que permite que el video sea desplazado cuadro por cuadro y poder realizar mediciones en pixeles tanto en x como en y (Gamboa, Pérez et al, 1999). Como se conoce el número de cuadros por segundo a los que se tomó el video, cada cuadro corresponde a un múltiplo del tiempo del cuadro, lo que a su vez permite medir el tiempo.

Estos experimentos ya fueron probados con estudiantes de preparatoria en dos cursos de un año de física y nos pudimos dar cuenta de algunos resultados con los estudiantes al analizar tanto en sus trabajos escolares como en entrevistas filmadas externas al aula y guiados por estudiantes de posgrado de la UNAM. Al ser el CCADET sede del Programa de actualización del profesorado del Bachillerato Universitario, en el área de física, nos propusimos presentarle a los profesores los experimentos del Laboratorio basado en video, que ya se les habían presentado con anterioridad a los estudiantes, de forma tal que permitiera analizar las posibilidades de ser empleados por ellos. (Gamboa, Pérez et al, 2000).

Para esto se les dieron varios experimentos de Mecánica. La idea detrás de esta serie de experimentos era la posibilidad de que directamente de las medidas se obtuvieran las relaciones matemáticas al movimiento, a partir de los datos obtenidos en los experimentos y que estos modelos correspondiesen al movimiento percibido. Para lograr lo anterior se filmaron en video casos diferentes, dadas las condiciones iniciales, de cada experimento y se les puso a trabajar en dos grupos individuales. La consigna dada era la de que tenían, a partir de sus resultados experimentales, modelar su experimento y desarrollar teóricamente un modelo de cada movimiento.

El sistema de laboratorios basados en video que se desarrolló en el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico de la UNAM, se ha probado tanto en estudiantes de preparatoria como con profesores del mismo nivel del bachillerato. (Gamboa, Pérez et al, 2001) En este informe técnico se presentan tanto el laboratorio como los resultados del trabajo realizado con grupo de profesores de física de bachillerato en el manejo del laboratorio basado en videos.

Índice

Introducción.....	3
1. Laboratorio basado en videos.....	6
2. Movimiento rectilíneo y uniforme.....	8
3. Movimiento uniformemente acelerado.....	12
4. El caso de la caída libre.....	20
5. Principio de conservación de la energía.....	23
6. Movimiento armónico simple.....	29
7. El péndulo simple.....	34
8. Movimiento de un balón sobre un riel semicircular.....	41
9. Oscilador Resorte-Masa.....	46
10. Leyes de Kepler.....	50
11. Practicas desarrolladas por los profesores.....	55
Conclusiones.....	57
Anexo A.....	59
Anexo B.....	82
Anexo C.....	83
1. El Método de mínimos cuadrados.....	78
2. Modelos potenciales.....	84
3. Modelos exponenciales.....	83
Referencias Bibliográficas.....	89

Introducción

Para decir que un estudiante conoce un objeto, debe de haberlo encontrado de alguna manera, debe, cuando menos, haber averiguado que es. Sin embargo, esto ya representa conocerlo, porque conocer un objeto no puede ser otra cosa que averiguar su existencia y conocerlo detalladamente, es decir, conocer también que cosa es y como es, además de conocer que es, equivale a averiguar la existencia de sus características. En ningún caso, por lo tanto, el conocer puede ser otra cosa que averiguar una existencia, y por otra parte, no es posible afirmar ninguna existencia sino como averiguada, y no puede ser afirmada como posible sino como averiguable.

El acto de conocer no consiste en crear dentro del estudiante un doble del objeto, así conocer no consiste en hacer o recibir algo, sino en ser, en devenir de dos realidades ontológicamente separadas y distintas, por lo que a diferencia de los sistemas formales puros, una teoría física nace con su semántica. Las nociones de interpretación de modelo y la misma noción general de semántica, han sido elaboradas en el seno de la lógica matemática.

El significado físico de ciertos términos se va descubriendo progresivamente con el avanzar de las conclusiones particulares a las cuales da lugar la teoría, y con las modificaciones y los añadidos que dichas conclusiones particulares pueden inducir en las mismas premisas iniciales. Por otra parte, estas últimas deben de poseer ya un significado físico que les es propio, es decir, que es indispensable que entre los conceptos primitivos figure al menos uno, al cual un axioma semántico convenientemente asigne un conjunto cualquiera de entes físicos. Únicamente de esta manera, los axiomas de una teoría pueden conseguir el derecho a ser considerados proposiciones físicas.

Un conocimiento es objetivo, si es independiente del sujeto, es decir, si logra reconocer su universalidad y necesidad, sin pretender que ello derive de la circunstancia de que refleje propiedades de los objetos. Todo lo que es objetivo debe valer, en cuanto universal y necesario, para todos los sujetos, incluso sin necesidad de llegar al objeto, así identificar un objeto físico, equivale siempre a identificar un cierto sistema de estructuras matemáticas.

La objetividad sólo nace cuando se ha encontrado un criterio operativo para lograr un acuerdo entre distintos sujetos. Antes de esto tan solo existen las cosas, por ejemplo un fantasma. Por eso en física es esencial llegar a visualizar los objetos. Esta exigencia en el fondo, es la de llegar a pensar los objetos físicos como cosas en el sentido ordinario, es decir deben ser perceptibles.

La ciencia entiende la naturaleza en su conjunto como objeto de una consideración de cálculo. Sólo sobre la base de la objetividad así constituida es posible descubrir y definir los elementos mensurables a fin de explorar con su ayuda las relaciones mensurables entre fenómenos mensurables.

La teoría concentra una doble visión: La experiencia y el conocimiento, y en aquello en lo cual el conocimiento excede de la experiencia es la teoría. El conocimiento es teoría. Pero también es claro que la experiencia inmediata siempre tiene mayor fuerza de convicción que la teoría, sobre todo cuando su fundamentación proscriba de forma radical la posibilidad misma de percibir. Los métodos de cálculo ocultan por completo el campo temático. La teoría permanece unilateral, como si fuese un fin en sí misma, cuando es incapaz de garantizar el tránsito a la experiencia, ya que un experimento solo se verifica porque la naturaleza, por su parte, es perceptible, pensable y manipulable.

Sin embargo le queremos enseñar física a los estudiantes a partir de clases teóricas. De acuerdo con lo planteado aquí ¿qué realmente es objetivo para ellos? Veamos, la teoría física como dijimos es fundamentalmente cálculo, pero para abordarla es necesario el manejo del idioma, en este caso las matemáticas con la cual se expresan, ¿cómo esperamos que nos entiendan si no dominan el lenguaje? Este hecho también es presentado por Louis Trudel. (Trudel, 2012).

Si lo que deseamos de acuerdo con lo anterior es que el experimento sea fundamentalmente perceptible pensable y manipulable que mejor que poder realizar experimentos en los cuales el estudiante pueda realizar está terna de acciones, pero que estas acciones le permitan realizar mediciones tales que

muchas de las cosas propuestas sean capaces de llegar más allá de lo que normalmente se logra en los laboratorios típicos de las escuelas.

Un ejemplo de lo anterior es el caso del péndulo en el cual se le muestra al alumno en un experimento con incertidumbres muy grandes, que el periodo del péndulo depende de la longitud del hilo que lo sostiene. Si vemos lo anterior el estudiante lo que hace es soltar el péndulo, no siempre de la misma altura, y medir el tiempo en el cual realiza diez oscilaciones completas, es decir va y regresa al punto en que se le soltó. Recorta el hilo de suspensión y vuelve a realizar lo mismo. Esto lo repite para lo menos diez longitudes del hilo.

Al graficar los datos se dan cuenta de que no tiene una línea recta, ya que el periodo y la longitud del péndulo no son lineales, tienen una forma cuadrática $T^2g = L$, lo mejor de todo es que al temario lo que le importa es que pueda a partir de los datos calcular g , por lo que lo que tiene ahora es una relación de la forma: $g = L/T^2$. Como sabe que $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, cucharea los datos para que dentro de la incertidumbre experimental pueda obtener este valor.

Podemos preguntarnos ¿Dónde están los datos importantes del péndulo? ¿Podemos afirmar que el estudiante aprendió algo acerca de él?

Es claro que no. Si las soluciones al péndulo en X y Y son senoides, nunca las vio, por lo tanto la idea de un oscilador y sus relaciones con otros casos de osciladores como un resorte masa, nunca podrán ser vistas por el estudiante. Lo que aprendió fue a cucharear el valor de g que ya sabía.

La perceptibilidad de los fenómenos naturales parece ser el prerrequisito más evidente del experimento. Por lo tanto podemos preguntarnos que es lo que deseamos que obtenga el estudiante de un experimento como el del péndulo. Creemos que la respuesta es inmediata, percibirlo, manipularlo para poderlo pensar, es decir poderlo modelar.

Acaso ¿no es el sentido de la física el anterior? Es una clara pregunta que debemos hacernos al proponer un experimento para estudiantes. ¿Qué deseamos que perciban? ¿Qué deseamos que manipulen? ¿Qué deseamos que piensen?

Si analizamos el típico experimento del péndulo lo que deseamos es que mida g , por lo que el péndulo se convierte en una herramienta para poder medir g . Pero, en La Ciudad de México ¿ g vale 9.81 m/s^2 ?, no ya que el valor de g depende de la altura, por lo tanto al ser menor g ¿será su periodo el mismo que a nivel del mar para la misma distancia de hilo de suspensión? Es claro que no, pero para el estudiante tampoco es claro el concepto, lo que le es claro es el valor de 9.81 m/s^2 , por lo tanto al ser verdad divina tiene que cucharear sus datos para obtener este valor. Todos lo hicimos en nuestra época de estudiantes. ¿Lo recuerdan?

Si lo que se busca es que el estudiante perciba las soluciones al péndulo, no es fácil plantearnos un experimento para realizarlo. Una manera es tomar una película en video del péndulo y desdoblarla, como se muestra en la figura 1, en este caso podemos ver un poco más acerca del péndulo, pero ¿es real?, de acuerdo a lo que no hemos planteado en esta introducción, no.



Figura 1. Película de video de un péndulo desdoblada en una secuencia de fotogramas.

¿Podemos medir? Tal vez pero será muy difícil ya que la imágenes no son muy grandes. Pregunta: ¿qué vamos a medir en la gráfica de desdoblamiento del video? Lo que podemos decir es que la posición del péndulo en la secuencia de fotogramas parece ser una senoide.

Cómo hacerle para poder visualizar lo que deseamos, midiendo, no tenemos ninguna respuesta más. Al medir tenemos una secuencia de datos que al ser graficadas nos pueden dar la información acerca del movimiento del péndulo, ya que es el péndulo el sujeto de estudio y no el valor de g .

Una posibilidad que encontramos fue usar lo que denominamos Laboratorios Basados en Videos. El laboratorio basado en videos desarrollado en el CCADET consiste en una serie de experimentos filmados en video, los cuales se incorporaron a una herramienta de software que permite que el video sea desplazado cuadro por cuadro y poder realizar mediciones en pixeles tanto en x como en y. Como se conoce el número de cuadros por segundo a los que se tomó el video, cada cuadro corresponde a un múltiplo del tiempo del cuadro, lo que a su vez permite medir el tiempo.

Estos experimentos ya fueron probados con estudiantes de preparatoria en dos cursos de un año de física dentro del programa del CCH, y nos pudimos dar cuenta de algunos resultados con los estudiantes al analizar sus trabajos escolares, así como en entrevistas filmadas externas al aula y guiados por estudiantes de posgrado de la UNAM. Al ser el CCADET sede del Programa de actualización del profesorado del Bachillerato Universitario, en el área de física, nos propusimos presentarle a los profesores los experimentos del Laboratorio basado en video, que ya se les habían presentado con anterioridad a los estudiantes, de forma tal que permitiera analizar las posibilidades de ser empleados por ellos y de paso, detrás de este objetivo, poder estudiar los resultados de los profesores y compararlos con los de los estudiantes.

Para esto se les dieron a los profesores un grupo de experimentos consistente en los siguientes: Movimiento rectilíneo y uniforme, plano inclinado, leyes de Kepler, péndulo simple, oscilador armónico simple del tipo masa-resorte, movimiento circular uniforme, oscilador armónico amortiguado en un riel curvo, y choques de dos partículas. La idea detrás de esta serie de experimentos, era ver dos posibilidades. La primera era la posibilidad de que directamente de las medidas se obtuvieran las soluciones senoides y cosenoides al movimiento, y que la relación entre ellas daba por solución el movimiento percibido. La segunda era analizar si los profesores podían, por comparación de los resultados experimentales, percibir que todos los movimientos tenían una forma única de solución y que de esto se pudiera concluir como un tipo de movimiento.

Para lograr lo anterior se filmaron en video dos casos diferentes, dadas las condiciones iniciales, de cada experimento y se les puso a trabajar en dos grupos individuales. La consigna dada era la de que tenían, a partir de sus resultados experimentales, modelar su experimento y desarrollar teóricamente un modelo de cada movimiento.

En este reporte se presentan los desarrollos realizados por los profesores con la ayuda del equipo del CCADET.

1. El laboratorio basado en videos (LBV)

Lo que para el grupo es un principio importante es ni más ni menos que buscar la posibilidad de que el laboratorio no fuese un desarrollo de software y video estático para los usuarios de este, sino que pudiese ser empleado y extendido por ellos. Esto significaba que debíamos realizar las experiencias experimentales con las herramientas más simples que tuviéramos.

Para lograr lo anterior se compró una cámara de video web de la marca Video Phone 3D, la cual tiene su propia tarjeta de captura. No queríamos que los profesores se vieran limitados por el equipo necesario para filmar sus prácticas.

Con esta cámara y su tarjeta de captura podíamos capturar cuadros de video con formato AVI de 320 por 240 pixeles y con 30 cuadros por segundo.

Las filmaciones las realizamos en el cuarto especial de fondo azul primitivo para poder eliminarlo con software, con iluminación con base en lámparas fotográficas continuas. Esto lo hicimos para tener una mejor calidad en las películas realizadas en el CCADET, pero no era necesario lo anterior. Un ejemplo se ve en la cinta de despliegue de video de la figura 1 de este informe, esta filmación se realizó por los profesores en su casa con una cámara web de \$ 300.00. Para realizarla pusieron un pedazo de tela color verde detrás, sólo con el fin de que no se vieran los objetos de su casa. Es claro que para lograr su video no invirtieron prácticamente recursos, ya que ellos contaban con el equipo que se relata.

Para realizar los experimentos usamos un riel de canal de los diseñados y contruidos en el CCADET desde hace treinta años y que se usan tanto en las escuelas de la preparatoria como de los CCH. La masa que usamos para los osciladores armónicos fue una esfera de acero de 1" de diámetro con un barreno con rosca para insertar un punto de cuelgue y para los experimentos en el riel de canal se emplearon balines de acero de 1/4" de diámetro.

Los profesores en sus experimentos diseñaron y construyeron un péndulo torneando en forma cónica una barra de latón de 1/2" de diámetro.

Para construir el programa de computadora se partió de que cada fotograma de la película está formada por una imagen que tiene un área de 320 por 240 pixeles, es decir de 76,800 pixeles de área. Si esta imagen se presenta en el monitor de video, ocupará un área en pixeles del mismo tamaño en el monitor, y un monitor convencional el área que puede cubrir es de 800 por 600 pixeles es decir un área de 480,000 pixeles en la cual nuestra película representa sólo el 16% de su superficie.

Al manejar el mouse de la computadora sabemos siempre por software donde se encuentra en la superficie ya que indica su posición en x y su posición en y, por lo tanto puede estar en la posición (0,0) o en la posición (800,600), y desde luego en cualquier posición dentro de esta área rectangular limitada por estos dos puntos.

Si por software, por ejemplo usando el Director de Macromedia, le decimos a la película que se coloque en el centro de la pantalla ésta ocupará el área comprendida entre los puntos (180,240) y (480,420), por lo que sabemos en qué pixeles del monitor se encuentran los pixeles de la película. Esto es un ejemplo del monitor de resolución de 800 por 600 pixeles, pero es lo mismo para monitores de mayor resolución, ya que el centro del monitor está descrito por el cruce de sus diagonales.

Por software le indicamos a la computadora que si el mouse se encuentra en esta zona, el punto (180,240) será el punto (0,0), o sea el origen de la pantalla de la película, así si el mouse se mueve hacia arriba del punto desde ese origen crecerá el valor de las coordenadas en pixeles para la coordenada y, y si se mueve de izquierda a derecha de ese punto crecerá el valor de la coordenada x. luego en cualquier posición del mouse sobre la película se tendrán en pixeles las coordenadas de ese punto. Fuera de la zona marcada para la película el mouse no da estos datos.

Si la resolución en pixeles de la película es de 320 pixeles en x y el valor del riel filmado es de un metro, por ejemplo, la resolución que tendremos en metros es de 1/320 de metro, es decir 0.003125 m, que son

3,125 mm. La resolución en Y será para una altura de un metro de 1 M con 240 pixeles de tamaño será de 0.004167 m, o sea de 4.167 mm. Para la precisión que deseamos en nuestro experimento es más que suficiente.

Si le indicamos por software que los datos transformados por las operaciones de valor en pixeles/320 o de valor en pixeles /240 son los valores en m de X y Y respectivamente, nos dará la medida en m.

Para la computadora el video es como la película desdoblada de la figura 1, como sabemos que la película contiene 30 fotogramas por segundo, el tiempo de un fotograma es de $1/30$ de segundo, o sea 0.033 de segundo, lo que representan 0.33 décimas de segundo entre cada fotograma. Si le indicamos a la computadora por software, en Director, que a cada click del mouse en la línea de avance de la película avance un fotograma, lo hará de esta forma por lo que el tiempo en el que se está en la película corresponderá al número de cuadros por 0.33 décimas de segundo.

Le indicamos a la computadora que a otro click del mouse pero ahora dentro del área de la película nos de las posiciones X y Y, nos dará estas posiciones en metros, es decir los pixeles convertidos.

De esta forma se tiene las medidas de las posiciones en X, las medidas de las posiciones en Y, y el tiempo.

Los objetos filmados no tienen una extensión de un pixel, tienen más de un pixel, por lo que la incertidumbre al colocar el mouse dentro de ellos para conocer su posición será del tamaño de alto y largo del objeto. Por ejemplo en el caso de los balines en el riel de canal el tamaño en pixeles de balón es de cuatro pixeles de diámetro, por lo que su incertidumbre será de 11 mm en X y de 16 mm en Y. Esto porque se puede dar el click en cualquier parte dentro de la imagen del balón.

Estos datos serán presentados por el programa en el lugar donde se le indique, dentro del área definida para los gráficos auxiliares, en nuestro caso marcados como distancia en X, distancia en Y, y tiempo.

En la figura dos se muestran estos gráficos.

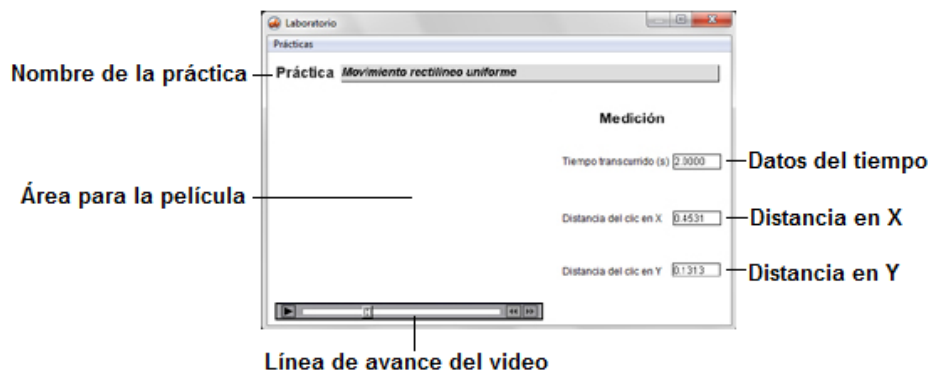


Figura 2. Gráficos auxiliares del programa del Laboratorio basado en videos.

2. Movimiento rectilíneo y uniforme

Tenemos un arma increíble para aventurarnos en el campo de la medida y los instrumentos para realizarla, en nuestro caso el Laboratorio basado en videos (LBV), podemos ahora tratar con el de averiguar, cómo se mueven los cuerpos, es decir describir su movimiento. Para esto debemos de satisfacer las condicionantes del movimiento para asegurarnos que lo que encontremos esté relacionado con él. Necesitamos un objeto capaz de cambiar fácilmente de posición, por ejemplo un balón que rueda. La experiencia nos hace ver esto, si colocamos un balón en una mesa, es más fácil que éste se desplace a que lo haga una caja cuadrada. Necesitamos un punto fijo respecto al cual medir el cambio de posición del balón, por ejemplo un riel de canal, y requerimos poder medir el tiempo que el balón empleará en recorrer las distancias que le fijemos, por ejemplo un cronómetro. Para todo esto nos auxiliaremos de un video de este experimento, en el cual un balón recorre un riel de canal fijo.

En la figura 3, mostramos la pantalla del Laboratorio basado en video del experimento de movimiento rectilíneo y uniforme.



Figura 3. Pantalla del experimento del movimiento rectilíneo y uniforme.

Obtuvimos de nuestro experimento una colección de datos. Estos datos son la distancia recorrida y los tiempos empleados en recorrer esas distancias. Podemos arreglarlos en forma de una tabla para que nos sea sencillo visualizarlos, como se ve en la tabla 1.

Tiempo (s)	Distancia (m)
0.00	0.00
0.13	0.04
0.20	0.06
0.40	0.12
0.53	0.15
0.60	0.18
0.73	0.21
0.80	0.23
0.93	0.26
1.00	0.29
1.20	0.36
1.33	0.39
1.47	0.42
1.60	0.48
1.73	0.51
1.87	0.54

1.93	0.57
2.00	0.60
2.13	0.63
2.2	0.66
2.33	0.69
2.40	0.72
2.53	0.75
2.60	0.78
2.73	0.81
2.80	0.84
2.93	0.86
3.00	0.89
3.13	0.92
3.20	0.95
3.33	0.98

Tabla 1. Datos del experimento del movimiento rectilíneo y uniforme

Aquí brota una pregunta fundamental, ¿qué ponemos en cada una de estas rectas que llamaremos ejes? Si deseamos medir la distancia en el riel, no necesitamos que el balón se mueva, es independiente la distancia del movimiento del balón. Si lo que deseamos es medir el tiempo en el cual el balón recorre una distancia dada, es indispensable que soltemos el balón, ya que si éste no se pone en movimiento, es imposible medir el tiempo que transcurre en recorrer la distancia determinada. Luego vamos a poner aquellas medidas que podemos realizar independientes al movimiento, como en nuestro caso las distancias en el eje vertical y las medidas que para obtenerlas debemos realizar el experimento en el eje horizontal, en nuestro caso los tiempos, como se ve en la figura 3.

Podemos colocar los puntos experimentales si a cada punto le damos los valores de tiempo y distancia que obtuvimos para cada uno de ellos, como la gráfica de la figura 4.

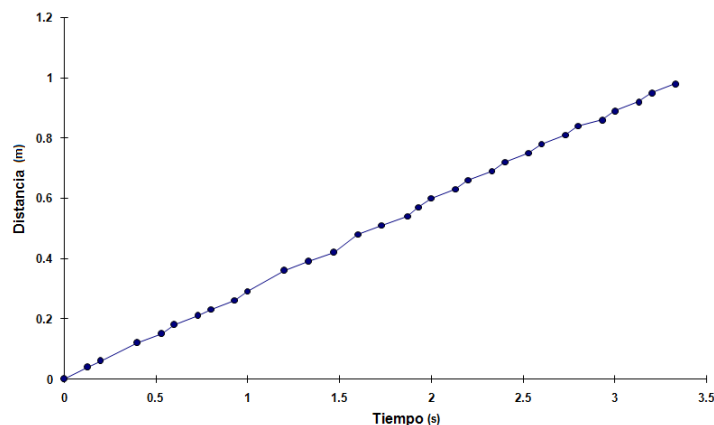


Figura 4. Gráfica de los puntos experimentales del experimento del movimiento rectilíneo y uniforme

¿Qué nos puede dar esta gráfica de información acerca de cómo se movió el balón? Analicémosla, ya que es lo que buscamos. Algo que se nos presenta en forma inmediata, es que tenemos una relación que nos dice que mayor distancia recorrida mayor tiempo transcurre en recorrerla.

Lo anterior se ve en la gráfica por su inclinación, ya que al alejarnos del origen la inclinación de la gráfica nos lleva a mayores valores tanto de tiempo como de distancia. Podemos encontrar otra relación. Si tomamos la distancia de cero a veintinueve centímetros, y vemos el tiempo que transcurrió para recorrer

esos veintinueve centímetros, y luego hacemos lo mismo para la distancia de 66 cm a la distancia de 95 cm a partir de nuestro origen, tendremos las siguientes relaciones, a las cuales les llamaremos razones de cambio.

$$\frac{.29 - 0}{1 - 0} = \frac{.29}{1} = .29 \quad \frac{.95 - .66}{3.2 - 2.2} = \frac{1.544}{1} = .29 \quad (1)$$

La relación mediante la cual fue cambiando la distancia conforme transcurría el tiempo fue la misma en el primer segundo que en los últimos. Si obtenemos la relación entre la distancia total y el tiempo total obtenemos la misma relación. Nos encontramos con una razón de cambio constante. Si ahora tomamos una unidad de tiempo y vemos la distancia que recorre el balón en ese tiempo, y luego tomamos 2 unidades de tiempo y vemos la distancia que recorre el balón, nos percatamos que la distancia es el doble.

En nuestro movimiento nos encontramos algo notorio, para tiempos iguales se recorren distancias iguales. La información que hemos obtenido de nuestro experimento es que se encuentra una razón de cambio de la distancia al tiempo que es constante. A esta relación de cambio le vamos a llamar velocidad. Hemos encontrado un nuevo concepto, y así podemos definir velocidad como la razón que existe entre los cambios de distancia recorrida por el objeto y los tiempos empleados en recorrerla, como lo muestra la figura 5.

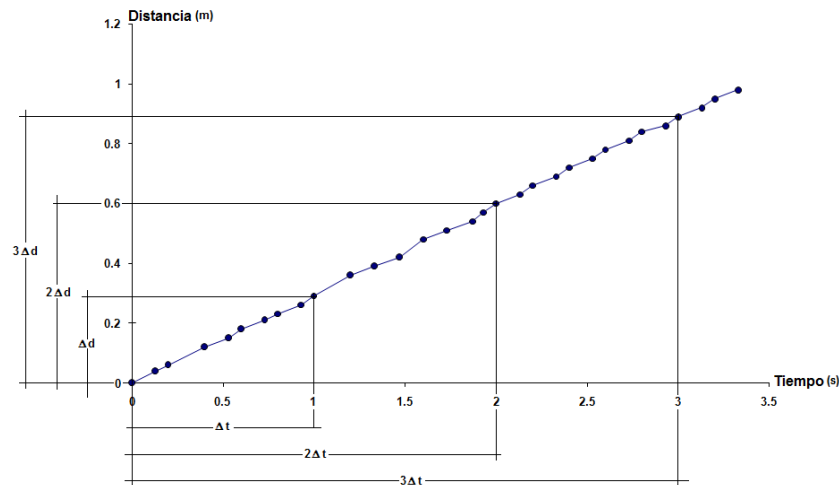


Figura 5. Gráfica de las razones de cambio del experimento del movimiento rectilíneo y uniforme.

¿Cómo decir esto de tal manera que no dependa del lenguaje? En forma matemática para que no pueda tener diferentes significados dependiendo del lenguaje y de esta forma lo podemos escribir como:

$$v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta d}{\Delta t} = cte \quad (2)$$

Vamos a entender de la forma matemática que v es la velocidad, $d_2 - d_1 = \Delta d$ es el intervalo de distancia, y $t_2 - t_1 = \Delta t$ es el intervalo de tiempo, y su razón de cambio es constante.

De esta ecuación podemos calcular cualquier intervalo de distancia recorrida por el móvil si tenemos conocido el intervalo de tiempo transcurrido. Así, si el intervalo de tiempo es de 3, entonces el intervalo de distancia recorrida será:

$$\Delta d = v \Delta t = .29(3) = .87 \quad (3)$$

Cuando el móvil todavía no se mueve, que es en el tiempo igual a cero, se encuentra respecto al punto fijo a una distancia que vale ciertas unidades de longitud. A esta distancia se le llamaremos “distancia inicial” y se simboliza con: d_0 .

Luego la ecuación que describe la forma en la que se movió el cuerpo es más general si la escribimos como:

$$d = vt + d_0. \quad (4)$$

Esta es la ecuación de movimiento para el caso experimental realizado. Dado que la velocidad en este tipo de movimiento es constante, le damos el nombre de: Movimiento rectilíneo y uniforme.

La ecuación la podemos escribir de varias formas, dependiendo lo que deseamos expresar con ella. Si deseamos expresar la distancia recorrida usamos a ella misma, pero si deseamos expresar la diferencia de distancias entre la posición inicial y la final escribimos:

$$d - d_0 = vt \quad (5)$$

Si lo que deseamos es conocer la velocidad escribimos:

$$\frac{d - d_0}{t} = v \quad (6)$$

Si deseamos conocer el tiempo la escribimos de la forma:

$$\frac{d - d_0}{v} = t \quad (7)$$

Y si deseamos conocer la distancia inicial la escribimos de la forma:

$$d_0 = d - vt \quad (8)$$

Esta es la primera forma de movimiento de los cuerpos y la primera vez que se realizó este experimento fue por Galileo Galilei.

Podemos si usamos la técnica de Mínimos Cuadrados para modelos lineales obtener la recta óptima de la figura 6. En el Anexo C se muestra esta técnica.

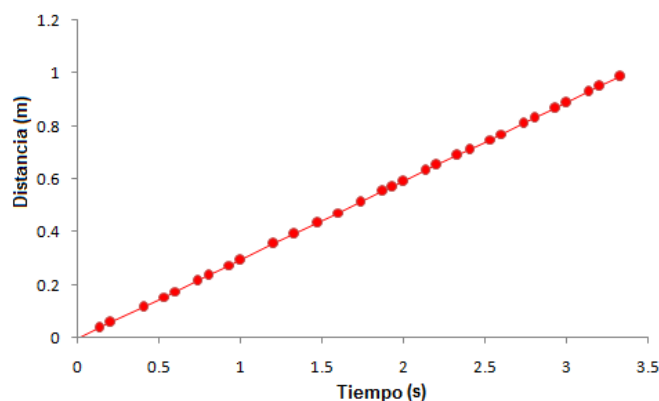


Figura 6. Recta óptima por mínimos cuadrados del experimento del movimiento rectilíneo y uniforme.

Los valores obtenidos fueron: Pendiente óptima = .2975, y la ordenada al origen óptima = .0033

3. Movimiento uniformemente acelerado

Galileo no sólo estudió el tipo de movimiento al cual le llamamos movimiento rectilíneo y uniforme. Él tenía la inquietud de estudiar otros tipos o formas de moverse de los cuerpos. Uno de ellos era un aparato que se llama plano inclinado. Esta máquina simple ya se conocía desde la época de Arquímedes, sin embargo, nadie se había preocupado por averiguar qué pasaba con el movimiento de un cuerpo cuando caía sobre el plano inclinado. Galileo fue el primero en realizarlo. Vamos a estudiar lo que pasa con el movimiento de un cuerpo que cae por un plano inclinado. En la figura 7, se muestra el experimento del LBV del plano inclinado.



Figura 7. Experimento del LBV del plano inclinado.

Veamos en la tabla 2 los datos que se obtuvieron experimentalmente:

Tiempo (s)	Distancia (m)
0.93	0.128
1	0.13
1.13	0.138
1.2	0.147
1.33	0.156
1.4	0.166
1.53	0.178
1.6	0.191
1.73	0.21
1.8	0.23
1.93	0.24
2	0.26
2.13	0.29
2.2	0.31
2.33	0.33
2.4	0.35
2.53	0.39
2.6	0.41
2.73	0.45
2.8	0.48
2.93	0.52
3	0.55
3.13	0.59

3.2	0.63
3.33	0.68
3.4	0.72
3.53	0.76
3.6	0.81
3.73	0.85
3.8	0.89
3.93	0.94
4	0.99

Tabla 2. Tabla de datos del experimento de plano inclinado.

Con los datos realizamos la gráfica de los datos experimentales, que resulta ser la de la figura 8:

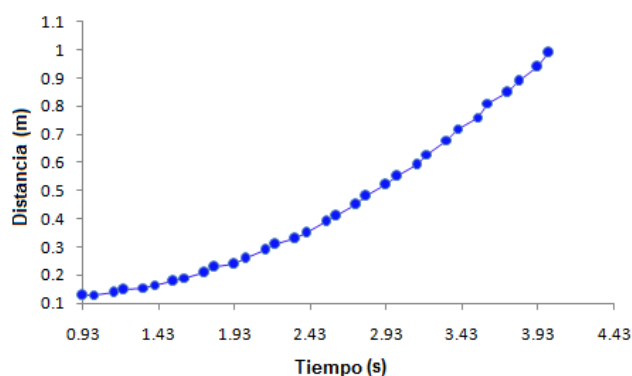


Figura 8. Gráfica distancia-tiempo del experimento del plano inclinado.

¡Sorpresa! lo que se ve de esta gráfica es que su forma no tiene parecido con la que obtuvimos en el experimento anterior, lo que nos puede llevar de inmediato a la siguiente reflexión: No se mueve igual que en el caso del movimiento Rectilíneo Uniforme. Luego podemos plantearnos la pregunta de cómo será la relación de velocidad en este experimento, ya que al ser diferente que en el caso anterior podemos pensar que esta no es constante. Se puede ver de la figura 9 que las razones de cambio de la distancia al tiempo no es la misma para iguales intervalos de tiempo.

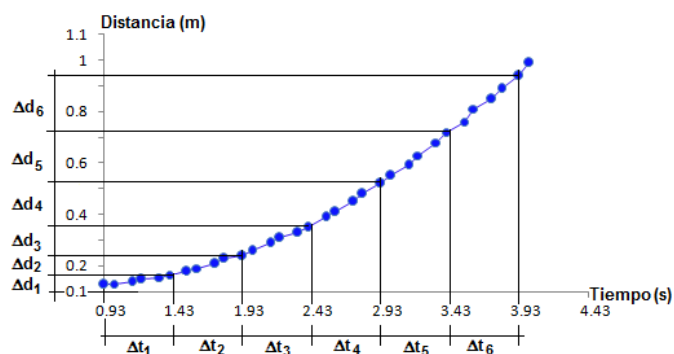


Figura 9. Las razones de cambio varían con el tiempo en el experimento del plano inclinado.

¿Qué significado le podemos dar a este hecho? Lo que significa es que la velocidad va aumentando conforme el tiempo aumenta. A mayor tiempo mayor distancia recorrida, por lo que la velocidad aumenta.

Una pregunta interesante sería: ¿Cómo podemos conocer la forma mediante la cual crece la velocidad conforme crece el tiempo? Definimos la velocidad como la razón de cambio de la distancia al tiempo, así, si calculamos para los puntos experimentales esta razón y la graficamos contra el tiempo, podemos conocer esta forma. Como se ve en la figura 7 los intervalos de tiempo Δt_1 y Δt_2 son del mismo tamaño, pero los intervalos de distancia correspondientes Δd_1 y Δd_2 no lo son. De hecho podemos visualizar que el intervalo de distancia Δd_2 es mayor que el Δd_1 . Lo anterior nos dice que para los mismos intervalos de tiempo, la distancia que recorre es mayor para mayores tiempos, o lo que es lo mismo, se recorren mayores distancia conforme aumenta el tiempo.

Si deseamos estudiar la relación entre la distancia y el tiempo, nos hace ver la gráfica anterior que ésta no es constante, ya que cambia conforme el tiempo cambia. Definimos a la velocidad como la razón de cambio de la distancia al tiempo, pero si esta razón no es constante en el tiempo, significa que la velocidad tampoco lo es, lo que nos lleva a plantearnos que la velocidad crece conforme crece el tiempo. Pero: ¿Cuál es la forma en la que crece la velocidad conforme crece el tiempo? Para poder conocer esto lo primero que tenemos que hacer es calcular las velocidades del balón en cada uno de los tiempos experimentales. Esto lo podemos hacer trazando rectas entre estos puntos y calculando su razón de cambio. La figura 10 nos muestra esto.

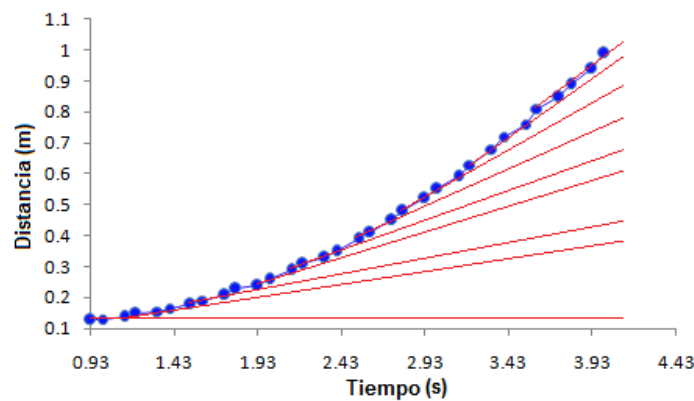


Figura 10. Gráfica del cambio de la velocidad en el experimento del plano inclinado.

Las razones de cambio las calculamos empleando la ecuación que obtuvimos para la velocidad en el caso del movimiento Rectilíneo y uniforme.

$$v = \frac{d_1 - d_0}{t_1 - t_0} \quad (9)$$

Nos interesa saber qué pasó con la velocidad en función del tiempo, y una manera de hacerlo es graficar los valores de la velocidad contra el tiempo como los muestra la tabla 3.

Tiempo (s)	Velocidad (cm/s)
0.93	0.02857143
1	0.06153846
1.13	0.12857143
1.2	0.06923077
1.33	0.14285714
1.4	0.09230769
1.53	0.18571429
1.6	0.14615385
1.73	0.28571429
1.8	0.07692308

1.93	0.28571429
2	0.23076923
2.13	0.28571429
2.2	0.15384615
2.33	0.28571429
2.4	0.30769231
2.53	0.28571429
2.6	0.30769231
2.73	0.42857143
2.8	0.30769231
2.93	0.42857143
3	0.30769231
3.13	0.57142857
3.2	0.38461538
3.33	0.57142857
3.4	0.30769231
3.53	0.71428571
3.6	0.30769231
3.73	0.57142857
3.8	0.38461538
3.93	0.71428571

Tabla 3. Datos de velocidad y tiempo

Grafiquen los valores calculados contra el tiempo y obtendremos una gráfica como la de la figura 11.

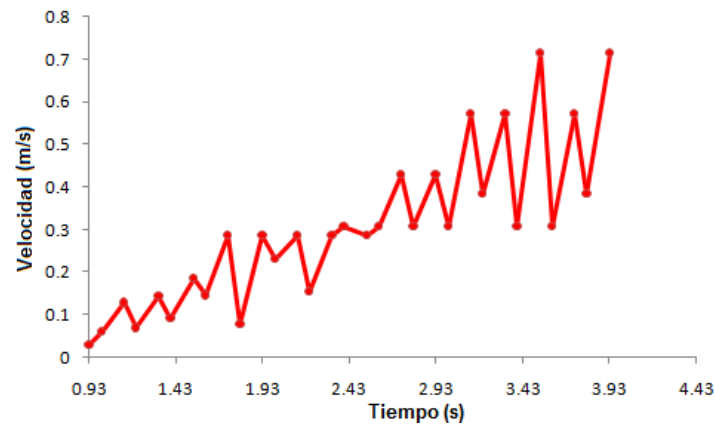


Figura 11. Gráfica de velocidad-tiempo en el experimento del plano inclinado.

Si aplicamos las técnicas de Mínimos cuadrados (en el Anexo C, se muestra esta técnica) obtenemos que la pendiente = .1722 y la ordenada al origen = -0.1139. Con estos datos la gráfica que se obtiene es la que se presenta en la figura 12.

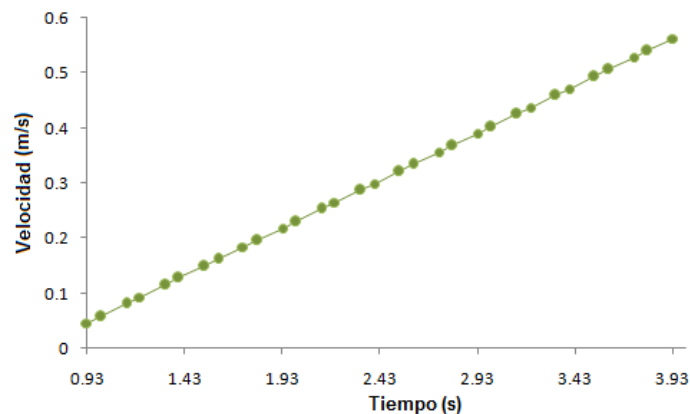


Figura 12. Gráfica de la velocidad óptima en el experimento del plano inclinado.

Si analizamos la gráfica anterior nos damos cuenta que tenemos una relación de razón de cambio constante por analogía con la gráfica del movimiento rectilíneo y uniforme. Si por lo definido en el movimiento rectilíneo y uniforme le llamamos a la razón de cambio velocidad, la gráfica nos dice la forma en la cual cambia la velocidad conforme cambia el tiempo. Si hacemos lo mismo que hicimos en el caso del movimiento rectilíneo y uniforme, lo que tenemos es la gráfica de la figura 13:

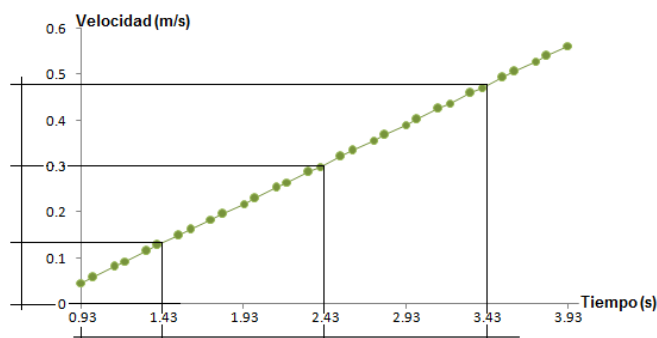


Figura 13. Representación de los cambios de velocidad en el tiempo en el experimento del plano inclinado.

Otra vez nos topamos con algo nuevo, otro concepto. Si empleamos el mismo razonamiento que en el movimiento rectilíneo y uniforme, denominaremos a la razón de cambio con el nombre de Aceleración y la definiremos por:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{cte} \quad (10)$$

La razón de cambio del cambio de la velocidad al cambio del tiempo se define como Aceleración y se mantiene constante. Esta ecuación la podemos escribir de la siguiente forma:

$$\Delta v = a \Delta t \quad (11)$$

Pero si se ve la gráfica de la figura 11 nos daremos cuenta que existe una velocidad diferente de cero para cuando $t = 0$ y la denominamos v_0 por lo que la ecuación modificada para nuestro experimento será:

$$v = at + v_0 \quad (12)$$

Que es análoga al caso del movimiento rectilíneo uniforme.

Esta ecuación se puede escribir de diferentes formas de acuerdo a lo que se desea conocer, así:

$$v - v_0 = at \quad (13)$$

o

$$\frac{v - v_0}{a} = t \quad (14)$$

o

$$\frac{v - v_0}{t} = a \quad (15)$$

Nuestro problema nos ha llevado a definir una nueva magnitud física que denominamos aceleración, pero no hemos logrado escribir una relación entre la distancia y el tiempo, lo que es nuestro problema original. ¿Cómo podemos realizar esto?

Si nos fijamos en que $d = vt$ nos damos cuenta que el producto de velocidad por tiempo es la distancia y es ésta la que buscamos. Pero si analizamos la gráfica de velocidad contra tiempo, ¿Qué será en ella este producto? Si un lado es la velocidad y el otro lado del rectángulo es el tiempo, podría ser el área del rectángulo. ¡Claro! será el área bajo la curva de movimiento. El cuerpo no se movió para los tiempos medidos más allá de ella, por lo que sólo lo que está debajo de la curva cuenta en el movimiento. Esto lo vemos en la figura 14.

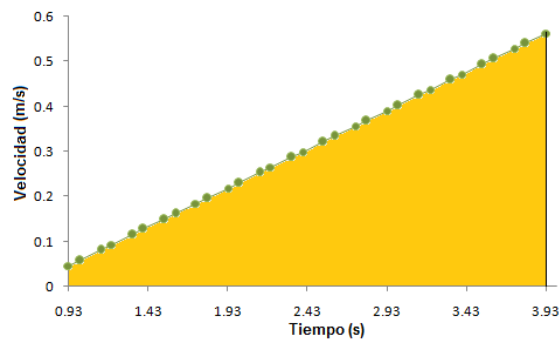


Figura 14. Área bajo la curva de velocidad contra tiempo en el experimento del plano inclinado.

Si vemos esta área ¿de qué nos damos cuenta? Que la podemos dividir en dos regiones y que son un rectángulo y un triángulo. Al área del rectángulo la llamaremos A_r y el área del triángulo será A_{tr} , por lo que sí calculamos estas dos áreas regulares y después las sumamos tendremos el área total bajo la curva que es lo que deseamos, como lo muestra la figura 15.

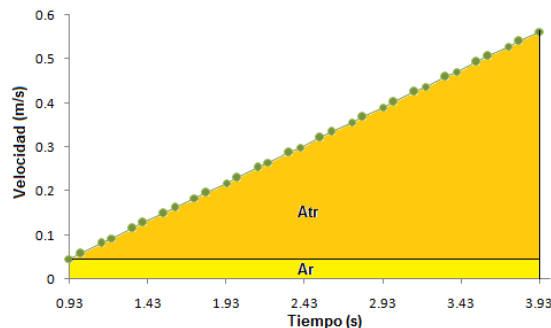


Figura 15. División del área bajo la curva de velocidad contra tiempo en el experimento del plano inclinado.

Por lo tanto:

$$A = A_r + A_{tr} \quad (16)$$

El área de un rectángulo está dada como largo por ancho. En nuestro caso el largo será el tiempo y el ancho el valor de la velocidad inicial v_o . Por lo anterior podemos escribir el área del rectángulo de la forma:

$$A_r = v_o t \quad (17)$$

El área del triángulo está dada por la mitad del producto de la base por la altura. En nuestro caso la base es el tiempo del movimiento, pero la altura está dada por la diferencia entre la velocidad inicial y la velocidad final del movimiento, es decir $v - v_o$. Por lo tanto el área del triángulo será:

$$A_{tr} = \frac{1}{2}(v - v_o)t \quad (18)$$

Pero recordemos que de las ecuaciones que obtuvimos a partir del estudio de la gráfica de velocidad contra tiempo una de ellas es:

$$\frac{v - v_o}{t} = a \quad (19)$$

De esta ecuación podemos escribir:

$$v - v_o = at. \quad (20)$$

Si esta ecuación la sustituimos en la ecuación anterior, entonces el área del triángulo se podrá escribir de la forma:

$$A_{tr} = \frac{1}{2}(v - v_o)t, \quad (21)$$

luego

$$A_{tr} = \frac{1}{2}(at)t \quad (22)$$

así que:

$$A_{tr} = \frac{1}{2}at^2 \quad (23)$$

por lo que el área total será:

$$A = \frac{1}{2}at^2 + v_o t. \quad (24)$$

Pero se dijo que el área total era el producto de la velocidad por el tiempo y que esto es la distancia recorrida por el móvil, por lo que aplicando lo anterior a la última ecuación obtenida para el área se tendrá:

$$d = \frac{1}{2}at^2 + v_o t. \quad (25)$$

Esta ecuación que depende del cuadrado del tiempo, nos describe la forma en la cual el cuerpo se movió por el plano inclinado.

Si la analizamos nos percatamos que satisface todas las características que observamos en el caso de este movimiento, ya que es claro que crece la distancia conforme crece el tiempo. Pero es claro también que la forma de crecimiento no es constante, ya que depende del tiempo en una forma cuadrática y esto nos dice que para el mismo intervalo de tiempo, la distancia recorrida durante él es mayor, si es mayor el tiempo en el cual se mida el intervalo.

Dado que la condición que define este movimiento es el hecho de tener una razón de cambio constante, que es la de la velocidad al tiempo que definimos con el término de aceleración, esta forma de movimiento se denomina: Movimiento uniformemente acelerado.

4. El caso de la caída libre

La caída libre es un caso particular del movimiento del plano inclinado, en el cual el ángulo de inclinación es de 90° . Para realizar este experimento emplearemos el LVB, y en la figura 16, se muestra la pantalla de este con el experimento de caída libre.



Figura 16. Imagen del LVB con el experimento de la caída libre.

En este experimento se obtuvieron pocos puntos de medición, pero estos datos se pueden observar en la tabla 4.

Tiempo (s)	Altura (m)
0	1,65
0,0667	1,63
0,1333	1,55
0,2	1,46
0,2667	1,31
0,3333	1,09
0,4	0,85

Tabla 4. Datos del experimento de caída libre.

La figura 17 nos muestra la gráfica de altura contra tiempo para la caída libre.

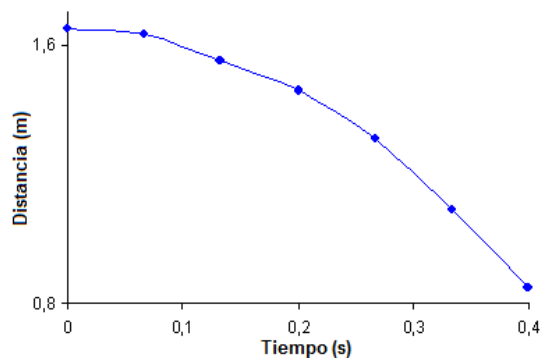


Figura 17. Gráfica de altura contra tiempo para la caída libre.

De la misma forma que en el caso del movimiento rectilíneo uniforme, vamos a calcular las razones de cambio de la posición en el tiempo, los datos se muestran en la tabla 5.

Tiempo (s)	Velocidad (m/s)
0	-0,299850075
0,0667	-1,201201201
0,1333	-1,349325337
0,2	-2,248875562
0,2667	-3,303303303
0,3333	-3,5982009

Tabla 5. Datos de velocidad y tiempo para la caída libre.

En la figura 18 se muestra la representación de estas velocidades, como en el caso del movimiento uniformemente acelerado.

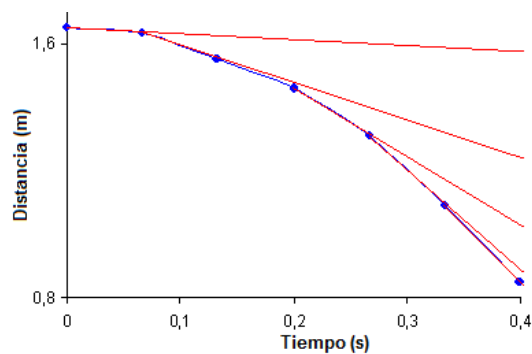


Figura 18. Representación de las velocidades para la caída libre.

Si queremos ver como cambiaron o no, estas velocidades en el tiempo, las podemos representar por la gráfica de velocidad contra tiempo, como en el caso del movimiento uniformemente acelerado. La figura 19 nos muestra esta gráfica.

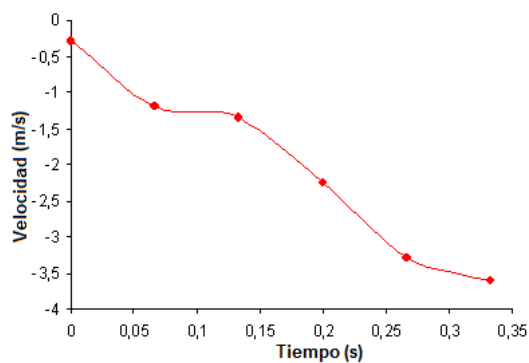


Figura 19. Gráfica de las velocidades contra el tiempo para el caso de la caída libre.

Usando el método de mínimos cuadrados obtuvimos los siguientes valores para las velocidades: La pendiente $m = -10,15708922$, y la ordenada al origen $B = -0,307277861$, por lo que la recta óptima tendrá por ecuación:

$$V = -10,15708922 - 0,307277861 \quad (26)$$

La figura 20 nos muestra la gráfica de velocidades con la recta óptima incluida.

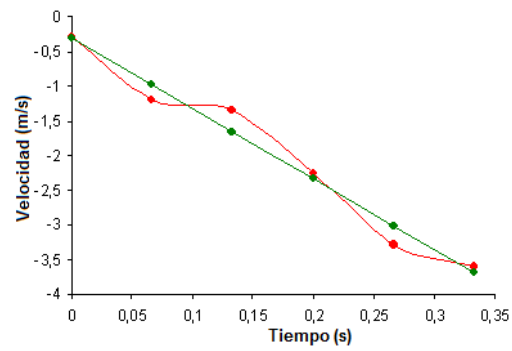


Figura 20. Recta óptima y velocidades para el caso de la caída libre.

Sabemos que para el caso de la caída libre, como un caso particular del movimiento uniformemente acelerado, tiene por aceleración, la de la gravedad que es 9.81 m/s^2 . En nuestro caso, por medio de los datos de la recta óptima podemos ver que la aceleración es la pendiente de la recta óptima, es decir el valor para g en nuestro experimento fue de $10,157$, el cual no está muy lejos de valor real.

5. Principio de conservación de la energía

Vamos a continuar aventurándonos en la Mecánica y para hacerlo retornemos a donde ya nos hemos aventurado. Si dejamos caer una piedra en caída libre desde el reposo, ésta pasa de una velocidad $v = 0$, a una velocidad $v = v_f$, pero también pasa de una energía potencial mgh a cero, debido a que al llegar al piso $h = 0$. Si analizamos lo que el cuerpo ganó de energía cinética lo perdió de energía potencial, de forma tal que toda la energía potencial que tenía a la altura h se ve como velocidad a la altura cero. Por lo tanto no gana ni pierde energía, ésta se mantuvo constante.

Este principio se conoce con el nombre de Principio de Conservación de la Energía y se escribe de la forma siguiente:

$$E_T = E_c + E_p = cte, \quad (27)$$

donde E_T es la energía total del sistema.

Si aplicamos este principio al plano inclinado tenemos que cuando el cuerpo está a una altura h su energía potencia es mgh y cuando llega al piso ésta es cero, pero la cinética es máxima, por lo que podemos decir que la $E_c = E_p$, así que:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad (28)$$

por lo que resolviendo para v :

$$v^2 = 2gh, \quad (29)$$

por lo que

$$v = \sqrt{2gh} \quad (30)$$

Pero ¿Qué pasará en el caso de la caída libre? Pues que valen las mismas ecuaciones y obtenemos el mismo resultado, por lo que las velocidades adquiridas al caer las mismas alturas por planos de diferentes inclinaciones son las mismas. ¿Te parece conocido esto? Por supuesto ¡El principio de Galileo!

El trabajo efectuado contra la gravedad, para subir un objeto de un punto a otro, no depende de la trayectoria que siga, así como ya se ha demostrado por el principio de Galileo, el trabajo realizado en subir en vilo un cuerpo y subirlo por un plano inclinado es el mismo. Fuerzas como la gravitación para las cuales el trabajo efectuado no depende de la trayectoria recorrida, sino sólo de las posiciones iniciales y finales se llaman Fuerzas Conservadoras.

Sin embargo existen otras fuerzas para las cuales lo anterior no se cumple, como por ejemplo, la fuerza de fricción, ya que el trabajo realizado para empujar una caja por el piso de un punto a otro depende de la trayectoria, ya que a diferencia de la fuerza gravitacional, la fuerza de fricción siempre se dirige exactamente opuesta a la dirección del movimiento, realizando trabajo en contra de la fuerza que mueve al cuerpo.

Sin embargo algo muy importante que tenemos que decir es que la energía potencial se puede definir sólo para una fuerza conservadora. Aunque siempre se asocia la energía potencial con una fuerza, no podemos formularla para cualquier fuerza.

Supondremos que varias fuerzas actúan sobre un sistema y que algunas de ellas son conservadoras, podemos formular una función de energía potencial para estas fuerzas conservadoras. Entonces el trabajo W efectuado por las demás fuerzas que actúan sobre una partícula es igual al cambio total de energía cinética y potencial de la partícula:

$$W = \Delta E_c - \Delta E_p \quad (31)$$

Es bueno hacerles ver que en la ecuación anterior se deben incluir todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, ya sea en el término de la energía potencial, o en el término de trabajo, ¡Pero no en ambos! Es arbitrario si una fuerza conservadora se considera como la que efectúa trabajo y está considerada en W , o si está implícita en un cambio de energía potencial; mientras que las fuerzas disipadoras como la

fricción se deben de incluir en el término de trabajo W . Podríamos pasar el término E_p al lado izquierdo para que todas las fuerzas se manejen como efectuando trabajo. En este caso el trabajo efectuado es el trabajo neto porque comprende la suma de todas las fuerzas. Por lo tanto tenemos:

$$\text{Trabajo efectuado} = \Delta E_C \quad (32)$$

que es la forma original del principio del trabajo y la energía.

Vamos ahora en nuestra aventura al billar y lo vamos a analizar a partir del principio de conservación. Pensemos que tenemos una pelota de billar de masa m_1 que viaja a una velocidad v_1 y que choca contra otra pelota de billar de masa m_2 y que se encuentra en reposo con velocidad:

$$v_2 = 0. \quad (33)$$

Nuestro problema es que a partir de esta información, tenemos que conocer las velocidades de las dos pelotas después del choque. En la figura 21, se muestra el experimento en el LBV.

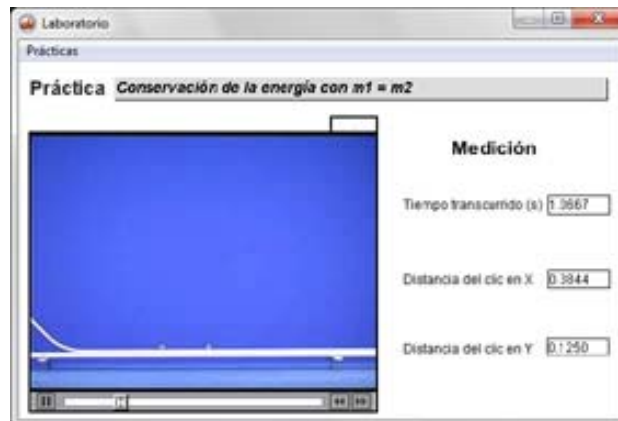


Figura 21. Experimento del choque de una esfera moviéndose y la otra detenida con masas iguales.

Los datos del experimento son los que se muestran en la tabla 6.

Tiempo (s)	Distancia m1 (m)	Distancia m2 (m)
0.1333	0.1469	0.5125
0.2	0.1625	0.5125
0.2667	0.1813	0.5125
0.3333	0.1938	0.5125
0.4	0.2125	0.5125
0.4667	0.2313	0.5125
0.5333	0.2438	0.5125
0.6	0.2652	0.5125
0.6667	0.2813	0.5125
0.7333	0.2969	0.5125
0.8	0.3125	0.5125
0.8667	0.3313	0.5125
0.9333	0.3469	0.5125
1	0.3625	0.5125
1.0667	0.3781	0.5125
1.1333	0.3938	0.5125

1.2	0.4125	0.5125
1.2667	0.4344	0.5125
1.3333	0.4438	0.5125
1.4	0.4625	0.5125
1.4667	0.4781	0.5125
1.5333	0.4938	0.5125
1.6	0.4969	0.525
1.6667	0.5	0.5375
1.7333	0.5062	0.5438
1.8	0.5094	0.5563
1.8667	0.5156	0.5656
1.9333	0.5188	0.5781
2	0.5219	0.5813
2.0667	0.525	0.5938
2.1333	0.5281	0.6031
2.2	0.5344	0.6156
2.2667	0.5375	0.6281
2.3333	0.5406	0.6344
2.4	0.5438	0.6469
2.4667	0.5469	0.6563
2.5333	0.5531	0.6656
2.6	0.5563	0.675
2.6667	0.5594	0.6844
2.7333	0.5625	0.6938
2.8	0.5687	0.7031
2.8667	0.5719	0.7156
2.9333	0.575	0.7219
3	0.5781	0.7344
3.0667	0.5813	0.7438
3.1333	0.5875	0.7531
3.2	0.5906	0.7625
3.2667	0.5938	0.7688
3.3333	0.5969	0.7781
3.4	0.6	0.7906
3.4667	0.6063	0.8
3.5333	0.6094	0.8094
3.6	0.6125	0.8156
3.6667	0.6156	0.8281
3.7333	0.6188	0.8375
3.8	0.6219	0.8438
3.8667	0.6281	0.8531
3.9333	0.6313	0.8656
4	0.6344	0.8719

Tabla 6. Datos del experimento del choque de dos balines de igual masa.

En la figura 22, se muestra la gráfica de distancias recorridas contra tiempo empleado en recorrerlas de las dos esferas del experimento.

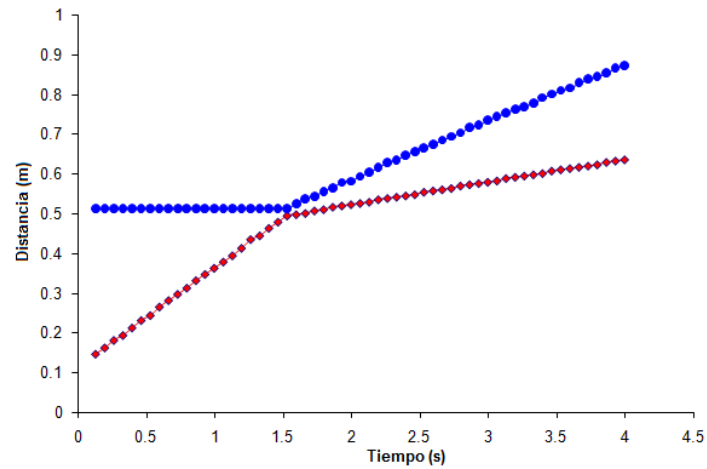


Figura 22. Gráfica de distancias recorridas contra tiempo empleado en recorrerlas de las dos esferas del experimento.

En la figura 23 se muestra la gráfica de las velocidades para el experimento.

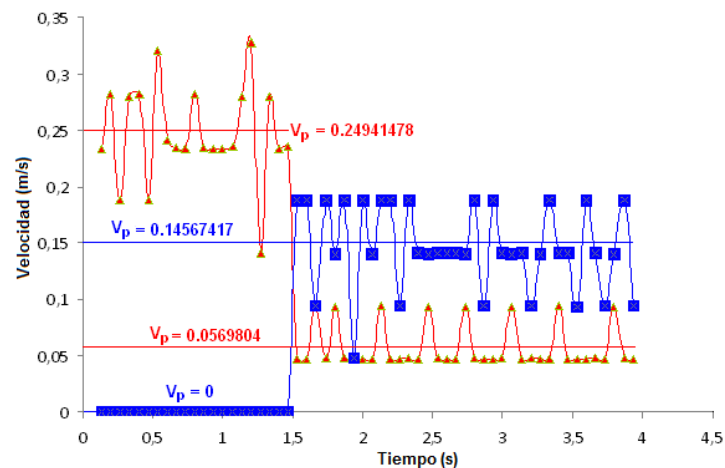


Figura 23. Velocidades de las dos esferas antes y después de choque.

En las figuras 22 y 23 la esfera con velocidad cero es la representada con color azul, mientras que la esfera en movimiento es la representada con color rojo.

Este problema se esquematiza en la figura 24.



Figura 24. Esfera moviéndose con velocidad v hacia otra con velocidad cero.

Para resolver el problema usaremos el principio de la conservación de la energía. La energía inicial del problema es sólo la de la energía cinética de la primera partícula que se mueve con una velocidad v_1 ya que la segunda partícula al estar en reposo tiene energía cinética cero. Por lo anterior la ecuación de

conservación de la energía nos marca que la energía total antes del choque debe de ser la misma que la energía después del choque. Así:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2, \quad (34)$$

multiplicando toda la ecuación por dos:

$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2, \quad (35)$$

si es válida esta ecuación de conservación debe de ser válida la conservación del ímpetu lineal ya que es mv. Por lo anterior la otra ecuación de conservación es:

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2', \quad (36)$$

agrupando en términos de las masas tenemos:

$$m_1 v_1^2 - m_1 v_1'^2 = m_2 v_2'^2, \quad (37)$$

y

$$m_1 v_1 - m_1 v_1' = m_2 v_2', \quad (38)$$

dividiendo miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$\frac{m_1 (v_1^2 - v_1'^2)}{m_1 (v_1 - v_1')} = \frac{m_2 v_2'^2}{m_2 v_2'} \quad (39)$$

eliminando m_1 y m_2

$$\frac{(v_1^2 - v_1'^2)}{(v_1 - v_1')} = v_2', \quad (40)$$

pero:

$$(v_1^2 - v_1'^2) = (v_1 - v_1')(v_1 + v_1'), \quad (41)$$

sustituyendo:

$$\frac{(v_1 + v_1')(v_1 - v_1')}{(v_1 - v_1')} = v_2', \quad (42)$$

por lo que:

$$(v_1 + v_1') = v_2', \quad (43)$$

sustituyendo en la ecuación de conservación del ímpetu lineal:

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_1' + m_2 v_1, \quad (44)$$

agrupando por velocidades:

$$m_1 v_1 - m_2 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_1', \quad (45)$$

así que:

$$v_1 (m_1 - m_2) = v_1' (m_1 + m_2) \quad (46)$$

de aquí:

$$\frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 = v_1', \quad (47)$$

sustituyendo en la ecuación para v_2' tenemos:

$$v_1 \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 = v_2' \quad (48)$$

agrupando:

$$v_1 \left(1 + \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} \right) = v_2' \quad (49)$$

luego

$$v_1 \left(\frac{m_1 + m_2 + m_1 - m_2}{(m_1 + m_2)} \right) = v_2' , \quad (50)$$

y

$$\frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1 = v_2' \quad (51)$$

Si consideramos que:

$$m_1 = m_2, \quad (52)$$

Si ahora sustituimos en las ecuaciones para v_1' y v_2' tenemos:

$$v_1' = 0 \text{ y } v_2' = v_1, \quad (53)$$

que es lo que nos indica la experiencia en el billar. Después del choque la pelota incidente se queda en reposo y la pelota golpeada se mueve con la velocidad de la incidente.

Sin embargo en nuestro experimento no pasó de esta forma. Si analizamos la figura 15, nos damos cuenta que en los primeros segundos la esfera de masa 2 estuvo en reposo, es decir $V = 0$, mientras que la esfera 1 se movió a una velocidad constante de 0.24941478. Después del choque la esfera 1 se mueve con una velocidad de nuevo constante de 0.14567417. Después del Choque la esfera 2 se movió con una velocidad de: 0.0569804. La velocidad total antes del choque era de: 0.24941478, y la velocidad total después del choque fue de: 0.20265457, por lo que la diferencia de velocidades totales antes y después del choque fue de: 0.0569804.

Lo anterior nos dice que el sistema, en la realidad experimental, disipó energía por varias posibles razones: diferencias de masa entre las esferas, aparentemente la esfera 1 era más pesada que la esfera 2, y fricción entre las esferas y el riel.

Para sistemas mecánicos en los que intervienen fuerzas conservadoras, se puede deducir esta ley a partir de las leyes de Newton y por lo tanto equivale a ellas. Pero en su generalización más amplia, la validez de la ley se basa en hechos experimentales y no se propuso hasta finales del siglo XIX. Aún cuando se ve que las leyes de Newton no se aplican en el mundo del átomo, se ha encontrado que la ley de la conservación de la energía es válida en todos los casos experimentales observados hasta ahora.

Es necesario distinguir el uso coloquial de la palabra conservación del que se le da en física. En el uso coloquial conservación implica ahorro o uso inteligente, como cuando se dice que necesitamos conservar los combustibles. En física la palabra conservación quiere decir una cantidad que permanece estrictamente constante. La energía, si se conserva, no necesitamos tratar de conservarla como a nuestras reservas de combustible.

6. Movimiento armónico simple

Vamos a adentrarnos en otro nuevo aspecto de la mecánica y para esto vamos a retomar un cuerpo que se mueve con movimiento circular uniforme. En la figura 25 se muestra la imagen del LBV del experimento de un movimiento circular uniforme.



Figura 25. Práctica del movimiento circular uniforme en el LBV.

Al realizar la práctica se obtuvieron los datos experimentales que se muestran en la tabla 7.

Tiempo (s)	X (m)	Y (m)
0	0,3	0,3906
0,0667	0,3375	0,475
0,1333	0,4	0,5438
0,2	0,475	0,5938
0,2667	0,5531	0,6188
0,3333	0,6281	0,6156
0,4	0,7031	0,5875
0,4667	0,7563	0,5344
0,5333	0,7938	0,4719
0,6	0,8063	0,3813
0,6667	0,7906	0,3
0,7333	0,7531	0,2219
0,8	0,6875	0,1594
0,8667	0,6094	0,1094
0,9333	0,525	0,0875
1	0,4438	0,0938
1,0667	0,3688	0,1313
1,1333	0,3156	0,1875
1,2	0,2906	0,2563
1,2667	0,2844	0,3375
1,3333	0,3094	0,425
1,4	0,35	0,4938
1,4667	0,425	0,5563
1,5333	0,5	0,5938
1,6	0,5813	0,6094

Tabla 7. Datos del movimiento circular uniforme.

En la figura 26 se muestra la gráfica experimental de distancia en x contra el tiempo.

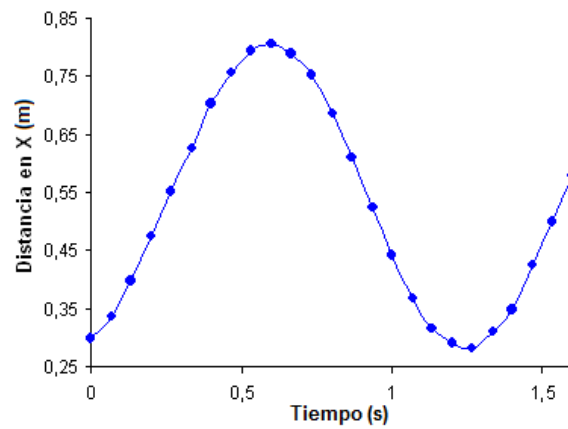


Figura 26. Gráfica experimental de distancia en X contra el tiempo del movimiento circular uniforme.

En la figura 27 se muestra la gráfica experimental de distancia en y contra el tiempo.

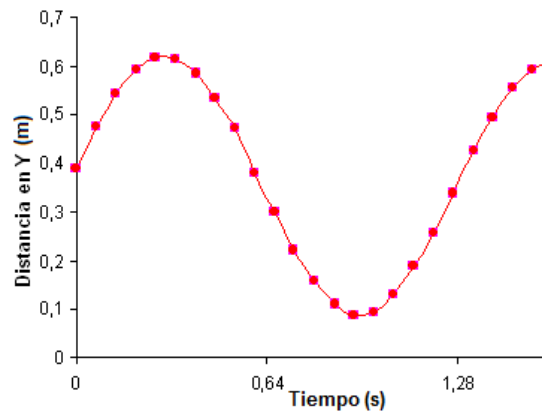


Figura 27. Gráfica experimental de distancia en Y contra el tiempo.

Vamos ahora a graficar la distancia en Y contra la distancia en X, el resultado de este paso es el que nos muestra la figura 28.

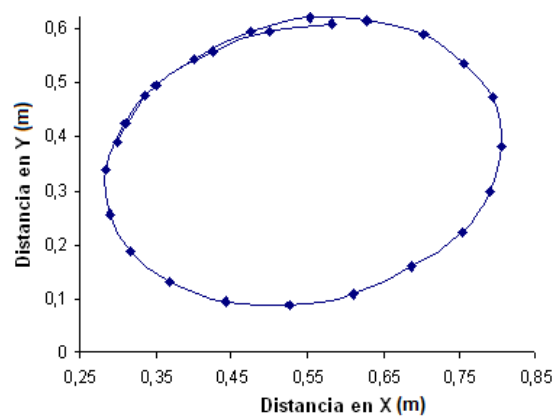


Figura 28. Gráfica de la distancia en Y contra la distancia en X.

A partir de los resultados experimentales vamos a tratar de desarrollar matemáticamente el experimento. De lo primero que nos damos cuenta es que las posiciones en X y Y del experimento son senos y cosenos respectivamente.

Denominemos a la esfera del experimento por Q. En la figura 29 se muestra una vista de la figura 28, por lo que de ella da la representación de la figura 28.

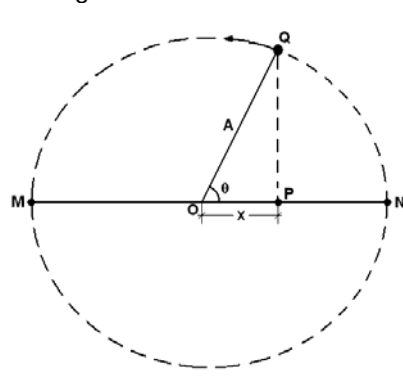


Figura 29. Análisis gráfico de un movimiento armónico simple

El punto O de la trayectoria se llama posición de equilibrio, ya que la fuerza que provoca el movimiento vale cero. La elongación es la distancia que separa al móvil del centro o posición de equilibrio. Cuando está en P es:

$$OP = X \quad (54)$$

La amplitud en el movimiento armónico simple es el máximo valor de la elongación. En la figura 27 es OM o ON y se designa por A.

Qué pasará si en lugar de ver al cuerpo girar en torno al centro de forma que el plano de giro esté perpendicular a nuestra vista, giramos nuestra perspectiva para ver al cuerpo moverse en el plano del diámetro del círculo en el que se mueve.

En la figura 30 se muestra la proyección sobre el diámetro del movimiento del cuerpo Q.

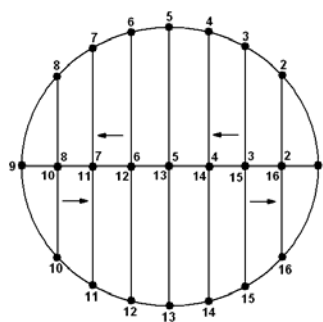


Figura 30. Proyección del movimiento armónico simple sobre el diámetro

Cuando el cuerpo Q ha recorrido, el arco MQ, ha barrido un ángulo θ y su proyección sobre el diámetro se encuentra en el punto P. Analizando la figura 31:

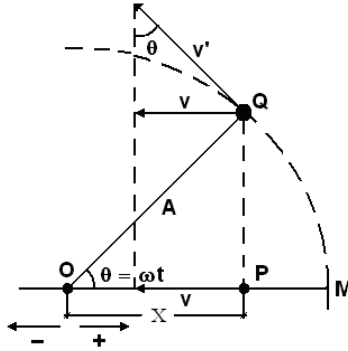


Figura 31. Análisis gráfico del movimiento circular.

$$\cos \theta = \frac{OP}{OQ} = \frac{X}{A} \quad (55)$$

de esta ecuación:

$$X = OP = OQ \cos \theta = A \cos \theta \quad (56)$$

como es un movimiento circular uniforme:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \quad (57)$$

por lo que:

$$\omega t = \theta \quad (58)$$

por lo que:

$$X = A \cos \omega t \quad (59)$$

La velocidad de P es igual a la componente OM de la velocidad v' de Q que es:

$$v' = \omega A. \quad (60)$$

Lo anterior se ve en la figura 29.

La velocidad de P es igual a la componente paralela OM de la velocidad v' de Q que es:

$$v' = \omega A \quad (61)$$

ya que el radio de la circunferencia es A. Analizando por trigonometría nos encontramos con que v es el lado opuesto al ángulo θ , y la hipotenusa es v' por lo que:

$$v = v' \sen \theta, \quad (62)$$

sustituyendo v' y θ se tiene:

$$v = -\omega A \sen \omega t. \quad (63)$$

La aceleración de P es igual a la componente paralela de OM de la aceleración centrípeta de Q, que está dada por:

$$a_c = \omega^2 A. \quad (64)$$

Si hacemos de nuevo $\omega t = \theta$ y sustituimos en la aceleración centrípeta tenemos la aceleración que es de acuerdo con la figura 32:

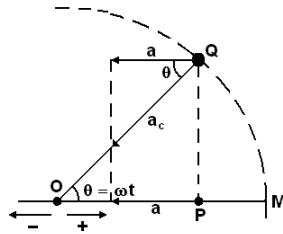


Figura 32. Análisis gráfico de la aceleración centrípeta en un movimiento circular.

De la figura 32 se puede plantear que:

$$\cos \theta = \frac{a}{a_c}, \quad (65)$$

ya que a es el lado adyacente al ángulo y a_c la hipotenusa. Por lo que de esta ecuación se puede escribir:

$$a_c \cos \theta = a \quad (66)$$

pero ya dijimos que:

$$a_c = \omega^2 A, \quad (67)$$

por lo que:

$$A \omega^2 \cos \theta = a \quad (68)$$

como está en la dirección negativa:

$$a = -A \omega^2 \cos \theta$$

pero:

$$\omega \tau = \theta \quad (69)$$

por lo que:

$$a = -A \omega^2 \cos \theta \quad (70)$$

Ya habíamos obtenido que:

$$X = A \cos \omega t \quad (71)$$

por lo que:

$$a = \omega^2 X \quad (72)$$

Como

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (73)$$

Donde T es el periodo se puede escribir:

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} X \quad (74)$$

resolviendo para X :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{a} X \quad (75)$$

de aquí:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{a} X} \quad (76)$$

por lo que:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{X}{a}} \quad (77)$$

Este es un análisis del movimiento circular uniforme visto en la proyección a su diámetro. Este tipo de movimiento recibe el nombre de Movimiento Armónico Simple.

7. El péndulo simple

En el experimento del péndulo simple el péndulo éste se colgó de un soporte rígido sobre el techo del laboratorio como lo muestra la imagen de la figura 33.

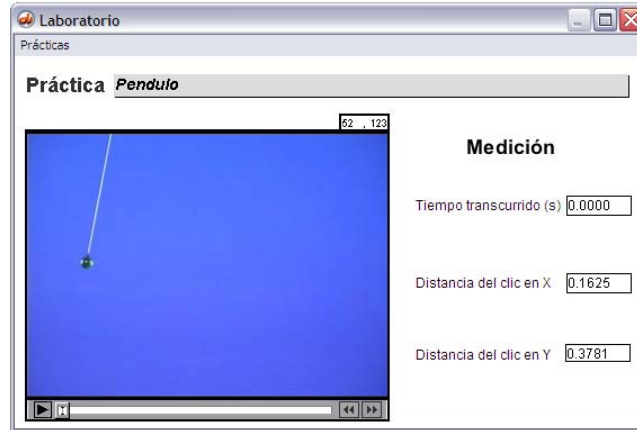


Figura 33. Experimento basado en video del péndulo simple.

En la tabla 8 se muestran los datos obtenidos del experimento por medio del LBV.

Tiempo (s)	X (m)	Y (m)
0	0,1656	0,3813
0,0667	0,1719	0,3781
0,1333	0,1938	0,375
0,2	0,2219	0,3688
0,2667	0,2625	0,3625
0,3333	0,3094	0,3594
0,4	0,3625	0,3531
0,4667	0,4188	0,3469
0,5333	0,4781	0,3416
0,6	0,5406	0,3469
0,6667	0,6	0,35
0,7333	0,6531	0,3531
0,8	0,7031	0,3563
0,8667	0,7469	0,3594
0,9333	0,7781	0,3656
1	0,8063	0,3688
1,0667	0,8219	0,3716
1,1333	0,8219	0,375
1,2	0,8156	0,3688
1,2667	0,7938	0,3656
1,3333	0,7688	0,3625
1,4	0,7281	0,3544
1,4667	0,6813	0,3531
1,5333	0,6313	0,35
1,6	0,5719	0,3434
1,6667	0,5125	0,3419
1,7333	0,45	0,3439

1,8	0,3969	0,35
1,8667	0,3406	0,3525
1,9333	0,2906	0,3563
2	0,2531	0,3625
2,0667	0,2188	0,3719
2,1333	0,1906	0,375
2,2	0,175	0,3791
2,2667	0,1719	0,3844
2,3333	0,175	0,3781
2,4	0,1906	0,3741
2,4667	0,2156	0,3719
2,5333	0,25	0,3656
2,6	0,2938	0,3563
2,6667	0,3438	0,3531
2,7333	0,3969	0,3469
2,8	0,4503	0,3419
2,8667	0,5188	0,34
2,9333	0,5719	0,3419
3	0,6313	0,3469
3,0667	0,6813	0,3531
3,1333	0,725	0,3563
3,2	0,7625	0,3656
3,2667	0,7875	0,3688
3,3333	0,8063	0,3706
3,4	0,8125	0,3719
3,4667	0,8094	0,3719
3,5333	0,7969	0,3688
3,6	0,7719	0,3625
3,6667	0,7406	0,36
3,7333	0,6969	0,3564
3,8	0,6438	0,3531
3,8667	0,5969	0,35
3,9333	0,5344	0,3469
4	0,475	0,35
4,0667	0,4219	0,3531
4,1333	0,3656	0,3594
4,2	0,3156	0,3656
4,2667	0,2719	0,3688
4,3333	0,2344	0,375
4,4	0,2094	0,3781

Tabla 8. Datos del experimento del péndulo en el LVB.

De los datos nos damos cuenta que tenemos dos gráficas y que son: La gráfica de los datos de X en el tiempo y los datos de la gráfica de y en el tiempo.

En la figura 34, vamos a mostrar la gráfica de los datos de X en el tiempo.

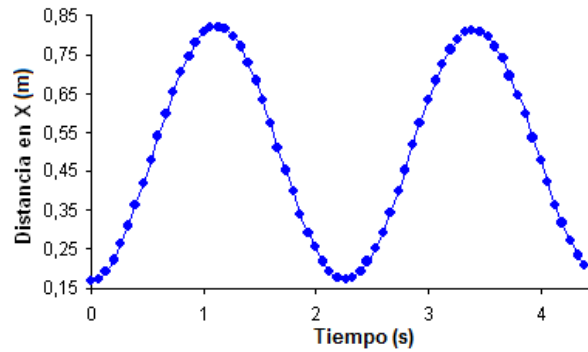


Figura 34. Gráfica de los datos de posición en X en el tiempo.

En la figura 35, mostraremos los datos de la posición de Y en el tiempo.

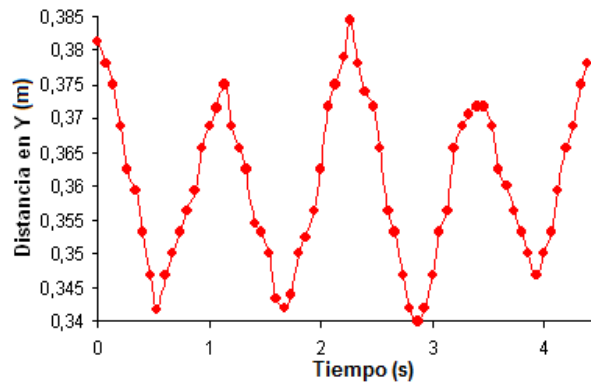


Figura 35. Gráfica de los datos de la posición Y en el tiempo.

Como al ver las gráficas de X contra el tiempo y de Y contra el tiempo, nos recuerda al oscilador armónico simple, vamos a graficar Y contra X, la gráfica resultante es la correspondiente a la figura 36.

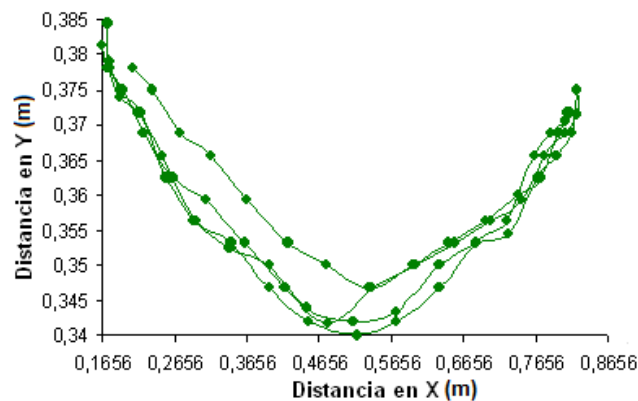


Figura 36. Gráfica de los datos de Y contra X.

De la figura 31 se pueden determinar las siguientes relaciones entre el desplazamiento en x y la longitud del péndulo por medio de la figura 37.

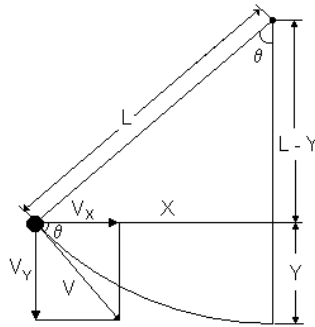


Figura 37. Diagrama de elementos en el péndulo.

$$x = L \sin \theta \quad (78)$$

y

$$\cos \theta = \frac{L - Y}{L}, \quad (79)$$

despejando Y se tiene que

$$Y = L(1 - \cos \theta) \quad (80)$$

Para establecer la velocidad del péndulo tanto en la componente X, como en la componente Y, de la figura (1) establezcamos para las componentes las relaciones:

$$V_x = V \cos \theta \text{ y } V_y = V \sin \theta \quad (81)$$

Sabemos que

$$V = \omega r \quad (82)$$

pero en nuestro caso

$$r = L \quad (83)$$

por lo que

$$V = \omega L. \quad (84)$$

Como L es constante, se puede establecer que $A = L$.

Tenemos que

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad (85)$$

y de aquí

$$\theta = \omega t \quad (86)$$

por lo que

$$V_x = \omega A \cos \omega t \text{ y } V_y = \omega A \sin \omega t \quad (87)$$

Sustituyendo la ecuación 74 en la 75 se establecen las ecuaciones de movimiento para el desplazamiento para X y para Y

$$X = A \sin \theta... \quad (88)$$

y

$$Y = A (1 - \cos \theta). \quad (89)$$

Como se puede ver las soluciones tanto para las componentes de la velocidad en X, en Y como en el desplazamiento en X y de Y son funciones del seno y coseno, como se ve en las gráficas experimentales de las figuras 32 y 33.

Ahora establezcamos las ecuaciones para la aceleración, para lo que emplearemos la figura 38.

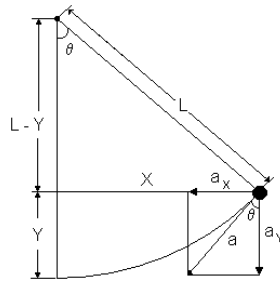


Figura 38. Diagrama de las componentes de la aceleración.

Obsérvese en la figura 38, el triángulo rectángulo formado por la aceleración y sus componentes, de lo cual se puede establecer que:

$$a_x = -a \operatorname{sen} \theta \text{ y } a_y = a \cos \theta \quad (90)$$

pero

$$\theta = \omega t, \quad (91)$$

luego se tiene:

$$a_x = -a \operatorname{sen} \omega t \quad (92)$$

y

$$a_y = a \cos \omega t \quad (93)$$

Recordando que

$$V = A\omega, \quad (94)$$

tenemos:

$$a = \frac{A\omega}{t} \quad (95)$$

Si utilizamos el principio de conservación de la energía podemos resolver el problema de encontrar el período del péndulo. Por lo anterior escribiremos las ecuaciones de la energía cinética y la potencial y empleando el principio de conservación las igualaremos. Así al colocar el péndulo a una inclinación de un ángulo θ este sube una altura h que está dada de acuerdo con el esquema de la figura 39

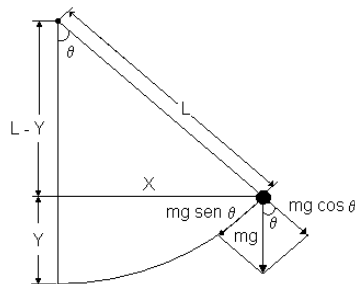


Figura 39. Diagrama de las componentes del peso del péndulo.

$$h = L - L \cos \theta. \quad (96)$$

Si la energía potencial está dada por mgh , luego:

$$E_p = mg(L - L \cos \theta) = mgL(1 - \cos \theta) \quad (97)$$

La energía cinética está dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (98)$$

pero el arco de circunferencia recorrido está dado por $L\theta$ así que la velocidad está dada por:

$$v = \frac{L\theta}{t} \quad (99)$$

y por lo mismo la energía cinética será:

$$E_c = \frac{1}{2}m \frac{L^2\theta^2}{t^2} \quad (100)$$

Por el principio de conservación de la energía tenemos:

$$\frac{1}{2}m \frac{L^2\theta^2}{t^2} = mgL(1 - \cos \theta) \quad (101)$$

si dividimos por m:

$$\frac{L^2\theta^2}{t^2} = 2gL(1 - \cos \theta) \quad (102)$$

resolvemos para t:

$$t = \frac{L\theta}{\sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}} \quad (103)$$

pero:

$$\cos \theta = 1 - \frac{1}{2}\theta^2 + \dots \quad (104)$$

por lo que:

$$t = \frac{L\theta}{\sqrt{2gL(1 - 1 + \frac{1}{2}\theta^2)}} = \frac{L\theta}{\sqrt{2gL \frac{1}{2}\theta^2}} = \frac{(\sqrt{L}\sqrt{L})\theta}{\theta\sqrt{L}\sqrt{g}} = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{g}} = \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (105)$$

por lo que:

$$t = \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (106)$$

así que:

$$a = A \frac{\omega}{\sqrt{\frac{L}{g}}} = A\omega\sqrt{\frac{g}{L}} \quad (107)$$

pero:

$$\omega = \frac{1}{t} \quad (108)$$

por lo que:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (109)$$

así que:

$$a = A\omega^2 \quad (110)$$

Sustituyendo el valor de a en las ecuaciones de las componentes de la aceleración 86 y 87, se tiene:

$$A_y = A\omega^2 \cos \omega t \text{ y } A_x = -A\omega^2 \sin \omega t \quad (111)$$

Pero

$$X = A \sin \omega t \quad (112)$$

por lo que

$$A_X = -\omega^2 X \quad (113)$$

Observemos que las componentes de la aceleración son también función de las funciones seno y coseno, con la misma dirección que los desplazamientos, como se ve en las gráficas experimentales de las figura 40 y 41.

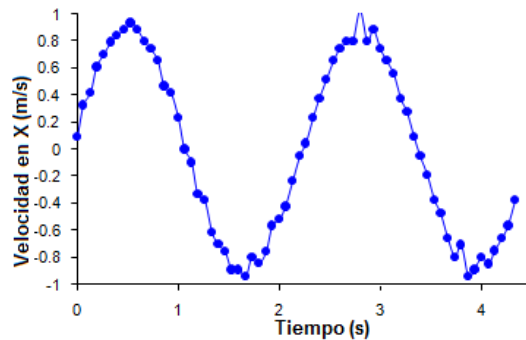


Figura 40. Gráfica de la velocidad en X contra tiempo en el experimento del péndulo simple.

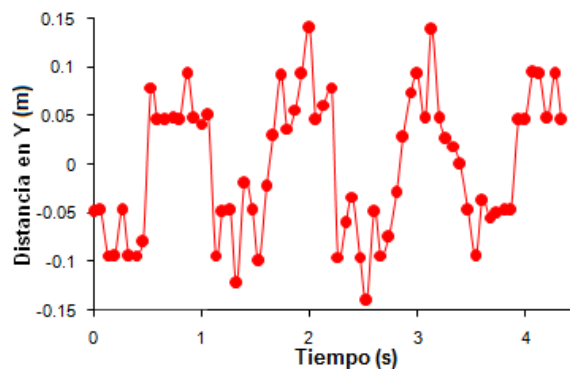


Figura 41. Gráfica de la velocidad en Y contra tiempo en el experimento del péndulo simple.

Podemos darnos cuenta que se logró por parte de los profesores integrar un desarrollo teórico para el péndulo.

8. Movimiento de un balón sobre un riel semicircular

Un movimiento que es análogo al movimiento del péndulo es el de un balón moviéndose en un riel de canal en forma de semicírculo por lo que el siguiente experimento que se realizó, fue el movimiento de un balón sobre un riel semicircular que se construyó en los talleres del CCADET. En este caso cambia por completo la situación del oscilador armónico simple ya que rápidamente se amortigua por la gran fricción entre el balón y el riel. El experimento se realizó de la misma forma filmando en video este movimiento y montándolo en la herramienta ya empleada, como lo muestra la figura 42.

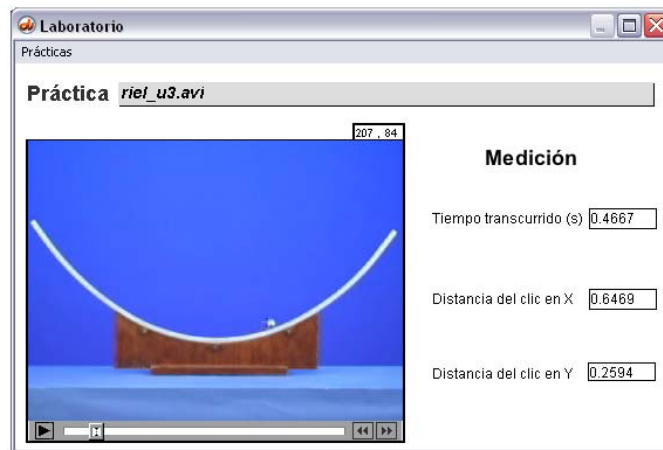


Figura 42. Experimento basado en video del movimiento de un balón sobre un riel semicircular.

Del experimento realizado se obtuvo la tabla de datos que se presenta en la tabla 9.

Tiempo (s)	Distancia en X (m)	Distancia en Y (m)
0.0667	0.9274	0.4246
0.1333	0.9218	0.4274
0.2	0.9078	0.4441
0.2667	0.8687	0.4804
0.33333	0.8156	0.5196
0.4	0.7374	0.5559
0.4667	0.6453	0.5838
0.5333	0.5419	0.5866
0.6	0.4469	0.5698
0.667	0.3659	0.5363
0.7333	0.3101	0.4972
0.8	0.2682	0.4637
0.8667	0.2458	0.4441
0.9333	0.2374	0.433
1	0.2458	0.4413
1.0667	0.2737	0.4665
1.1333	0.3156	0.4972
1.2	0.3743	0.5363
1.2667	0.4581	0.5726
1.333	0.5559	0.5992
1.4	0.6564	0.5838
1.4667	0.743	0.5531
1.5333	0.8128	0.5196

1.6	0.8631	0.4804
1.6667	0.8966	0.4581
1.7333	0.9078	0.4441
1.8	0.9106	0.4441
1.8667	0.8911	0.4609
1.9333	0.845	0.4888
2	0.7933	0.5251
2.0667	0.7235	0.5615
2.133	0.6285	0.5866
2.2	0.5391	0.5894
2.2667	0.4413	0.567
2.333	0.3715	0.5363
2.4	0.3128	0.4844
2.4667	0.2781	0.4701
2.5333	0.2598	0.4553
2.6	0.2542	0.4469
2.6667	0.2626	0.4553
2.7333	0.2933	0.4832
2.8	0.3408	0.5168
2.8667	0.405	0.5531
2.9333	0.486	0.581
3	0.5782	0.5894
3.0667	0.6704	0.5782
3.1333	0.7514	0.5531
3.2	0.8128	0.5168
3.2667	0.8631	0.486
3.3333	0.8827	0.4665
3.4	0.8939	0.4553

Tabla 9. Datos experimentales del movimiento de un balón sobre un riel semicircular.

Lo primero que vamos a hacer es representar estos datos experimentales como función del tiempo, por lo que en la figura 43 podemos ver la gráfica de los valores de la distancia en x contra el tiempo.

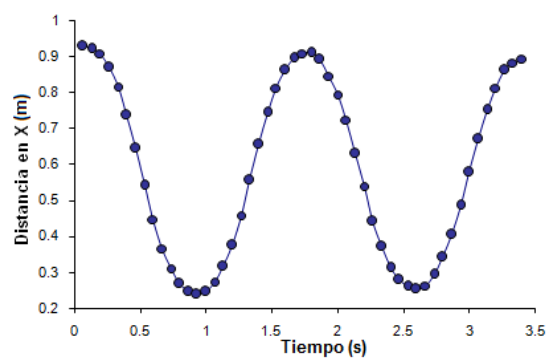


Figura 43. Gráfica de la distancia en X contra tiempo del movimiento de un balón sobre un riel semicircular.

En la figura 44 vamos a mostrar la gráfica de los datos de distancia en Y contra el tiempo.

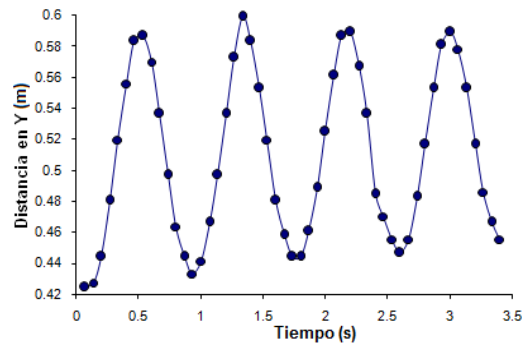


Figura 44. Gráfica de la distancia en Y contra tiempo del movimiento de un balón sobre un riel semicircular.

Vamos a graficar la distancia en Y contra la distancia en X. El resultado es el que se muestra en la figura 45.

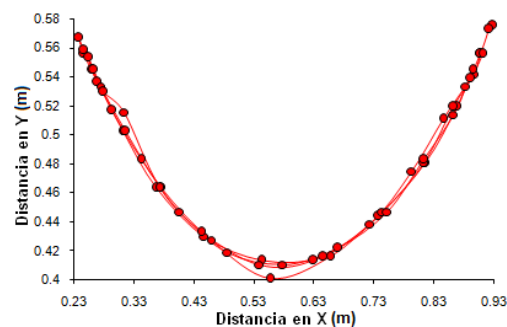


Figura 45. Gráfica de la distancia en Y contra distancia en X del movimiento de un balón sobre un riel semicircular.

En este caso el desarrollo teórico para modelar los datos experimentales implicó también una guía muy grande de los tutores, es importante hacer notar aquí el avance sustancial de los profesores con este tipo de herramientas de laboratorio y los profesores lograron el siguiente desarrollo teórico.

Para establecer las ecuaciones de movimiento para una partícula que se mueve en un riel semicircular con centro O, es necesario observar a: el vector velocidad, las fuerzas así como los desplazamientos de la partícula cuando se mueve del punto 1 al 2. Obsérvese la figura 46, para establecer las relaciones entre las variables físicas que están presentes en este movimiento.

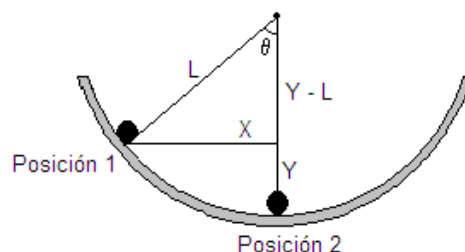


Figura 46. Relaciones entre las variables físicas del experimento de un balón sobre un riel semicircular.

Del triángulo formado en la figura 46, se establece las relaciones de los desplazamientos en X y en Y, las cuales se presentan a continuación:

$$x = L \sin \theta \quad (114)$$

y

$$y = L \cos \theta \quad (115)$$

Como la velocidad angular es

$$\omega = \frac{\theta}{t}, \quad (116)$$

despejando θ obtenemos que:

$$\theta = \omega t \quad (117)$$

Como la partícula se mueve sobre la curva semicircular se puede establecer que las ecuaciones para los desplazamientos quedarán en función de ωt la cuales serán:

$$x = L \sin \omega t \quad (118)$$

y

$$y = L \cos \omega t \quad (119)$$

Las ecuaciones de las componentes de la velocidad se establecen observando que el vector velocidad de la partícula es tangente a la trayectoria semicircular el cual a su vez es perpendicular al radio de esa trayectoria, obsérvese la figura 47.

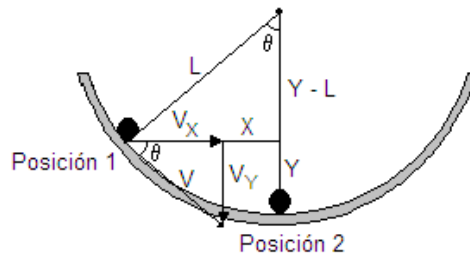


Figura 47. Componentes de la velocidad de un balín sobre un riel semicircular.

Debido a que la partícula se desplaza en un riel semicircular, la magnitud de la velocidad V se calcula al igual que en el movimiento circular uniforme con el producto de la velocidad angular y el radio de la trayectoria, como se expresa en la siguiente ecuación:

$$V = \omega L \quad (120)$$

Las componentes de la velocidad V son V_x y V_y , la magnitud de estas se determina con las siguientes expresiones:

$$V_x = V \cos \theta \quad (121)$$

y

$$V_y = -V \sin \theta \quad (122)$$

Sustituyendo el valor de V y el de θ , se obtienen las ecuaciones para las componentes de la velocidad, las cuales son:

$$V_x = \omega L \cos \omega t = \omega y \quad (123)$$

y

$$V_y = -\omega L \sin \omega t = -\omega x \quad (124)$$

Las ecuaciones para las componentes de la aceleración son:

$$a = \omega^2 L \quad (125)$$

$$a_x = \omega^2 L \sin \theta \quad (126)$$

$$a_y = \omega^2 L \cos \theta \quad (127)$$

$$a_x = \omega^2 L \sin \omega t = \omega^2 x \quad (128)$$

$$a_y = \omega^2 L \cos \omega t = \omega^2 y \quad (129)$$

En las figuras 48 y 49 se muestran las gráficas de velocidad contra tiempo. La primera gráfica que mostraremos en la figura 48 es la velocidad en X.

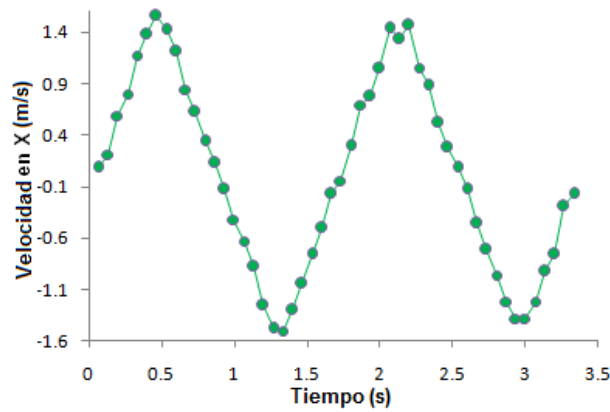


Figura 48. Gráfica de la velocidad en X contra el tiempo de un balón sobre un riel semicircular.

Ahora vamos a graficar la velocidad en Y contra el tiempo. La gráfica de los datos se muestra en la figura 49.

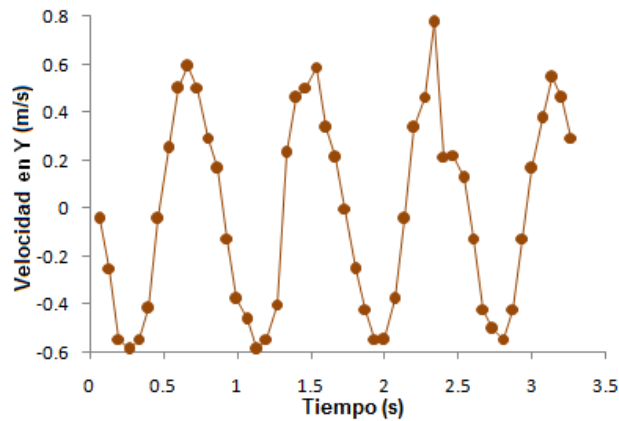


Figura 49. Gráfica de la velocidad en Y contra el tiempo de un balón sobre un riel semicircular.

Como se ve de las gráficas de las figuras 48 y 49, las soluciones a las velocidades son senos y cosenos, tal como lo describe el modelo matemático que se construyó.

9. Oscilador Resorte-Masa.

Vamos con las armas que acabamos de obtener al problema de una masa suspendida de un resorte. En la figura 50 se muestra la imagen de esta práctica en el LVB. Este es otro de los experimentos que en los laboratorios clásicos sólo se emplea para calcular la constante k del resorte, pero nunca se estudia el oscilador.



Figura 50. Imagen del experimento resorte-masa montado en el LVB.

Al realizar el experimento es claro que el resorte con su masa suspendida sólo se mueve en la dirección de x , por lo que los datos que obtuvimos corresponden sólo a X y al tiempo. En la tabla 10 se muestran los datos obtenidos.

Tiempo (s)	Amplitud (m)
0	0.405
0.0334	0.3994
0.0668	0.39
0.1002	0.3827
0.1336	0.3715
0.167	0.3603
0.2004	0.3464
0.2338	0.3352
0.2672	0.324
0.3006	0.3156
0.334	0.3118
0.3674	0.3101
0.4008	0.3118
0.4342	0.3156
0.4676	0.324
0.501	0.3352
0.5344	0.3464
0.5678	0.3603
0.6012	0.3715
0.6346	0.3827
0.668	0.3939
0.7014	0.4012
0.7348	0.405
0.7682	0.405
0.8016	0.4
0.835	0.39
0.8684	0.3799

0.9018	0.3687
0.9352	0.3547
0.9686	0.3436
1.002	0.3324
1.0354	0.3212
1.0688	0.315
1.1022	0.3118
1.1356	0.3101
1.169	0.3128
1.2024	0.3184
1.2358	0.329
1.2692	0.338
1.3	0.3492
1.349	0.3659
1.375	0.3743
1.4084	0.3855
1.4418	0.3939
1.4752	0.3966

Tabla 10. Datos del experimento del oscilador resorte-masa.

Los datos de la tabla los vamos a representar como la distancia en Y contra el tiempo. En la figura 51 se muestra esta representación.

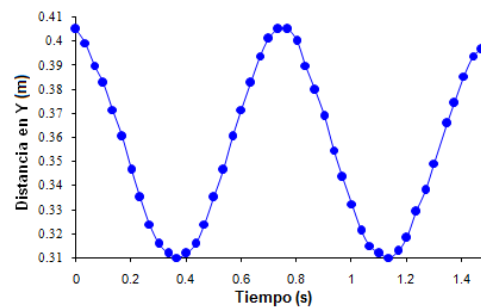


Figura 51. Gráfica de los datos del experimento resorte-masa.

Podemos construir una representación esquemática que nos ayude a poder realizar un modelo matemático de estos datos. Esta representación se muestra en la figura 52.

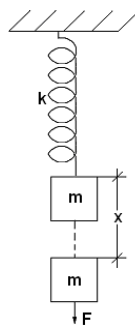


Figura52. Esquema de un resorte con una masa suspendida alongado una distancia x .

Si aplicamos una fuerza F alongamos el resorte una longitud x , desplazándose la masa la misma cantidad. Sabemos por la clásica práctica de laboratorio de la Ley de Hooke, que el problema de un resorte es del tipo de

$$F = -kx, \quad (130)$$

por lo que se espera una solución de oscilador armónico simple.

El problema fundamental es encontrar la expresión para el período. Podemos para resolver el problema emplear el principio de la conservación de la energía. En el sistema la energía inicial está dada por la energía potencial adquirida al alongar el resorte y por lo mismo está dada por la ecuación:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \quad (131)$$

La energía cinética estará dada por la ecuación:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (132)$$

por lo que el principio de conservación de la energía se puede escribir de la forma:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \quad (133)$$

De aquí

$$mv^2 = kx^2 \quad (134)$$

Por lo que

$$\frac{m}{k}v^2 = x^2 \quad (135)$$

Resolvemos para x

$$\sqrt{\frac{m}{k}}v = x \quad (136)$$

pero la velocidad es:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (137)$$

por lo que:

$$\sqrt{\frac{m}{k}} \frac{dx}{dt} = x \quad (138)$$

Así que el periodo será:

$$t = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (139)$$

Conociendo el período podemos conocer la frecuencia ya que sabemos que son inversos,

$$\frac{1}{T} = \omega \quad (140)$$

por lo que:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (141)$$

Podemos sustituir este valor de frecuencia en las ecuaciones para la distancia, la velocidad y la aceleración de un oscilador armónico simple y de esta forma obtener las ecuaciones de movimiento para el problema de resorte masa. Así se obtiene:

$$x = A \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (142)$$

$$v = -A \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (143)$$

$$a = -A \frac{k}{m} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (144)$$

Es claro de nuestro desarrollo que la velocidad debe ser una función senoide. Para verificar nuestro modelo, tomamos las velocidades del experimento resorte-masa y la graficamos contra el tiempo. La gráfica se muestra en la figura 53.

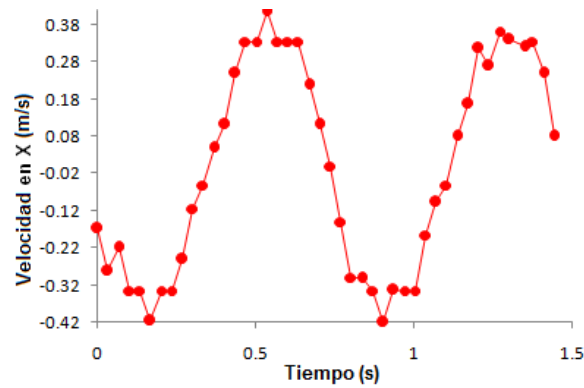


Figura 53. Gráfica de las velocidades en X contra el tiempo en el experimento resorte-masa..

Las velocidades son una senoide lo que corrobora nuestro desarrollo.

10. Leyes de Kepler

En este experimento en el LBV, vamos a tratar de estudiar algo de las Leyes de Kepler y trataremos de desarrollar la Ley de Gravitación de Newton. Para lograr este experimento colocamos un péndulo sostenido de un hilo y girando alrededor de un punto fijo en un extremo para poder obtener una elipse. La posición de la cámara de video fue fundamental en esta toma ya que el ángulo de vista nos puede generar resultados diferentes. En los laboratorios convencionales de Mecánica no existe este tipo de experiencia, por lo que la aproximación que al hecho tienen los estudiantes de nuevo es de buena fe, ya que no tienen experiencia alguna relacionada. No es éste el único de los experimentos realizados en el LBV con estas características, ya que el movimiento circular uniforme, el péndulo, el resorte-masa, el movimiento del balón en un riel curvo, son experiencias en las cuales el tipo de relaciones y gráficas que hemos obtenido en este informe, no se pueden obtener en los laboratorios convencionales. Un claro ejemplo es que les decimos a los estudiantes acerca de las soluciones seno y coseno para los osciladores armónicos, pero nunca les hemos podido demostrar experimentalmente que estos son reales y no sólo teóricos. En las diferentes experiencias planteadas incluyendo ésta, las soluciones senos y cosenos son evidentes, el estudiante las obtiene de sus datos experimentales en el LBV, y al mismo tiempo, ve que el sistema se mueve como se espera en la realidad, ya que es una filmación de esta.

En la figura 54 se muestra una imagen del LBV con esta experiencia.



Figura 54. Experiencia de la Ley de Kepler en el LBV.

Los datos que se obtuvieron de esta experiencia se muestran en la tabla 11.

Tiempo (s)	X (m)	Y (m)
0	0.2594	0.1625
0.0667	0.2813	0.1375
0.1333	0.3094	0.1313
0.2	0.3469	0.1219
0.2667	0.3813	0.1281
0.3333	0.425	0.1375
0.4	0.4719	0.1625
0.4667	0.5281	0.1906
0.5333	0.575	0.2219
0.6	0.625	0.2625
0.6667	0.6656	0.3031
0.7333	0.6969	0.3531
0.8	0.725	0.3938
0.8667	0.7406	0.4406
0.9333	0.7438	0.475
1	0.75	0.5062

1.0667	0.7406	0.5344
1.1333	0.7219	0.55
1.2	0.6969	0.5625
1.2667	0.6594	0.5719
1.333	0.6219	0.5687
1.4	0.575	0.5531
1.4667	0.5313	0.5344
1.5333	0.4844	0.5062
1.6	0.4313	0.4656
1.6667	0.3875	0.4281
1.7333	0.3469	0.3875
1.8	0.3156	0.3344
1.8667	0.2875	0.2938
1.9333	0.275	0.2531
2	0.2625	0.2094
2.0667	0.2656	0.1813
2.1333	0.275	0.1594
2.2	0.2875	0.1313
2.2667	0.3219	0.1219
2.3333	0.3531	0.125
2.4	0.3938	0.125
2.4667	0.4406	0.1375
2.5333	0.4844	0.1625
2.6	0.5313	0.2
2.6667	0.5781	0.2281
2.7333	0.625	0.2687
2.8	0.6625	0.3188
2.8667	0.7	0.3563
2.9333	0.725	0.4
3	0.7375	0.4469
3.0667	0.7406	0.4813
3.1333	0.7438	0.5125
3.2	0.7313	0.5406
3.2667	0.7094	0.5594
3.3333	0.6813	0.5687
3.4	0.65	0.575
3.4667	0.6094	0.5687
3.5333	0.5656	0.5469
3.6	0.5212	0.5281
3.6667	0.475	0.4938
3.7333	0.4219	0.4583
3.8	0.3813	0.4156
3.8667	0.3406	0.375
3.9333	0.3125	0.325
4	0.2906	0.2781
4.0667	0.2813	0.2406
4.1333	0.2719	0.1969

Tabla 11. Datos obtenidos de la práctica de Leyes de Kepler en el LBV.

A partir de los datos experimentales vamos a obtener las gráficas que nos interesan en nuestro experimento. La primera la mostramos en la figura 55, y es la gráfica de posición en X contra el tiempo.

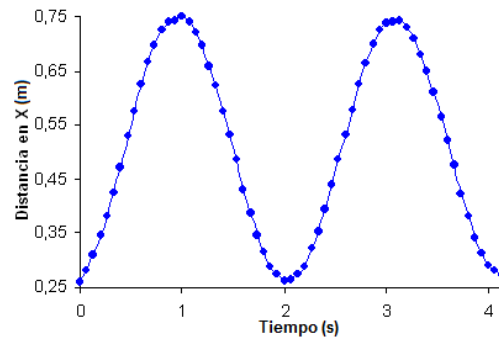


Figura 55. Gráfica de posición X contra el tiempo de la práctica de Leyes de Kepler.

En la figura 56 mostraremos la gráfica de la posición en Y contra el tiempo.

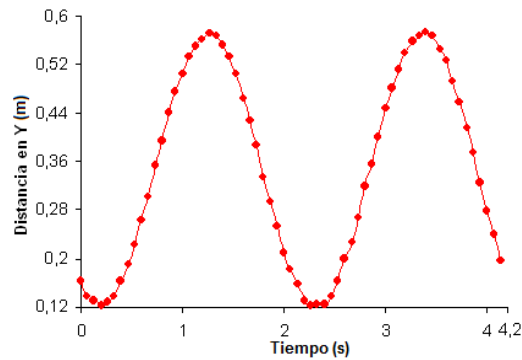


Figura 56. Gráfica de la posición en Y contra el tiempo de la práctica de Leyes de Kepler.

Podemos como en los casos anteriores calcular las velocidades tanto en X como en Y. Los resultados de los cálculos los mostraremos en las figuras 57 a y b.

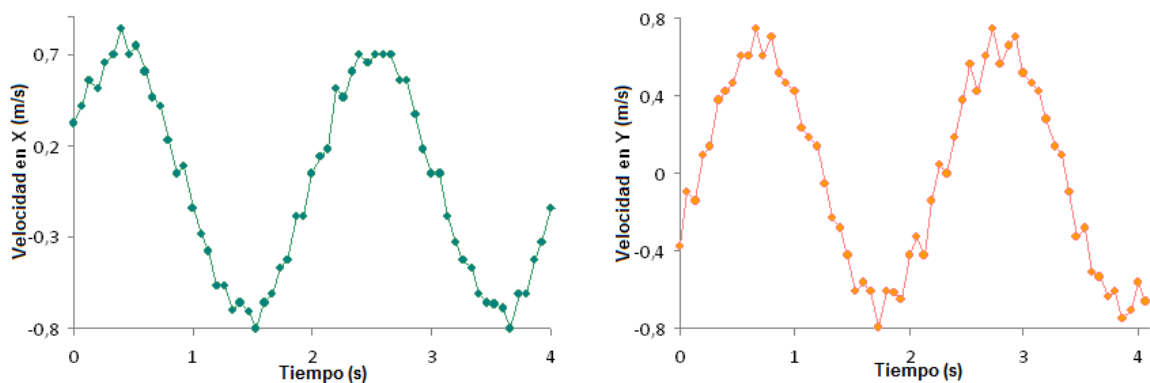


Figura 57. Gráficas de las velocidades en el experimento de las Leyes de Kepler.

(a) Gráfica de la velocidad en x contra tiempo

(b) Gráfica de la velocidad en Y contra tiempo.

La figura 58 muestra una partícula girando alrededor de un punto C.

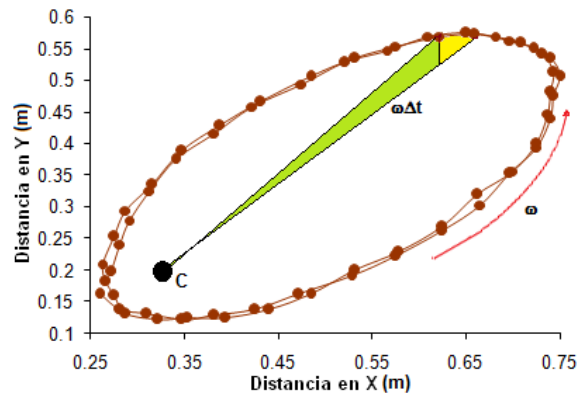


Figura 58. Partícula girando alrededor de un punto de la práctica de Leyes de Kepler.

El área barrida en un radio en un tiempo muy corto Δt , despreciando la región del triángulo pequeño del final, es:

$$\frac{1}{2\Delta t}(r\omega\Delta t)r = \frac{1}{2}\omega r^2, \quad (145)$$

donde $m\omega r^2$ es el momento angular de c , que es equivalente a la segunda ley de Kepler.

La primera ley de Kepler sólo requiere que la fuerza dependa de

$$F \propto \frac{1}{r^2} \quad (146)$$

Como podemos ver, hasta ahora no se ha dicho en ningún momento que la fuerza sobre un planeta proceda del Sol, o sea ejercida por el Sol, sino solamente que está dirigida hacia el Sol y es proporcional a la masa m del planeta e inversamente proporcional a r^2 . El paso siguiente es un ejemplo del genio deductivo de Newton. Si la fuerza que actúa sobre un planeta está dirigida hacia el Sol, ¿no es razonable considerarla como una atracción ejercida por el Sol? Y si el Sol atrae al planeta con una fuerza proporcional a la masa de éste, ¿No podría el planeta atraer al Sol con una fuerza proporcional a la masa solar? En otras palabras, la constante de proporcionalidad incluye como factor la masa del Sol m_s y se puede escribir como Gm_s siendo G una nueva constante universal cuyo valor depende solamente del sistema de unidades empleado. Luego se puede escribir:

$$F = G \frac{m_s m}{r^2} \quad (147)$$

y es elíptica con el Sol en un foco, donde F representa la fuerza sobre el planeta o sobre el Sol, siendo ambas de igual magnitud, de sentidos opuestos y dirigidas a lo largo de la línea recta que une el sol y el planeta. Finalmente Newton supuso que existía una fuerza de gravitación no sólo entre el Sol y un planeta sino entre toda pareja de partículas. De esta forma si las masas de las partículas son m y m' y r es la distancia que las separa,

$$F = G \frac{mm'}{r^2} \quad (148)$$

Esta es la ley de la gravitación universal de Newton: Toda partícula de la materia atrae a otra cualquiera con una fuerza proporcional al producto de las masas de las partículas, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa y dirigida a lo largo de la línea recta que las une. ¡Otra sorpresa! Newton no es tan mágico.

En la gravitación las fuerzas son directamente proporcionales a las masas, a más masa más fuerza, lo que podemos expresar de la forma:

$$F \sim m \text{ y } F \sim m' \quad (149)$$

Así que podemos expresar que

$$F \sim mm' \quad (150)$$

Ya sabemos que de la primera ley de Kepler nos afirma que

$$F \approx \frac{1}{r^2} \quad (151)$$

Y la tercera ley nos dice que

$$T^2 = k r^3 \quad (152)$$

Si tenemos un planeta en una órbita circular con una velocidad v , este debe recorrer la circunferencia de su órbita en un periodo T , así:

$$v = \frac{2\pi}{T} \quad (153)$$

ya que $2\pi r$ es la distancia que recorre y T es el tiempo en el cual recorre esa distancia.

Su aceleración centrípeta será es:

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (154)$$

si sustituimos la velocidad en la ecuación anterior tenemos:

$$a = \frac{4\pi^2 r^2}{r T^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad (155)$$

pero por la tercera ley de Kepler:

$$T^2 = k r^3 \quad (156)$$

Así que:

$$a = \frac{4\pi^2 r}{k r^3} = \frac{4\pi^2}{k r^2} \quad (157)$$

La aceleración en órbita que experimenta un planeta hacia el Sol es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el Sol y él.

La segunda ley de Newton nos dice que:

$$F = ma \quad (158)$$

Como

$$F \sim mm' \quad (159)$$

Podemos afirmar que:

$$\frac{4\pi^2}{k} = Gm \quad (160)$$

por lo que:

$$F = G \frac{mm'}{r^2} \quad (161)$$

que es la ley de gravitación de Newton.

11. Practicas desarrolladas por los profesores

Para realizar este punto se dotó una computadora del laboratorio con una cámara WEB de \$ 350, y se conectó al puerto USB de la máquina. Se instruyó a los profesores acerca del uso del sistema y como poder realizar una película avi empleando Director, de forma tal que ellos pudiesen plantearse un problema filmarlo y poder realizar una experiencia como las anteriores en la herramienta de medición. Los profesores plantearon varias propuestas, de las cuales decidieron tanto por la dificultad académica de explicarlo en sus clases, como por la vialidad en el tiempo de diseñar el equipo para la experiencia de una onda estacionaria en una cuerda. En la figura 59 se muestra la pantalla del laboratorio basado en videos con la práctica.



Figura 59. Experimento basado en video de ondas estacionarias en una cuerda realizada por los profesores.

Los profesores pudieron medir replicar la experiencia varias veces, como lo muestra la figura 60 y aprender a ampliar esta herramienta para el uso en las escuelas.



Figura 60. Experimento basado en video de ondas estacionarias en una cuerda con otras condiciones.

También con filmaciones muy simples y directas, como la que se muestra en las figuras 61 y 62 pensando que pudiesen en forma inmediata ser realizadas por sus estudiantes, realizaron experiencias y desarrollos.



Figura 61. Práctica libre basada en video. Caída de una bola de papel.



Figura 62. Práctica de una masa oscilando de un fleje de acero.

CONCLUSIONES

Comparando los resultados con los de los estudiantes nos damos cuenta que de entrada las cosas más significativas que se encontraron en ambos grupos experimentales fueron:

1. La imposibilidad de construir a partir de los datos experimentales las soluciones completas al experimento.
2. La imposibilidad de construir un esquema teórico que represente lo obtenido en el laboratorio.
3. La absoluta disociación entre la parte teórica de este esquema de movimientos y los resultados de los experimentos.

La diferencia notoria se presentó al trabajar con los profesores los que lograron avances significativos con la guía de los tutores, como se evidencia en los reportes presentados en este trabajo, mientras que con los estudiantes lo más que se logró fue una mejor asimilación de los desarrollos teóricos, que necesitaron ser desarrollados por el profesor en clase.

Otro fenómeno importante que pudimos detectar fue que a los profesores, no digamos a los alumnos, les fue imposible percibir que en todos los casos de osciladores, se encontraban ante el mismo fenómeno físico, el oscilador armónico simple. Cuando después de una discusión con los tutores se les preguntó que encontraban en común, la respuesta general fue que todos los experimentos presentaban soluciones del tipo seno y coseno, pero al preguntarles que tipo de fuerza era aplicada a los sistemas, ninguno pudo dar una respuesta, mucho menos desarrollar algo formal acerca de la pregunta.

Entre las conclusiones más valiosas en este reporte se encuentra el hecho de que por medio de las experiencias en el Laboratorio basado en videos, los profesores lograron vislumbrar fenómenos que nunca habían podido ver en la realidad.

Un claro ejemplo de esto fue poder comprobar experimentalmente que las respuestas de los osciladores son realmente funciones seno y coseno. Uno de los profesores le decía al equipo que durante muchos años había enseñado física en la preparatoria basado en la fe, ya que creía que las cosas eran como lo había estudiado. Si algún alumno le preguntaba los porque de las soluciones, como en preparatoria no saben resolver ecuaciones diferenciales, lo único que le podía contestar era: No me moleste, así lo dice el libro, como si fuera la biblia de la religión del conocimiento científico.

Como ven, decía un profesor, lo que hacemos son actos de fe, pero después de esta experiencia, ya me es evidente que las cosas son como son, y que es cierto lo que plantea el libro de texto.

Otro hecho importante es que al tener el estudiante que posicionar el cursor sobre el punto que desea medir, pequeñas variaciones representan varios pixeles, por lo que no necesariamente todos miden lo mismo y de la misma forma. Lo anterior nos lleva al hecho de la incertidumbre en la medida y a fortalecer las técnicas estadísticas como herramientas necesarias para el modelado. Esto permitió que entendieran en los experimentos con choques las relaciones en contraste con lo medido.

Otras de las cosas que pudimos concluir de la experiencia fue la facilidad de manejo del sistema por los estudiantes. Realmente no presento problema alguno su uso, tanto que todos los profesores pidieron una copia para poderlo emplear en sus clases.

Si analizamos este informe técnico, construido con las aportaciones de los maestros, se puede convertir en forma simple en un texto digital multimedia de la Mecánica, ya que las construcciones de todos los puntos se dieron a partir de los experimentos. A nuestro parecer sólo falta filmar en video una práctica más, el tiro parabólico. Ya que reúne muchos de los aspectos que se desean analizar en los cursos de Mecánica. Existen formas de poder visualizar el tiro parabólico, pero son caras ya que implican sistemas de goteo y lámparas estroboscópicas, además de cámaras fotográficas. Lo que lo hace además difícil de manejar. La práctica en video montada sobre el LBV, sería muy económica. Este es el siguiente paso a dar.

Para el caso de la preparatoria, los profesores en el tercer grado, en el cual ya llevaron cálculo diferencial, el método de mínimos cuadrados lo exponen desarrollándolo para el caso de la recta que pasa por el origen, dado que en él no se requieren derivadas parciales, como en el anexo C de este informe, por lo que todos los temas quedan desarrollados y fundamentados.

De todo lo anterior podemos afirmar que el sistema de laboratorios basados en video del CCADET, es una herramienta útil para la enseñanza de la física y a un costo despreciable. Todas las experiencias se realizaron con una Laptop modelo 1979 Toshiba, con una memoria de 512K de ram y un disco duro de 60MB, con Windows 2000. Si vemos esto podríamos afirmar que todas las computadoras que en la UNAM se dan de baja por obsoletas, podrían con este software ser usadas como máquinas para el LBV, lo que significaría tener muy buenos laboratorios a muy bajo costo.

Anexo A. Programa del LBV.

Este es el listado del programa para el manejo del laboratorio basado en videos. El programa está realizado bajo el paquete Director de Macromedia versión MX 2004, que es parte de la suite adquirida por el grupo, por lo que tenemos la licencia de uso. El programa es un ejecutable que corre en cualquier versión de Windows, así como en software libre. Los comentarios al programa se muestran en rojo y el programa formal en negro.

Este programa permite el manejo del mouse tanto para poder desplazar la película del experimento cuadro por cuadro, como para poder encontrar los valores de los pixeles en X como en Y. Para que esto funcione en la realidad experimental también el programa cuenta con una parte en la cual se da la traducción de pixeles a unidades físicas, como se explicó en el capítulo 1.

También el programa cuenta con la parte gráfica de la carátula de presentación del laboratorio.

-- DESCRIPCIÓN --

```
on getBehaviorDescription me
return \
"ROLLOVER CURSOR CHANGE" & RETURN & RETURN & \
"Cambia el cursor mientras el mouse está encima del area marcada. " & \
"Elige uno de los dos punteros two 1-bit 16x16 pixel bitmap members: uno para actuar como la imagen
del puntero y el otro para definir las áreas opaca y transparente del cursor. " & RETURN & RETURN & \
"TIPS:" & RETURN & \
"Coloca un simple pixel en el topRight and bottomLeft de la imagen para crear un mapa de 17x17
pixeles. " & \
" Los pixels extra que no aparecen en el cursor alínean la máscara con ellos." & \
"Lo que asegura que el área opaca rodee la imagen del cursor correctamente." & RETURN & RETURN
& \
"Poner el regPoint de la imagen para definir el hotspot del." & RETURN & RETURN & \
"PARAMETERS:" & RETURN & \
"* EITHER – Se usa uno de los cursors contruidos." & RETURN & RETURN & \
"* OR – Usar la imagen bitmap propia." & RETURN & \
"* Custom Image " & RETURN & \
"* Custom Mask" & RETURN & RETURN & \
"Usar estas custom images, asegura que " & QUOTE & "1 bit bitmap" & QUOTE & " se seleccione
como tipo de cursor."
end getBehaviorDescription
```

```
on getBehaviorTooltip me
return \
"Se usa con miembros gráficos." & RETURN & RETURN & \
"Modifica el cursor cuando el mouse se pasa sobre una." & RETURN & RETURN & \
end getBehaviorTooltip
```

-- Propiedades --

```
property spriteNum
-- author-defined parameters
property myCursorType
property myBuiltInCursor
property myCursorMember
```

```
property myCustomCursor
property myCustomMask
-- internal properties
property mySprite
property mySavedCursor
```

-- Eventos manejados --

```
on beginSprite me
  SetSpriteCursor me
end beginSprite
```

```
on endSprite me
  mySprite.cursor = mySavedCursor
end endSprite
```

-- Manejos comunes --

```
on SetSpriteCursor me

  mySprite = sprite (me.spriteNum)
  -- Save cursor to revert to
  mySavedCursor = mySprite.cursor

  -- Set the cursor of the sprite
  if voidP (myCursorType) then
    mySprite.cursor = myBuiltInCursor
    exit
  end if

  case myCursorType of
    "Built-in cursor":
      mySprite.cursor = myBuiltInCursor
    "Cursor Member":
      myCursorMember = value (myCursorMember)
      cursorList = [myCursorMember.number]
      mySprite.cursor = cursorList
    "1 bit bitmap":
      myCustomCursor = value (myCustomCursor)
      cursorList = [myCustomCursor.number]
      if myCustomMask <> "no mask" then
        myCustomMask = value (myCustomMask)
        cursorList.append(myCustomMask.number)
      end if
      mySprite.cursor = cursorList
  end case
end SetSpriteCursor
```

-- Definición de parámetros --

```

on isOKToAttach (me, aSpriteType, aSpriteNum)
case aSpriteType of
#graphic:
return TRUE
#script:
return FALSE
end case
end isOKToAttach

on getPropertyDescriptionList me

if not the currentSpriteNum then exit

propertyDescriptionList = [:]
cursorTypes = []
cursorMembersList = GetCursorMembers (me)
cursorBitmapsList = GetCursorBitmaps (me)
cursorMasksList = duplicate (cursorBitmapsList)
cursorMasksList.addAt (1, "no mask")

cursorMembers = cursorMembersList.count()
bitmapCursors = cursorBitmapsList.count()
if cursorMembers then
cursorTypes.append ("Cursor Member")
end if
if bitmapCursors then
cursorTypes.append ("1 bit bitmap")
end if
if cursorTypes.count() then
cursorTypes.addAt (1, "Built-in cursor")
propertyDescriptionList.addProp \
( \
#myCursorType, \
[ \
#comment: "CHOICE OF TYPE - Use which type of cursor?", \
#format: #string, \
#range: cursorTypes, \
#default: cursorTypes[1]\
] \
)

-- Descripción de propiedades, cursor --

propertyDescriptionList.addProp \
( \
#myBuiltInCursor, \
[ \
#comment: "CHOICE OF CURSOR - Built-in cursor:", \
#format: #cursor, \
#default: 280\
] \
)
else
return \
[ \
#myBuiltInCursor: \

```

```

[\
#comment: "Use which cursor?", \
#format: #cursor, \
#default: 280\
]\
] \
end if

if cursorMembers then
    propertyDescriptionList.addProp \
( \
#myCursorMember, \
[\
#comment: "-          Cursor member:", \
#format: #member, \
#range: cursorMembersList, \
#default: cursorMembersList[1] \
]\
) \
end if

if bitmapCursors then
    propertyDescriptionList.addProp \
( \
#myCustomCursor, \
[\
#comment: "- 1 bit bitmap (image)", \
#format: #bitmap, \
#range: cursorBitmapsList, \
#default: cursorBitmapsList[1]\
]\
) \
)

```

-- Lista de descripción de propiedades --

```

propertyDescriptionList.addProp \
( \
#myCustomMask, \
[\
#comment: "1 bit bitmap (mask)", \
#format: #bitmap, \
#range: cursorMasksList, \
#default: cursorMasksList[1]\
]\
) \
end if

```

```

return propertyDescriptionList
end

```

--Acciones del cursor --

```

on GetCursorMembers me
    cursorMembersList = []
    maxCastLib = the number of castLibs
    repeat with theCastLib = 1 to maxCastLib

```

```

maxMember = the number of members of castLib theCastLib
repeat with memberNumber = 1 to maxMember
  theMember = member(memberNumber, theCastLib)
  if theMember.type = #cursor then
    if theMember.name = EMPTY then
      cursorMembersList.append(theMember)
    else
      cursorMembersList.append(theMember.name)
    end if
  end if
end repeat
end repeat
return cursorMembersList
end GetCursorMembers

```

```

on GetCursorBitmaps me
  cursorBitmapsList = []
  maxCastLib = the number of castLibs
  repeat with theCastLib = 1 to maxCastLib
    maxMember = the number of members of castLib theCastLib
    repeat with memberNumber = 1 to maxMember
      theMember = member(memberNumber, theCastLib)
      if theMember.type = #bitmap then
        if theMember.depth > 1 then next repeat
        if theMember.width > 20 then next repeat
        if theMember.height > 20 then next repeat

        if theMember.name = EMPTY then
          cursorBitmapsList.append(theMember)
        else
          cursorBitmapsList.append(theMember.name)
        end if
      end if
    end repeat
  end repeat
  return cursorBitmapsList
end GetCursorMembers

```

-- Acciones del mouse --

```

on mouseDOWN me
  global MovieMe

  set the member of sprite (the spriteNum of me) = DownNum
  set the button_active of me = TRUE

  -- set MovieMe = the movierate of sprite the VideoSprite of me
  set the MOVIERATE of sprite the VideoSprite of me = 0
  set tiempo = the movieTime of sprite the VideoSprite of me
  set tiempo = tiempo + 4
  set the movieTime of sprite the VideoSprite of me = tiempo
  set the text of member "tiempo" to " -----"
  set the text of member "distancia" to " -----"
  set the text of member "distanciaY" to " -----"
  updatestage

```

end

on mouseUP me
 global MovieMe

 set the member of sprite (the spriteNum of me) = UpNum
 set the button_active of me = false

 -- set the MOVIERATE of sprite the VideoSprite of me = MovieMe
end

on mouseUpOutside me
 -- mouse leave will set the picture to up
 set the button_active of me = false
end

on mouseLeave me
 if the button_active of me then
 set the member of sprite (the spriteNum of me) = UpNum
 end if
end

on mouseEnter me
 if the button_active of me then
 set the member of sprite (the spriteNum of me) = DownNum
 end if
end

on getPropertyDescriptionList
 set description = []
 if the currentspritenum = 0 then
 set memdefault = 0
 else
 set memref = the member of sprite the currentspritenum
 set castlibnum = the castlibnum of memref
 set memdefault = member (the membernum of member memref + 1, castlibnum) --of castlib castlibnum
 end if

 addprop description, #videoSprite, [#comment: "Video Sprite:",
 #format: #integer,
 #default: the currentspritenum + 2],

 addprop description, #DownCM, [#default: memdefault,
 #format: #bitmap,
 #comment: "Pict for Down:"]

 return description

end

-- Funciones de video y medida --

En el getBehaviorDescription return -

"Invoca la función Fast para un sprite de video digital. Coloca el pushboton." & RETURN & -

"PARAMETERS:" & RETURN & -

"• Video Sprite – número de canales de video en los cuales el video se despliega."

-- return "Rewinds Video Sprite on MouseUp" en getAssocMembers --agregado, fmk fija el myPropList
= [el downCM] vuelve los getAssocMembers del final del myPropList
end

on getAssocMembers --added, fmk
set myPropList = [downCM]

return myPropList
end getAssocMembers

on startMovie
global ruta
global fxObj
ruta = the applicationPath & "AVIS320\"

--ruta = "C:\Users\Pepito\Desktop\informes tecnicos\Nuevos\Laboratorio LBV
fxObj = xtra("FileXtra4").new()

caidalibre
inicializa
installMenu member "menuP"
updateStage
end

on keyDown
global fisica
global fisicaBkup
global factor
global hVideo

if (the key = RETURN) then
set fisica = value(the text of member "anchoFisico")
if (fisica <> 0) then
set fisica = 1.0 * fisica
set fisicaBkup = fisica
set factor = fisica / hVideo
set the text of member "factor" to string (factor)
set the text of member "tiempo" to " -----"
set the text of member "distancia" to " -----"
set the text of member "distanciaY" to " -----"
else
beep
alert "El ancho introducido no es un número válido"
set fisica = fisicaBkup
set the text of member "anchoFisico" to string(fisica)
end if
else
pass
end if
end

```

on mouseDown
    global factor
    global horiz
    global fisica
    global vertical

    set valor = horiz * factor
    set the text of member "distancia" to string (valor)

    set valor = vertical * factor
    set the text of member "distanciaY" to string(valor)

    set nuevoTiempo = the movieTime of sprite 1 / 60.0
    set the text of member "tiempo" to string (nuevoTiempo)
end

```

```

on enterFrame
    global horiz
    global vertical
    global vVideo
    global tiempo

    if rollover(1) then
        set horiz = the mouseH - the left of sprite 1
        set vertical = the mouseV - the top of sprite 1
        set vertical = vVideo - vertical - 1
        set the text of member "Y" to string(vertical)
        set the text of member "X" to string(horiz)
    else
        if (the text of member "Y" <> "") then
            set the text of member "Y" to ""
            set the text of member "X" to ""
        end if
    end if

    set tiempo = the movieTime of sprite 1 / 60.0
end enterFrame

```

```

on exitFrame
    go to the frame
end

```

--Selección de práctica --

```

on rectilineoU
    global ruta

    set the text of member 34 to "Movimiento rectilineo uniforme"
    archivo = ruta & "Mec2.avi"
    put archivo
    set the fileName of member "mec2" to archivo
    inicializa
end

```

```

on aceleracionU
    global ruta

    set the text of member 34 to "Movimiento uniformemente acelerado"
    set the fileName of member "mec2" to ruta & "mec1"
    inicializa
end

```

```

on salir
    fxObj = 0
    quit
end

```

```

on inicializa

```

```

    global factor
    global horiz
    global vertical
    global tiempo
    global fisica
    global fisicaBkup
    global hVideo
    global vVideo

```

```

    set vertical = 0
    set horiz = 0
    set hVideo = the width of sprite 1
    set vVideo = the height of sprite 1
    set fisica = 1.0
    set fisicaBkup = 1.0
    set factor = fisica / hVideo
    set valor = 0
    set tiempo = 0.0

```

```

    set the MOVIERATE of sprite 1 = 0
    set the movieTime of sprite 1 = tiempo
    sendsprite(28, #beginSprite)
    sendsprite(29, #beginSprite)

```

```

    set the text of member "X" to ""
    set the text of member "Y" to ""
    set the text of member "anchoFisico" to string (fisica)
    set the text of member "anchoVideo" to string (hVideo)
    set the text of member "factor" to string (factor)
    set the text of member "tiempo" to " -----"
    set the text of member "distancia" to " -----"
    set the text of member "distanciaY" to " -----"

```

```

end

```

```

on caidaL
    global ruta

```

```

    set the text of member 34 to "Caida libre"

```

```

    set the fileName of member "mec2" to ruta & "mec6"
    inicializa
end

on circularU
    global ruta

    set the text of member 34 to "Movimiento circular uniforme"
    set the fileName of member "mec2" to ruta & "mec10"
    inicializa
end

on m1Im2
    global ruta

    set the text of member 34 to "Conservación de la energía con  $m_1 = m_2$ "
    set the fileName of member "mec2" to ruta & "mec3"
    inicializa
end

on m1Mm2
    global ruta

    set the text of member 34 to "Conservación de la energía con  $m_1 > m_2$ "
    set the fileName of member "mec2" to ruta & "mec5"
    inicializa
end

on m1Cm2
    global ruta

    set the text of member 34 to "Conservación de la energía con  $m_1 < m_2$ "
    set the fileName of member "mec2" to ruta & "mec4"
    inicializa
end

on m1Im2V
    global ruta

    set the text of member 34 to "Conservación de la energía con  $m_1 = m_2$  y  $v > 0$ "
    set the fileName of member "mec2" to ruta & "mec8"
    inicializa
end

on m1Mm2V
    global ruta

    set the text of member 34 to "Conservación de la energía con  $m_1 > m_2$  y  $v > 0$ "
    set the fileName of member "mec2" to ruta & "mec9"
    inicializa
end

on pendulo
    global ruta

    set the text of member 34 to "Péndulo"

```

```

    set the fileName of member "mec2" to ruta & "mec11"
    inicializa
end

on abreArchivo
    global ruta
    global fxObj

    pelicula = fxObj.fx_FileOpenDialog(ruta, "Avi Files/*.avi", "Ver otro video", TRUE, TRUE)

    If pelicula <> "" then
        set the fileName of member "mec2" to pelicula
        nombrePeliculaCorto = buscaNombre(pelicula)
        set the text of member 34 to nombrePeliculaCorto
        inicializa
    end if
end

on buscaNombre input
    output = ""
    repeat while input contains "\"
        currOffset = offset("\", input)
        delete input.char [1.. currOffset]
    end repeat
    return input
end

```

-- Colocación de un botón de Toggle Button --

Se comporta como una "palanca", se fija en ON estado y de estado con el click. -- también funciones a través del a mazarota manejando el mensaje 'Toggle' and 'SetValue {0|1}', -- por ejemplo si este comportamiento fue asignado al sprite 5, use -- sendsprite 5, #Toggle

```

property PlayMember, PlayMemberNum, StopMember, StopMemberNum
property PlayRate, VideoSprite, savedPlayRate
-- when stopped, savePlayRate stores curent play rate before stopping
property PlayMemberName --added, fmk
property StopMemberName --added, fmk
--property PausePlayDefault --added, fmk

on Toggle me
    if PlayRate <> 0 then --we're playing
        set savedPlayRate = PlayRate
        set PlayRate = 0
        SetValue (me, 0)
    else --we're stopped
        set the text of member "tiempo" to "  ----"
        set the text of member "distancia" to "  ----"
        set the text of member "distanciaY" to "  ----"

        set PlayRate = savedPlayRate
        setValue (me, PlayRate)
    end if
    set the movieRate of sprite VideoSprite = the playRate of me

```

end

```
on SetValue me, v_me -- changes the image
if v_me = 0 then -- setting "OFF"
    set the member of sprite the spriteNum of me = the playMember of me
    -- put "should be swapping to playMember"
else -- setting "ON"
    set the member of sprite the spriteNum of me = the stopMember of me
    -- put "should be swapping to stopMember"
end if
end
```

-- Eventos típicos --

```
on mouseUp me
    Toggle me
end
```

```
on beginSprite me
    set s = the spriteNum of me -- assume this is picture of stop.
```

```
    set playMemberNum = member the PlayMemberName of me --added, fmk
    set stopMemberNum = member the StopMemberName of me --added, fmk
```

```
    -- set the stopMember of me = the member of sprite s --commented out, fmk
    --above logic assumed that the beginning state of QT movie would be "playing", thus requiring a "stop"
    button
```

```
    set the stopMember of me = member the StopMemberNum of me --added, fmk
    set the playMember of me = member the PlayMemberNum of me
```

```
    -- set savePlayRate = 0 --commented out, fmk... is this needed since it is set in following lines of script?
    set the PlayRate of me = the movieRate of sprite VideoSprite
    if the PlayRate of me = 0 then set savePlayRate = 1
    else set savePlayRate = 0
    -- put "QT MovieRate = " & the movieRate of sprite VideoSprite && "playRate = " & PlayRate &&
    "savePlayRate = " & savePlayRate
```

```
    if playRate <>0 then --we're playing
        SetValue( me, playRate )
        set savedPlayRate = playRate
    else --we're stopped
        SetValue( me, 0 )
        set savedPlayRate = 1
    end if
```

end

```
on getPropertyDescriptionList
    set description = [:
```

```
        addprop description, #VideoSprite, [ #default: the currentspritenum + 4, ~
            #format:#integer, ~
            #comment: "Video Sprite:"] ~
```

```
        addprop description, #PlayMemberName, [ #comment: "Member Name of Play Image:", ~
```

```

        #format: #bitmap, ~
        #default: "QTplay" ] ~

addprop description, #StopMemberName, [ #comment: "Member Name of Stop Image:", ~
        #format: #bitmap, ~
        #default: "QTStop" ] ~

return description

end

on getBehaviorDescription
    return ~
    "Toggle to control digital video sprite. Drag to picture of stop image. Will check what the video is doing
    and display the appropriate button." & RETURN & ~
    "PARAMETERS:" & RETURN & ~
    "• Video Sprite - sprite number of video." & RETURN & ~
    "• Play Image - number of castmember providing image displayed when QT is stopped."
end

on getAssocMembers --added, fmk
    -- set myPropList = [PlayMemberName, StopMemberName]
    set myPropList = [StopMemberName, "Widget Area"]

    return myPropList
end getAssocMembers

--edited by fmk, 2/19/97

-- Prueba de la hiperegla deslizable para manejar el video --

-- Control -- requiere a miembro del cast extendido" -- eso limita la gama que el resbalador "resbala" --
Envía un mensaje cuando se hace el seguimiento. -- Envía opcionalmente el valor dinámicamente --

property pDuration, pMovieTime, VideoSprite

property horizontal -- if false, vertical
property extentSprite
property hiliteMember -- looks like the handle plus hilite graphics
property normalMember --normal state of slider button, fmk
-- also holds the member of handle while hilited

property tracking --tracking is the state of whether or not the slider is being dragged, fmk
property newLocH
property newLocV

property sending -- if true, sends value when parked
property dynamic -- if true and sending true, sends value while tracking
property style -- [sendAllSprites, SendSprite, Call]
property addressee -- which spritenum gets the message if SendSprite or Call
property name -- Sliders identity so messages can be traced
property notify_list -- list of sprites to receive event, only has 1 item this time

property min, max -- the range the slider maps to

```

```

property valrange -- the difference of max and min, set on begin
property minScreen, maxScreen -- calculated from the screen coords of the extent
property currentScreenVal -- the data point in screen coords, set in tracking
property extentlength -- in screen coords, set on begin

property CurrentVal

on getPropertyDescriptionList
    set description = [:]

    if the currentspritenum = 0 then
        set memdefault = 0
    else
        set memref = the member of sprite the currentspritenum
        set castlibnum = the castlibnum of memref
        set memdefault = member (the membernum of member memref + 1, castlibnum) --of castlib castlibnum
    end if

    addprop description, #hiliteMember, [#default:memdefault,~
        #format:#bitmap,~
        #comment:"Pict for Down:"]

    addprop description, #VideoSprite, [#default: the currentspritenum + 5,~
        #format:#integer,~
        #comment: "Video Sprite:"]

    addprop description, #extentSprite, [#default: the currentspritenum - 5,~
        #format:#integer,~
        #comment: "Slider Constraint Sprite:"]

    addprop description, #horizontal, [#default: 1,~
        #format:#boolean,~
        #comment: "Horizontal (if not vertical):"]

    addprop description, #dynamic, [#default: 1,~
        #format:#boolean,~
        #comment: "Dynamic:"]

    return description
end

on getBehaviorDescription
    return "Video Control Slider"
end

on getAssocMembers --added, fmk
    set myPropList = [hiliteMember]

    return myPropList
end getAssocMembers
-----

on compute_val me
    -- relies on tracking to update the currentScreenVal (different for Hor, Vert)
    set val = 0.0

```

```

set val = float(the currentScreenVal of me) / float (the extentlength of me)
set val = val * the valrange of me
set val = val + the min of me
return val
end

```

```

on send_the_val me, val
-- sets the digital video time to the val * paramter {0 - movieduration}
set pMovieTime = val * pDuration
set the movieTime of sprite VideoSprite to pMovieTime

end

```

-- Duración del Sprite de video --

```

on beginSprite me

set pDuration = the duration of sprite VideoSprite

set the min of me = 0.0
set the max of me = 1.0
set the sending of me = true

--
set handle = the spritenum of me
set the tracking of me = FALSE
set the newLoCH of me = the locH of sprite handle
set the newLocV of me = the locV of sprite handle

if the horizontal of me then
set the newLocV of me = the locV of sprite the extentSprite of me
set the minScreen of me = the left of sprite the extentSprite of me
set the maxScreen of me = the right of sprite the extentSprite of me
else -- vertical slider
--are the minScreen and maxScreen left and right, or should they be top and bottom for a vertical
slider? fmk
set the newLoCH of me = the locH of sprite the extentSprite of me
set the minScreen of me = the left of sprite the extentSprite of me
set the maxScreen of me = the right of sprite the extentSprite of me
end if

puppetsprite handle, TRUE -- take this out when beginSpriteAutoPuppet fixed --is this still needed? fmk
set the stretch of sprite handle = FALSE --added, fmk

set the locH of sprite handle to the newLoCH of me
set the locV of sprite handle to the newLocV of me

set the valrange of me = the max of me - the min of me
set the extentlength of me = the maxScreen of me - the minScreen of me

if the sending of me = FALSE then -- check for wrong input (dyn true, send false)
set the dynamic of me = FALSE
end if

-- set CurrentVal = compute_val()

```

```
set the normalMember of me = the member of sprite the spriteNum of me --fmk
```

```
global movieMe
set movieMe = the movierate of sprite the videoSprite of me --trr
end
```

```
on endSprite me --added, fmk
  puppetSprite the spriteNum of me, FALSE
end
```

```
-- Preparación del marco --
```

```
--on prepareFrame me
on exitFrame me
  -- limits motion of handle to extents of extentSprite
  -- and locks the handle to the track of the extentSprite
```

```
if tracking then
  set handle = the spriteNum of me
  set extent = the extentSprite of me
```

```
if the horizontal of me then
  set the newLocH of me = the mouseH
  set the newLocV of me = the locV of sprite extent
  if the newLocH of me < the left of sprite extent then
    set the newLocH of me = the left of sprite extent
  end if
  if the newLocH of me > the right of sprite extent then
    set the newLocH of me = the right of sprite extent
  end if
```

```
  set the currentScreenVal of me = the newLocH of me - the minScreen of me
```

```
else -- vertical slider
  set the newLocH of me = the locH of sprite extent
  set the newLocV of me = the mouseV
  if the newLocV of me < the top of sprite extent then
    set the newLocV of me = the top of sprite extent
  end if
  if the newLocV of me > the bottom of sprite extent then
    set the newLocV of me = the bottom of sprite extent
  end if
```

```
  set the currentScreenVal of me = the newLocV of me - the minScreen of me
```

```
end if -- if vertical
```

```
set the locH of sprite handle to the newLocH of me
set the locV of sprite handle to the newLocV of me
```

```
if the dynamic of me then
  send_the_val me, compute_val (me)
end if
```

```

else -- end if tracking, control slider position by movieTime

set x = float(the movieTime of sprite VideoSprite)/ float(pDuration)

set handle = the spriteNum of me
set extent = the extentSprite of me

if the horizontal of me then
    set ScreenX = the left of sprite extent + (x * (the right of sprite extent - the left of sprite extent))
    set the newLocH of me = screenX
    set the newLocV of me = the locV of sprite extent
    if the newLocH of me < the left of sprite extent then
        set the newLocH of me = the left of sprite extent
    end if
    if the newLocH of me > the right of sprite extent then
        set the newLocH of me = the right of sprite extent
    end if

    set the currentScreenVal of me = the newLocH of me - the minScreen of me

else -- vertical slider
    set ScreenY = the top of sprite extent + (x * (the bottom of sprite extent - the top of sprite extent))
    set the newLocH of me = the locH of sprite extent
    set the newLocV of me = ScreenY
    if the newLocV of me < the top of sprite extent then
        set the newLocV of me = the top of sprite extent
    end if
    if the newLocV of me > the bottom of sprite extent then
        set the newLocV of me = the bottom of sprite extent
    end if

    set the currentScreenVal of me = the newLocV of me - the minScreen of me

end if -- if vertical

set the locH of sprite handle to the newLocH of me
set the locV of sprite handle to the newLocV of me

end if

end

```

--Operación del mouse en la medición --

```

on mouseDown me
    set the text of member "tiempo" to " -----"
    set the text of member "distancia" to " -----"
    set the text of member "distanciaY" to " -----"

    set tracking = TRUE
    -- set temp = the member of sprite the spritenum of me --commented out, fmk
    set the member of sprite the spritenum of me = member the hiliteMember of me
    -- set the hiliteMember of me = temp --commented out, fmk
end

```

```

on mouseUp me
    set tracking = FALSE
    -- set temp = the member of sprite the spritenum of me --commented out, fmk
    -- set the member of sprite the spritenum of me = member the hiliteMember of me --commented out, fmk
    -- set the hiliteMember of me = temp --commented out, fmk

    set the member of sprite the spritenum of me = member the normalMember of me --added, fmk

    if the sending of me then
        set x = compute_val (me)
        send_the_val me, x
    end if

    -- beep --debug, fmk
end

on mouseUpOutside me
    set tracking = FALSE
    -- set temp = the member of sprite the spritenum of me --commented out, fmk
    -- set the member of sprite the spritenum of me = member the hiliteMember of me --commented out, fmk
    set the member of sprite the spritenum of me = member the normalMember of me --added, fmk
    -- set the hiliteMember of me = temp --commented out, fmk

    if the sending of me then
        set x = compute_val (me)
        send_the_val me, x
    end if

end

on mouseEnter me

end

on mouseLeave me

end

-- Prueba de la hiperegla deslizable para manejar el video --

-- Control -- requiere a miembro del cast extendido" -- eso limita la gama que el resbalador "resbala" --
Envía un mensaje cuando se hace el seguimiento. -- Envía opcionalmente el valor dinámicamente --

property pDuration, pMovieTime, VideoSprite

property horizontal -- if false, vertical
property extentSprite
property hiliteMember -- looks like the handle plus hilite graphics
property normalMember --normal state of slider button, fmk
-- also holds the member of handle while hilited

property tracking --tracking is the state of whether or not the slider is being dragged, fmk
property newLocH
property newLocV

```

```

property sending -- if true, sends value when parked
property dynamic -- if true and sending true, sends value while tracking
property style -- [sendAllSprites, SendSprite, Call]
property addressee -- which spritenum gets the message if SendSprite or Call
property name -- Sliders identity so messages can be traced
property notify_list -- list of sprites to receive event, only has 1 item this time

property min, max -- the range the slider maps to
property valrange -- the difference of max and min, set on begin
property minScreen, maxScreen -- calculated from the screen coords of the extent
property currentScreenVal -- the data point in screen coords, set in tracking
property extentlength -- in screen coords, set on begin

property CurrentVal

on getPropertyDescriptionList
  set description = [:]

  if the currentspritenum = 0 then
    set memdefault = 0
  else
    set memref = the member of sprite the currentspritenum
    set castlibnum = the castlibnum of memref
    set memdefault = member (the membernum of member memref + 1, castlibnum) --of castlib castlibnum
  end if

  addprop description, #hiliteMember, [#default:memdefault,↵
    #format:#bitmap,↵
    #comment:"Pict for Down:"]

  addprop description, #VideoSprite, [#default: the currentspritenum + 5,↵
    #format:#integer,↵
    #comment: "Video Sprite:"]

  addprop description, #extentSprite, [#default: the currentspritenum - 5,↵
    #format:#integer,↵
    #comment: "Slider Constraint Sprite:"]

  addprop description, #horizontal, [#default: 1,↵
    #format:#boolean,↵
    #comment: "Horizontal (if not vertical):"]

  addprop description, #dynamic, [#default: 1,↵
    #format:#boolean,↵
    #comment: "Dynamic:"]

  return description
end

on getBehaviorDescription
  return "Video Control Slider"
end

on getAssocMembers --added, fmk
  set myPropList = [hiliteMember]

```

```
return myPropList
end getAssocMembers
-----
```

```
on compute_val me
-- relies on tracking to update the currentScreenVal (different for Hor, Vert)
set val = 0.0
set val = float(the currentScreenVal of me) / float (the extentlength of me)
set val = val * the valrange of me
set val = val + the min of me
return val
end
```

```
on send_the_val me, val
-- sets the digital video time to the val * paramter {0 - movieduration}
set pMovieTime = val * pDuration
set the movieTime of sprite VideoSprite to pMovieTime

end
```

```
on beginSprite me
```

```
set pDuration = the duration of sprite VideoSprite
```

```
set the min of me = 0.0
set the max of me = 1.0
set the sending of me = true
```

```
set handle = the spritenum of me
set the tracking of me = FALSE
set the newLocH of me = the locH of sprite handle
set the newLocV of me = the locV of sprite handle
```

```
if the horizontal of me then
set the newLocV of me = the locV of sprite the extentSprite of me
set the minScreen of me = the left of sprite the extentSprite of me
set the maxScreen of me = the right of sprite the extentSprite of me
else -- vertical slider
--are the minScreen and maxScreen left and right, or should they be top and bottom for a vertical
slider? fmk
set the newLocH of me = the locH of sprite the extentSprite of me
set the minScreen of me = the left of sprite the extentSprite of me
set the maxScreen of me = the right of sprite the extentSprite of me
end if
```

```
puppetsprite handle, TRUE
```

```
set the locH of sprite handle to the newLocH of me
set the locV of sprite handle to the newLocV of me
```

```
set the valrange of me = the max of me - the min of me
set the extentlength of me = the maxScreen of me - the minScreen of me
```

```
if the sending of me = FALSE then -- check for wrong input (dyn true, send false)
  set the dynamic of me = FALSE
end if
```

```
-- set CurrentVal = compute_val()
```

```
set the normalMember of me = the member of sprite the spriteNum of me --fmk
```

```
global movieMe
set movieMe = the movierate of sprite the videoSprite of me --trr
end
```

```
on endSprite me --added, fmk
  puppetSprite the spriteNum of me, FALSE
end
```

--Preparación del marco de desplazamiento de video--

```
--on prepareFrame me
on exitFrame me
  -- limita el movimiento de la manija a los grados del extentSprite -- y cierra la manija a la pista del
  extentSprite
```

```
if tracking then
  set handle = the spriteNum of me
  set extent = the extentSprite of me
```

```
if the horizontal of me then
  set the newLocH of me = the mouseH
  set the newLocV of me = the locV of sprite extent
  if the newLocH of me < the left of sprite extent then
    set the newLocH of me = the left of sprite extent
  end if
  if the newLocH of me > the right of sprite extent then
    set the newLocH of me = the right of sprite extent
  end if
```

```
set the currentScreenVal of me = the newLocH of me - the minScreen of me
```

```
else -- vertical slider
  set the newLocH of me = the locH of sprite extent
  set the newLocV of me = the mouseV
  if the newLocV of me < the top of sprite extent then
    set the newLocV of me = the top of sprite extent
  end if
  if the newLocV of me > the bottom of sprite extent then
    set the newLocV of me = the bottom of sprite extent
  end if
```

```
set the currentScreenVal of me = the newLocV of me - the minScreen of me
```

```
end if -- if vertical
```

```
set the locH of sprite handle to the newLocH of me
set the locV of sprite handle to the newLocV of me
```

```

if the dynamic of me then
    send_the_val me, compute_val (me)
end if

else -- end if tracking, control slider position by movieTime

    set x = float(the movieTime of sprite VideoSprite)/ float(pDuration)

    set handle = the spriteNum of me
    set extent = the extentSprite of me

    if the horizontal of me then
        set ScreenX = the left of sprite extent + (x * (the right of sprite extent - the left of sprite extent))
        set the newLocH of me = screenX
        set the newLocV of me = the locV of sprite extent
        if the newLocH of me < the left of sprite extent then
            set the newLocH of me = the left of sprite extent
        end if
        if the newLocH of me > the right of sprite extent then
            set the newLocH of me = the right of sprite extent
        end if

        set the currentScreenVal of me = the newLocH of me - the minScreen of me

    else -- vertical slider
        set ScreenY = the top of sprite extent + (x * (the bottom of sprite extent - the top of sprite extent))
        set the newLocH of me = the locH of sprite extent
        set the newLocV of me = ScreenY
        if the newLocV of me < the top of sprite extent then
            set the newLocV of me = the top of sprite extent
        end if
        if the newLocV of me > the bottom of sprite extent then
            set the newLocV of me = the bottom of sprite extent
        end if

        set the currentScreenVal of me = the newLocV of me - the minScreen of me

    end if -- if vertical

    set the locH of sprite handle to the newLocH of me
    set the locV of sprite handle to the newLocV of me

end if

end

--Acciones del mouse --

on mouseDown me
    set the text of member "tiempo" to "   ----"
    set the text of member "distancia" to "   ----"
    set the text of member "distanciaY" to "   ----"

    set tracking = TRUE

```

```
end

on mouseUp me
  set tracking = FALSE

  if the sending of me then
    set x = compute_val (me)
    send_the_val me, x
  end if

  -- beep --debug, fmk
end

on mouseUpOutside me
  set tracking = FALSE

  set x = compute_val (me)
  send_the_val me, x
end if

end

on mouseEnter me

end

on mouseLeave me

end
```

En este anexo se muestra el cast interno de director para el laboratorio basado en videos.



Anexo C.

1. El método de mínimos cuadrados.

Veamos el siguiente experimento hipotético. Al medir sus calificaciones un alumno obtuvo los datos que se muestran en la tabla C1.

No de Materia	Calificación
1	10
2	8
3	4
4	20
5	7

Tabla C1. Datos de las calificaciones del alumno contra materias.

En el caso de lecturas no reproducibles, se ha establecido que el valor más representativo del conjunto de datos es el valor promedio $\bar{X}$ definido como:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (C.1)$$

Para las calificaciones de nuestro estudiante, el valor promedio de éstas es:

$$\bar{c} = \frac{10 + 8 + 4 + 10 + 7}{5} = \frac{39}{5} = 7.8 \quad (C.2)$$

Si hacemos una gráfica secuencial con los datos obtenidos, y se traza a ojo la recta horizontal que mejor distribuya los puntos, como se ilustra en la figura C1.

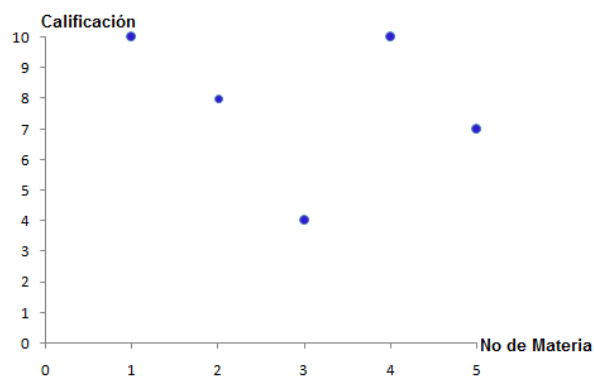


Figura C1. Gráfica de calificaciones contra materia.

Si medimos la ordenada de la recta se obtiene en forma aproximada el valor promedio. Podemos medir las diferencias entre el valor de la recta, y el valor de cada calificación como se ilustra en la figura 2.

Definimos la desviación Δy_i de un punto de ordenada y_i respecto de la recta, como la diferencia que existe entre la ordenada del punto y_i , y la ordenada de la recta, o sea:

$$\Delta y_i = y_i - y \quad (C.3)$$

El valor de la ordenada de la recta lo desconocemos. Luego para el ejemplo:

$$\Delta y_1 = 10 - y \quad (C.4)$$

$$\Delta y_2 = 8 - y \quad (C.5)$$

$$\Delta y_3 = 4 - y \quad (C.6)$$

$$\Delta y_4 = 10 - y \quad (C.7)$$

$$\Delta y_5 = 7 - y \quad (C.8)$$

Lo que se indica en la figura C2.

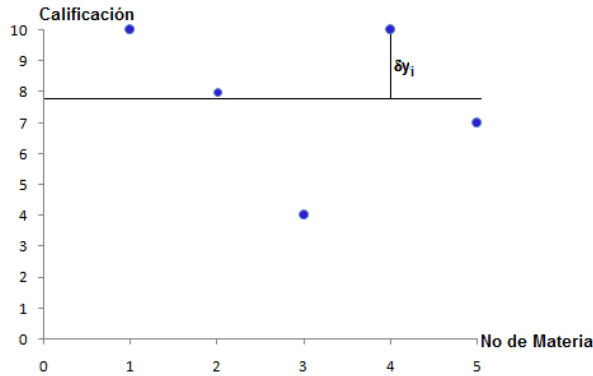


Figura C2. Gráfica de la desviación y_i .

Lo que buscamos es el óptimo valor para y . Para encontrarlo impondremos la condición, de que la recta óptima sea aquella para la cual la suma de los cuadrados de las desviaciones tenga un valor mínimo, o sea:

$$\sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 = \text{mínimo} \quad (C.9)$$

Para nuestros datos tendremos:

$$(10-y)^2 + (8-y)^2 + (4-y)^2 + (10-y)^2 + (7-y)^2 = \text{mínimo}. \quad (C.10)$$

La condición para el mínimo será:

$$\sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 = \text{mínimo} \quad (C.11)$$

$$\sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 = \text{mínimo} \quad (C.12)$$

cuando y tome un valor y_0 tal que:

$$\frac{d}{dy} \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 = 0 \quad (C.13)$$

Derivando:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy} \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 &= \frac{d}{dy} [(10-y)^2 + (8-y)^2 + (4-y)^2 + (10-y)^2 + (7-y)^2] = 0 \\ &= -2(10-y) - 2(8-y) - 2(4-y) - 2(10-y) - 2(7-y) = 0 \Rightarrow 10-y + 8-y + 4-y + 10-y + 7-y + 0 \\ &\quad -5y + 39 = 0 \\ &\quad 5y = 39 \\ &\quad y = 39/5 \\ &\quad y = 7.8, \end{aligned} \quad (C.14)$$

que es el valor obtenido con anterioridad para el promedio. Esto nos dice que el valor promedio es el valor cuadrático mínimo de un conjunto de datos, en otras palabras: La suma de los cuadrados de las desviaciones de una serie de datos, tiene un mínimo cuando se calculan respecto del valor cuadrático mínimo, que es el promedio.

Si obtener el valor cuadrático mínimo es obtener el valor promedio, se puede generalizar el método para obtener la recta promedio de todas las rectas que pueden pasar por un conjunto de datos experimentales. Para hacer esto pensemos en una recta trazada por un conjunto de datos experimentales como lo muestra la figura C3.

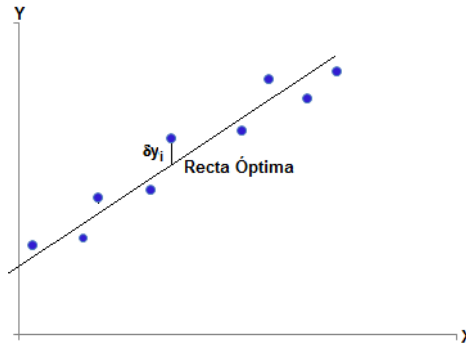


Figura C3. Recta que pasa por un conjunto de datos experimentales.

Por la definición que se dio para Δy_i

$$\Delta y_i = (y_i - y_0), \quad (C.15)$$

pero y_i corresponde a la ordenada del punto experimental, y y_0 a la ordenada de la recta óptima en ese punto, así se puede escribir:

$$y_0 = mx_i + b \quad (C.16)$$

con m y b como las pendientes y la ordenada al origen de la recta óptima, y x_i el valor experimental correspondiente, por lo que:

$$\Delta y_i = [y_i - (mx_i + b)] \quad (C.17)$$

por lo que:

$$\Delta y_i^2 = [y_i - (mx_i + b)]^2 \quad (C.18)$$

Por lo tanto, aplicando la condición de mínimos cuadrados:

$$\sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (mx_i + b)]^2 \quad (C.19)$$

Como esta es una función de m y de b , la condición para el mínimo será:

$$\frac{\partial}{\partial m} F(m, b) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial b} F(m, b) = 0 \quad (C.20)$$

Por lo anterior se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial m} F(m, b) = 2m \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2b \sum_{i=1}^n x_i - 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i = 0 \quad (C.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} F(m, b) = 2b + 2m \sum_{i=1}^n x_i - 2 \sum_{i=1}^n y_i = 0 \quad (C.22)$$

La solución al sistema de ecuaciones es: de la ecuación C.22:

$$2b = -2m \sum_{i=1}^n x_i + 2 \sum_{i=1}^n y_i = 0 \quad (C.23)$$

de aquí:

$$b = -m \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i = 0 \quad (C.24)$$

Sustituyendo en la ecuación C.21:

$$\begin{aligned} 2m \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2 \left(-m \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i \right) \sum_{i=1}^n x_i - 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i &= 0 \\ 2m \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2m \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i + 2 \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i - 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i &= 0 \\ 2m \left\{ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i \right\} = -2 \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i + 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i &= 0 \end{aligned} \quad (C.25)$$

por lo tanto:

$$m_{op} = \frac{- \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i} \quad (C.26)$$

Dividiendo el denominador y el numerador por n^2 se obtiene la ecuación para la m_{op} en término de los promedios:

$$m_{op} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2} \quad (C.27)$$

Esta ecuación nos da la pendiente óptima de la recta.

Para encontrar la ordenada al origen óptima se tiene que si la ecuación de la recta es:

$$y = mx + b \quad (C.28)$$

de aquí:

$$b = y - mx \quad (C.29)$$

y por lo tanto:

$$b_{op} = y - m_{op} x \quad (C.30)$$

Es importante hacer notar que estas son expresiones estadísticas y que por lo tanto llevan asociadas una desviación que representará su incertidumbre, y que son:

$$\Delta m = \sqrt{\frac{1}{n[\bar{x}^2 - (\bar{x})^2]}} \Delta y \quad (C.31)$$

$$\Delta b = \sqrt{\frac{\bar{x}^2}{n[\bar{x}^2 - (\bar{x})^2]}} \Delta y \quad (C.32)$$

donde:

$$\Delta y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n y_i - y_0}{n-2}} \Delta y \quad (C.33)$$

Aplicaremos este método al ejemplo de la densidad del hierro. Los datos experimentales son los de la tabla C2

V(cm ³)	m(gr)
1±0.5	11±0.05
2±0.5	15±0.05
3±0.5	23±0.05
4±0.5	27±0.05
5±0.5	36±0.05
6±0.5	43±0.05
7±0.5	54±0.05
8±0.5	60±0.05
9±0.5	65±0.05
10±0.5	71±0.05

Tabla C2. Datos experimentales del experimento de densidad.

Para trabajar con mínimos cuadrados, se arreglan los datos así: las x son los volúmenes, y las y son las masas, necesitamos x, y, (xy) y x². La tabla se muestra en la tabla C3.

	v	m	vm	v ²
	1	11	11	1
	2	15	30	4
	3	23	69	9
	4	27	108	16
	5	36	180	25
	6	43	258	36
	7	54	378	49
	8	60	480	64
	9	65	585	81
	10	71	710	100
Σ	55	405	2809	385
Prom	5.5	40.5	280.9	38.5

Tabla C3. Arreglo de los datos experimentales para el método de mínimos cuadrados.

Aplicando las ecuaciones para la pendiente y ordenada al origen óptimas se tiene:

$$m_{op} = \frac{\bar{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2} = \frac{280.9 - (40.5)(5.5)}{38.5 - (5.5)^2} = \frac{280.9 - 222.75}{38.5 - 30.25} = \frac{58.15}{8.25} = 7.05 \quad (C.34)$$

La ordenada al origen óptima será:

$$B = y - m_{op} x = 40.5 - (7.05)(5.5) = 1.725 \quad (C.35)$$

$$B_{op} = 1.725 \quad (C.36)$$

por lo tanto la ecuación de la recta óptima será:

$$M = (7.05)V + 1.75 \quad (C.37)$$

Para graficar la recta se tiene el punto (0,1.725) que es la ordenada al origen, y calcularemos el punto para $V = 10$.

$$M = (7.05)10 + 1.725 = 70.5 + 1.725 = 72.225 \quad (C.38)$$

Si graficamos se tiene la figura C4.

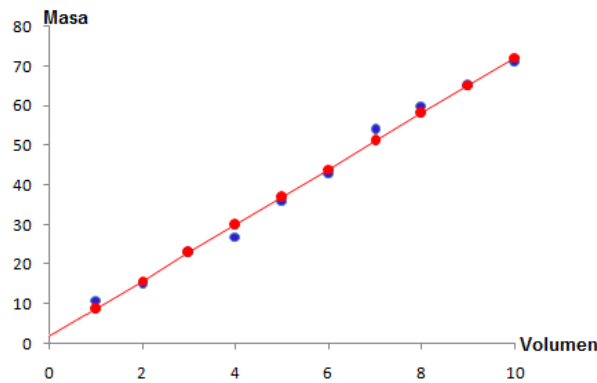


Figura C4. Puntos experimentales y recta óptima.

Así que:

$$\Delta y = \sqrt{\frac{29.803}{8}} = 1.93 \quad (C.39)$$

$$\Delta m = \sqrt{\frac{1}{[38.5 - 30.25]10}} (1.93) = 0.212 \quad (C.40)$$

$$\Delta b = \sqrt{\frac{1}{10(8.25)}} (1.93) = 1.318 \quad (C.41)$$

por lo que se tiene:

$$m_{op} = \frac{m}{V} = \rho_{op} = (7.05 \pm 0.212) \quad (C.42)$$

De aquí se obtiene el modelo matemático óptimo:

$$M + \Delta M = (7.05 \pm 0.212)V + (1.725 \pm 1.318) \quad (C.43)$$

Referencias Bibliográficas

Gamboa F., Pérez J.L., Lara F., Miranda A., Caviedes F., Juárez R., Kemper N. "*Specification and Development of a Physics Based Laboratory for High School Level*" **Advances in Multimedia and Distance Education**. Editor George E. Lasker. **Published by International Institute for Advanced studies in Systems Research and Cybernetics**. 1999, I, pp 175-179.

Gamboa F., Pérez J.L., Caviedes F., Miranda A., Kemper N. "*Specification and development of a Physics Video Based Laboratory*". **Instrumentation and Development**. 2000. v.4 n.5. p.p.45-50

Gamboa F., Pérez S. J.L., Lara F., Caviedes F., Miranda A. "*Creating a High School Physics Video-Based Laboratory*". **IEEE Multimedia** V. 8 No. 3 2001 pp 78-86.

Trudel Louis, Métioui Abdeljalil. *Effect of a Video-Based Laboratory on the High School Pupils' Understanding of Constant Speed Motion*. **International Journal of Advanced Computer Science and Applications**, Vol. 3, No. 5, 2012.