



CCADET

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Informe Técnico

Códigos del curso de física avanzada

**José Luis Pérez Silva
Andrea Miranda Vitela
Antonio Garcés Madrigal
Francisco Caviedes Contreras**

10 de junio de 2013

Informe Técnico

Códigos del curso de física avanzada

José Luis Pérez Silva, Andrea Miranda Vitela, Antonio Garcés Madrigal, Francisco Caviedes Contreras.

Centro de Ciencias Aplicadas y desarrollo tecnológico.

RESUMEN

La ingeniería, por lo menos en el aspecto académico se basa en la física, por lo que lo válido para está lo será para aquella. Resulta que esa base es fundamentalmente experimentar, medir. Lo que vemos en la totalidad de los multimedios especializados en estas áreas, es simulación de experimentos. Simular un experimento, es partir de los modelos matemáticos que describen su comportamiento y resolver las ecuaciones en la computadora. Si creamos un medio simulado, podemos decir que colocando el objeto en los píxeles correspondientes al dato, es posible simular, por ejemplo una caída libre, en la computadora. Pero el modelo es, por necesidad de construcción, una abstracción de la realidad, no es la realidad. La solución a las ecuaciones de una caída libre, es un símil de la realidad, se parece a ella, pero no es la realidad.

Por lo anterior para todos los estudiantes de Ingeniería del posgrado de la UNAM, sus conocimientos de física son limitados, por lo que en materias como electrónica física tienen grandes problemas de construcción teórica, lo que no les permite entender formalmente los conceptos, quedándoles, a lo largo del curso, grandes lagunas.

El énfasis del curso está colocado en lo fundamental, ya que consideramos que si se entienden los conceptos fundamentales, los estudiantes estarán preparados para resolver los problemas de conceptos que actualmente requieren la Ciencia y la Técnica.

Por este motivo el curso está dividido en Introducción, Mecánica Clásica, Termodinámica, Mecánica Estadística, Electrodinámica, Mecánica Cuántica y Relatividad.

Se espera que estas notas puedan servir de apoyo para los diferentes cursos del posgrado.

Índice

Introducción	7
1. El curso	14
2. Códigos	20
3. Prefacio	21
3.1. Prefacio. Marco 1	24
3.2. Prefacio. Marco 2	25
3.3. Prefacio. Marco 3	25
3.4. Prefacio. Marco 4	26
3.5. Prefacio. Marco 5	27
3.6. Prefacio. Marco 6	28
3.7. Mecánica. Introducción	29
3.8. Mecánica. Introducción. Marco 4	32
3.9. Mecánica. Introducción. Marco 5	33
3.10. Mecánica. Cinemática	38
3.11. Mecánica. Dinámica	43
3.12. Mecánica. Leyes de newton	49
3.13. Mecánica. Algunos problemas elementales en mecánica	52
3.14. Mecánica. Teoremas de energía y momento	58
3.15. Mecánica. Fuerzas	66
3.16. Mecánica. Caída de un cuerpo	81
3.17. Mecánica. Oscilador armónico simple	90
3.18. Mecánica. El principio de superposición	103
3.19. Mecánica. Momento angular	121
3.20. Mecánica. Campo central	130
3.21. Mecánica. Coordenadas generalizadas	152
3.22. Mecánica. Formalismo de Lagrange	167
3.23. Mecánica. Ecuaciones de Hamilton	183
3.24. Mecánica. Ecuaciones de Hamilton por métodos variacionales	192
3.25. Mecánica. Transformaciones de contacto	199
3.26. Mecánica. Coordenadas cíclicas o ignorables	206
3.27. Mecánica. Paréntesis de Poisson	216
3.28. Mecánica. Principio de mínima acción	262
3.29. Mecánica. Partícula libre	272
3.30. Mecánica. Sistema de partículas	280
3.31. Mecánica. Teorema de conservación de la energía	290
3.32. Mecánica. Mecánica de la partícula	311
3.33. Mecánica. Energía	319
3.34. Mecánica. Desplazamiento virtual	332
3.35. Mecánica. Métodos variacionales	348
3.36. Mecánica. Fuerzas centrales entre dos cuerpos	380
3.37. Mecánica. Difusión en un campo de fuerza central	429
3.38. Mecánica. Ecuación de movimiento del cuerpo rígido	436
3.39. Mecánica. Transformación de Legendre y ecuaciones de Hamilton	477
3.40. Mecánica. Paréntesis de Poisson	509
3.41. Mecánica. Principio de Maupertius	520
3.42. Mecánica. Transformaciones canónicas	528
3.43. Mecánica. Ecuación de Hamilton-Jacobi	540
3.44. Mecánica. Invariantes adiabáticos	550
4. Termodinámica. Introducción	566
4.1. Termodinámica. Introducción. Marco 4	569
4.2. Termodinámica. Introducción. Marco 5	571
4.3. Termodinámica. Termodinámica clásica	573
4.4. Termodinámica. Principio del mínimo para el potencial de Helmholtz	617

4.5.	Termodinámica. Principio mínimo para la Entalpía	621
4.6.	Termodinámica. Principio de mínimo para la función de Gibbs	624
4.7.	Termodinámica. Principio de Chatelier-Braun	633
4.8.	Termodinámica. Los postulados de la Termodinámica	641
4.9.	Termodinámica. Estabilidad y transición de fase	645
4.10.	Termodinámica. Propiedades de $t = 0$	650
4.11.	Mecánica Estadística. Introducción	654
4.12.	Mecánica Estadística. Introducción. Marco 4	660
4.13.	Mecánica Estadística. Ensamble canónico	661
4.14.	Mecánica Estadística. Ensamble canónico y termodinámica	664
4.15.	Mecánica Estadística. Ensamble gran canónico	677
4.16.	Mecánica Estadística. Ensamble microcanónico	692
4.17.	Mecánica Estadística. Otros ensambles	702
4.18.	Mecánica Estadística. Fluctuaciones	713
4.19.	Mecánica Estadística. Equivalencia termodinámica de los ensambles	717
4.20.	Mecánica Estadística. Segunda ley de la termodinámica	729
4.21.	Mecánica Estadística. Tercera ley de la Termodinámica	739
4.22.	Mecánica Estadística. Fluctuaciones II	749
4.23.	Mecánica Estadística. Estadísticas Fermi-Dirac, Bose-Einstein y Boltzman	753
4.24.	Mecánica Estadística. Gas ideal	765
4.25.	Mecánica Estadística. Mecánica Estadística clásica	776
4.26.	Mecánica Estadística. Cristales	800
5.	Electrodinámica. Introducción	811
5.1.	Electrodinámica. Introducción. Marco 4	820
5.2.	Electrodinámica. Introducción. Marco 5	821
5.3.	Electrodinámica. Campo eléctrico	826
5.4.	Electrodinámica. Potencial electrostático	831
5.5.	Electrodinámica. Ley de Gauss	840
5.6.	Electrodinámica. Dipolo eléctrico	846
5.7.	Electrodinámica. Desarrollo multipolar de campos eléctricos	856
5.8.	Electrodinámica. Ecuación de Poisson	863
5.9.	Electrodinámica. Ecuación de Laplace	869
5.10.	Electrodinámica. Ecuaciones de Laplace con una variable independiente	875
5.11.	Electrodinámica. Ecuación de Laplace en coordenadas esféricas.	878
5.12.	Electrodinámica. Ecuación de Laplace en coordenadas rectangulares	886
5.13.	Electrodinámica. Ecuación de Laplace en dos dimensiones. Solución general	891
5.14.	Electrodinámica. Esfera conductora en un campo eléctrico uniforme	896
5.15.	Electrodinámica. Armónicos cilíndricos	902
5.16.	Electrodinámica. Imágenes electrostáticas	908
5.17.	Electrodinámica. Coeficientes de potencial	913
5.18.	Electrodinámica. Polarización	916
5.19.	Electrodinámica. Campo externo de un medio dieléctrico	922
5.20.	Electrodinámica. Teorema de Green	931
5.21.	Electrodinámica. Solución con condiciones de frontera de Dirichlet o Neumann	939
5.22.	Electrodinámica. Problema electrostático de frontera valorada con funciones de Green	946
5.23.	Electrodinámica. Potencial electrostático, energía y densidad de energía	955
5.24.	Electrodinámica. Función de Green para la esfera. Solución general para el potencial	961
5.25.	Electrodinámica. Ley de Coulomb	970
5.26.	Electrodinámica. El campo de cargas puntuales	975
5.27.	Electrodinámica. Ley de Gauss	981
5.28.	Electrodinámica. Distribuciones volumétrica y superficial de carga	988
5.29.	Electrodinámica. Energía del campo electrostático	998
5.30.	Electrodinámica. Distribución de carga con simetría esférica	1010

5.31.	Electrodinámica. Equivalencia de la ecuación de campo eléctrico con la ley de Coulomb	1018
5.32.	Electrodinámica. Tratamiento fenomenológico de los dieléctricos	1026
5.33.	Electrodinámica. Interpretación del fenómeno dieléctrico por teoría electrónica	1042
5.34.	Electrodinámica. Coordenadas curvilíneas	1058
5.35.	Electrodinámica. Solución de problemas de potencial	1066
5.36.	Electrodinámica. Aplicación de la teoría de funciones a problemas de dos dimensiones	1082
5.37.	Electrodinámica. Magnetostática	1092
5.38.	Electrodinámica. Teoría de las corrientes estacionarias	1103
5.39.	Electrodinámica. La ecuación de continuidad	1107
5.40.	Electrodinámica. Ley de Ohm	1111
5.41.	Electrodinámica. Ley de Joule	1116
5.42.	Electrodinámica. Flujo de corriente en conductores	1119
5.43.	Electrodinámica. El campo magnético de corrientes estacionarias	1126
5.44.	Electrodinámica. Ecuaciones de Maxwell	1132
6.	Mecánica cuántica. Introducción	1137
6.1.	Mecánica cuántica. Introducción. Marco 4	1150
6.2.	Mecánica cuántica. Introducción. Marco 5	1152
6.3.	Mecánica cuántica. Ecuación de Schrödinger	1157
6.4.	Mecánica cuántica. Pozo de potencial	1165
6.5.	Mecánica cuántica. Barrera de potencial	1185
6.6.	Mecánica cuántica. Sistema de partículas	1194
6.7.	Mecánica cuántica. Operadores lineales	1201
6.8.	Mecánica cuántica. Operadores y Mecánica cuántica	1229
6.9.	Mecánica cuántica. Paréntesis de Poisson	1247
6.10.	Mecánica cuántica. El operador Hamiltoniano	1260
6.11.	Mecánica cuántica. Forma integral de la ecuación de Schrödinger	1269
6.12.	Mecánica cuántica. Valores y funciones propias del operador momento angular	1275
6.13.	Mecánica cuántica. Derivación de operadores respecto del tiempo	1286
6.14.	Mecánica cuántica. Paridad	1302
6.15.	Mecánica cuántica. Campo central, átomo de hidrógeno	1310
6.16.	Mecánica cuántica. Movimiento libre de una partícula con momento angular	1336
6.17.	Mecánica cuántica. Movimiento en un campo coulombiano	1342
6.18.	Mecánica cuántica. El paso al límite de la Mecánica clásica	1358
6.19.	Mecánica cuántica. Solución de la ecuación de Schrödinger cerca del punto de retorno	1372
6.20.	Mecánica cuántica. Movimiento en un pozo de potencial	1382
6.21.	Mecánica cuántica. Teoría de perturbaciones independiente del tiempo	1388
6.22.	Mecánica cuántica. Teoría de perturbaciones cuando existe degeneración	1404
6.23.	Mecánica cuántica. Teoría de perturbaciones no estacionarias	1413
6.24.	Mecánica cuántica. Teoría adiabática de las perturbaciones	1419
6.25.	Mecánica cuántica. Aproximación de Born	1429
6.26.	Mecánica cuántica. Aproximación de Born-Oppenheimer	1438
6.27.	Mecánica cuántica. Campo autoconsistente (método de Fok)	1446
6.28.	Mecánica cuántica. Método de Hatree-Fock	1454
6.29.	Mecánica cuántica. Método de Thomas-Fermi	1463
6.30.	Mecánica cuántica. La aproximación de Rayleigh-Ritz	1475
6.31.	Mecánica cuántica. Coeficientes de Klebsch-Gordan	1485
6.32.	Mecánica cuántica. Molécula diatómica	1492
6.33.	Mecánica cuántica. Rotación y vibración de una molécula diatómica	1505
6.34.	Mecánica cuántica. Términos multiplete	1515
6.35.	Mecánica cuántica. Dispersión	1522
6.36.	Mecánica cuántica. Ondas parciales	1531

6.37.	Mecánica cuántica. Moleculas poliatómicas	1541
6.38.	Mecánica cuántica. Niveles de energía de vibración	1546
6.39.	Mecánica cuántica. Estabilidad de las configuraciones simétricas de una molécula	1551
6.40.	Mecánica cuántica. Rotación de un sólido	1554
6.41.	Mecánica cuántica. Interacción de los movimientos rotatorios y vibratorios	1559
6.42.	Mecánica cuántica. Clasificación de los términos moleculares	1562
7.	Relatividad. Principios de la Relatividad	1568
7.1.	Relatividad. Principios de la relatividad. Marco 4	1572
7.2.	Relatividad. Principios de la relatividad. Marco 5	1574
7.3.	Relatividad. Transformación de Galileo	1576
7.4.	Relatividad. Postulados de la teoría de la relatividad de Einstein	1587
7.5.	Relatividad. Las transformaciones de Lorentz	1590
7.6.	Relatividad. Adición de velocidades y transformación de ángulos	1605
7.7.	Relatividad. Formulación cuádrimensional de la teoría de la relatividad	1612
7.8.	Relatividad. Mecánica relativista	1631
7.9.	Relatividad. Funciones de Lagrange y de Hamilton	1647
	Conclusiones	1654
	Bibliografía	1655

Introducción

Dentro de los elementos de enseñanza que nos ocupan fundamentalmente en el Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico de la UNAM, los temas acerca de Física e Ingeniería son los fundamentales, tanto por ser durante 36 años la vocación del Centro, como por que son las áreas de especialidad de los que trabajamos en el Laboratorio de Interacción Humano Máquina y Multimedia del mismo. Para poder situar nuestro quehacer en el área, lo primero que hicimos fue estudiar a fondo el problema que deseábamos enfrentar, porque partíamos de una idea central: Para enseñar bien algo, lo primero que debemos conocer es lo que deseamos enseñar; lo segundo era pensar a quien le íbamos a enseñar y por último, podíamos aventurarnos a decir, como enseñar ese algo, a ese alguien.

Dada las especialidades de los miembros del grupo –Ingenieros y Físicos-, es claro que a lo que nos abocamos fue a estudiar las preguntas centrales que nos hemos planteado, y la primera pregunta que nos abocamos a estudiar fue la física.

La Física la entendemos como una de las partes que conocemos con el término de Conocimiento Científico o Ciencia. Detrás de este término subyace otro muy común en su empleo y es el de Método Científico. La forma de presentación de estos términos en los textos y en el aula, hacen aparentar una metodología, que bien aplicada permite el desarrollo o la génesis de nuevos conocimientos. Esta es una forma equívoca de presentación, y es equívoca por no ser completa y dar debido a esto una idea falsa, tanto del conocimiento como de la metodología empleada en su adquisición. El conocimiento no está dado, sino que éste se genera por los sujetos y que por lo tanto existe en este proceso una clara acción por parte del sujeto cognoscente. Es por lo tanto importante y necesario el que reflexionemos un poco sobre la forma de generación del pensamiento Físico.

Hemos dicho que la Física es un conocimiento, pero: ¿qué es un conocimiento? Podríamos definirlo como una relación entre un objeto y un sujeto, relación que genera lo que llamamos un Juicio. Ante esta definición surge la siguiente interrogante: ¿Qué es lo que hace un Juicio? Se podría contestar de la forma siguiente: Un juicio lo que hace, es:

1. El juicio como acto de unión o separación de dos representaciones o como suele decirse, conceptos.
2. El juicio es una identificación entre dos representaciones. Lo que hay de más en el juicio sobre la mera unión de dos representaciones, es que entre las dos representaciones unidas notamos una identidad, que constituye la significación de la cópula: el es, quiere decir es idéntico. Juzgar pues, sería identificar.
3. El juicio consiste en la advertencia de una identidad pero no entre cosas como Ferrari y rojo sino entre éstas y un concepto de relación si el Ferrari es rojo, es la expresión elíptica de un acto donde identificamos la situación real en que Ferrari y rojo, está con el concepto de inherencia. Como se ve es esencial la opinión de que el sujeto del juicio es algo perceptual, percepción, mientras el predicado es algo inteligible, un concepto, una categoría por medio de la cual se entiende lo real.
4. El juicio es un asentimiento o disentimiento, una aprobación o desaprobación, un reconocimiento positivo o negativo de su validez. Así el ser no es una parte más del objeto como su rojez, es su valor; algo que no consiste en ser visto, pensado, comparado, sino reconocido. El deber ser.

Es el sujeto cognoscente el que genera la acción de conocer. Si el conocimiento es dado por él, la relación contendrá a su interior elementos que pertenezcan al sujeto. El conocimiento no es en abstracto, se conoce de algo y por algo, así pues que el sujeto conoce de las cosas, por lo que existe un objeto que desea conocer. Este objeto tiene sus propias características, intrínsecas a su ser, y es por esto que la relación también debe de tener elementos que pertenecen al objeto.

Si el sujeto desea conocer al objeto, debe de actuar sobre de él. Este hecho, esta forma de actuar, será la que defina la relación, por lo que ésta tendrá elementos que aportados por el sujeto, pertenezcan a la relación.

Una vez establecida la relación es imposible conocer de antemano si las estructuras de conocimiento pertenecen al sujeto, al objeto, o porque no a ambos, ya sea porque son problemas de la naturaleza de las relaciones de conocimiento entre el sujeto y el objeto, o problemas que introduce el sujeto en estas relaciones, o problemas que son intrínsecos al ser del objeto, o a la forma de acción del sujeto sobre el objeto. Los problemas que pertenecen al objeto son los que en particular abarcan la naturaleza de los objetos, pero desde la óptica de dos perspectivas diferentes, la del sujeto y la de las características del objeto. El punto de vista del sujeto es respecto a las actividades que él realiza.

Desde este punto de vista, el problema central del conocimiento físico consiste en establecer si éste se reduce a un mero registro de datos realizados por el sujeto. En este problema tenemos de nuevo dos perspectivas, las cuales son: El conjunto de datos está organizado en un mundo exterior radicado en el objeto, e independiente del sujeto, o el sujeto es un elemento que interviene de manera activa, tanto en la organización de los objetos, como en el conocimiento.

Nuestro problema ahora es entender como el conocimiento físico logra disociar las estructuras del sujeto, las estructuras del objeto, y las acciones entre ambos, o sea disociar los elementos objetivos y subjetivos inherentes a las acciones especializadas, y esto en busca de construir una realidad que sea independiente del sujeto, aunque el punto de partida siga siendo el sujeto cognoscente y las acciones que realiza sobre la realidad del objeto de conocimiento. Podemos expresar lo anterior en forma dubitativa de la siguiente manera: ¿La Física se instala en el objeto como tal, lo describe, o sólo traduce en símbolos las impresiones que el sujeto cognoscente, recibe del objeto como realidad de conocimiento? Esto es fundamental, ya que si en la Física sólo se traducen a símbolos las impresiones que del objeto recibe el sujeto desde su perspectiva, tendríamos tantas físicas como sujetos; pero si es realmente un modelo del objeto creado por el sujeto, que se ha traducido a símbolos, es un modelo de la realidad y es posible descentrarlo del sujeto.

Desde esta óptica, el pensamiento físico no es de ninguna forma una simple comprobación de realidades, sino la génesis del conocimiento por medio de la construcción de relaciones contrastadas con la realidad, a partir de la vivencia de la realidad física. Es la creación de un símil de la realidad, no es una identidad con ella. ¿Cómo se logra este símil de la realidad? El hombre es cambiante y es consciente de su cambio y de los cambios de los otros, o sea, es consciente de las variaciones, y son éstas las que físicamente son mensurables, medibles. Pero medir una magnitud física, es medir sus variaciones y consecuencias, es considerarla dinámica. La idea de cambio radica en el sujeto cognoscente, no en el objeto de conocimiento, por eso dudamos mucho que el coche sea conciente de que se mueve, los que somos concientes de la dinámica del coche somos nosotros.

La similitud de la física con la realidad, no es la que existe entre la fotografía y lo fotografiado. En este caso objeto y fotografía son similares y lo son porque existen diferencias entre el objeto y su fotografía; el objeto tiene tres dimensiones y la fotografía es plana. En este caso el símil, la fotografía, carece de cosas que la realidad tiene, como el volumen y sin embargo son similares. ¿Qué sucede si cada vez hay menos del retratado en el retrato? Es evidente que deja de ser un símil y esto implica la necesidad de un mínimo de correspondencia, de identidad entre los atributos de la realidad y el modelo, para que la similitud se dé. Si la similitud, la correspondencia entre la realidad y la Física no se da de esta forma, ¿Cómo se da?

Podemos analizando las proposiciones físicas que conforman el marco de la teoría, percatarnos de que éstas no tienen una correspondencia de similitud como en la del retrato con lo retratado, ya

que nada de la realidad aparece en la teoría, y menos aún lo enunciado en la teoría por cada propuesta física, se parece a la realidad. Lo que la Física dice de la realidad, no tiene nada que ver con ésta. La similitud entre la teoría física y la realidad, se da a través de las predicciones de hechos evidentes que son los experimentos. La correspondencia entre la Física y la realidad se da por los experimentos.

Planck lo dijo de esta forma: "Sólo en el caso de que los elementos reales de nuestra imagen del mundo, es decir, de aquellas entidades conceptuales que en tal imagen se suponen que representan a los auténticos entes de la naturaleza, no se mostraran susceptibles de un ulterior mejoramiento, se podrá afirmar que se ha llegado a una representación de la última esencia de lo real. Sin embargo esta eventualidad parece altamente improbable, por lo que el desacuerdo perenne entre el mundo real y la imagen física del mundo, constituye un elemento inalterable de irracionalidad para la ciencia"(M. Planck, Barcelona 1969).

W. Hiesenberg lo postula de esta forma: "El objeto de la investigación científica no es ya la naturaleza en sí, sino la naturaleza sometida a la investigación del hombre, a su interrogante. Las leyes matemáticas que formulamos en la teoría Cuántica, no tratan de las partículas elementales en sí, sino de nuestro conocimiento de las partículas elementales. Dicho de otra forma, delante de nosotros no tenemos un objeto, sino siempre una estructura compleja e inseparable de sus dos componentes elementales, observador y objeto. La Física solo puede ambicionar el darnos la imagen del mundo cuyos datos de partida no sean los objetos, sino el drama objeto observador"(W. Hiesenberg, Barcelona 1976).

K. Von Weisacker lo dice así: "El experimento es un drama entre dos protagonistas: la razón y la naturaleza. En vez de razón, los modernos diríamos simplemente hombre, ya que por un lado, nuestra ciencia no conoce otra razón que la humana, y una razón sobrehumana seguramente no tendría necesidad de experimentar, sino que el hombre debe además utilizar sus manos y sus ojos. El experimento es una especie de experiencia sensible pero no es una simple sensibilidad receptiva. Tampoco es suficiente que a la percepción se agregue sólo uno de los elementos activos, sólo pensar o sólo manipular, ya que lo primero es filosofar y lo segundo simple manipulación. La ciencia moderna es hija del matrimonio entre manipulación y filosofía".(K. Von Weisacker, 1970).

A. Einstein lo explicitaba de la manera siguiente: "La creencia de un mundo externo independiente del sujeto que lo percibe, es la base de toda ciencia natural. Sin embargo, puesto que la percepción sensorial sólo da información de este mundo externo indirectamente, podemos aprender de éste sólo por medios especulativos. Se sigue de esto que nuestras nociones de la realidad física nunca pueden ser finales".(Einstein, 1954))

Visto así, la Física es fundamentalmente una ciencia experimental que se basa en la medición, en lo mensurable y en la similitud de analogía entre la realidad y el experimento, y es esta relación la que se puede tomar como fuente Epistemológica básica. Pero es importante notar, que no es hacer Física una secuencia de simples percepciones por sí solas. La Física es un conocimiento, o sea un juicio y éste es una percepción a partir de un principio, es una relación de conocimiento entre objeto y sujeto. Aclaremos: la contemplación de la realidad desde la perspectiva del sujeto cognoscente a partir de sus principios, busca la objetividad, entendida ésta como la asimilación del objeto de conocimiento por el sujeto cognoscente. La simple percepción no busca esto, ya que es una idea radicada en el sujeto y formada por una mezcla de elementos del objeto de conocimiento y de estructuras del sujeto cognoscente que éste intenta separar para integrar al objeto de conocimiento y sus relaciones con otros elementos cognoscibles, a las concepciones del sujeto.

K. Von Weisecker dice: "Se debería de decir: Perceptibilidad sensible inmediata de una cosa, es una condición suficiente pero no necesaria de su creencia en su realidad; perceptibilidad sensible inmediata de cualquier objeto relacionado con una cosa es una condición necesaria, pero no

suficiente para que la ciencia experimental pueda hacer enunciados sobre esta cosa".(K. Von Weisacker, 1970)

Así que el hecho físico se logra cuando a la percepción del objeto de conocimiento por parte del sujeto, éste agrega elementos lógicos apoyados en sus principios, que le permitan constatar la percepción que del objeto de conocimiento él tiene, con la realidad concreta de ese objeto, y esto sólo se logra en la similitud, en las variaciones, en su percepción del cambio. El sujeto no busca eliminarse de la percepción, sino integrar en un solo acto la percepción y la operación lógica que sobre el objeto realiza; es decir: ¡Mide!

Pero resulta que medir no es la simple comparación de magnitudes, sino que la comparación cobra significado físico al introducirse relaciones y nuevas correspondencias de similitud física, las cuales no radican en el objeto a medir, ni en la característica que se desea medir, sino en el sujeto que mide. La observación que implica físicamente una medida, es el hecho de integrar en una sola acción, y en forma indisociable, tanto al objeto de conocimiento, como al sujeto cognoscente, por medio del instrumento de medida.

Esto surge del hecho de que al medir se están haciendo iguales cosas, aquellas que comparamos, para notar similitudes y diferencias. Al medir se intenta igualar la abstracción que de la realidad tiene el sujeto, con la realidad misma. Esta abstracción es lo que se llama Unidad de Medida. Pero, una abstracción se da en referencia al sujeto, abstrae las cosas de su ser para su utilidad, pero al hacer esto, deja a las cosas con nada, ya que las cosas que integran la realidad física no tienen un ser propio. Al abstraerlo, al aislarlo de lo demás, se le ha extirpado su realidad, ya que no existe ni puede existir aislado, porque su contenido mismo depende de los demás constituyentes. Esto nos lleva a la necesidad de concretar la abstracción, para establecer la medida y es el Patrón.

R. Blanche lo dice así: "Una Física que reposa sobre el conocimiento de las dimensiones, exige en forma evidente a los instrumentos de medida". El recurso al experimento no es suficiente por sí solo para conferir valor experimental a la investigación, y si está naturalmente asociado al método experimental, no lo está sin embargo de modo absolutamente indisoluble. "Lo real, es por una parte lo que cae bajo la experiencia inmediata, lo que resistiendo a la fantasía, se impone a la percepción, en una palabra el dato concreto".(R. Blanche, 1972).

Esta relación forma lo observable, pero de una forma más compleja de lo comúnmente pensado, ya que la propiedad a medir, la característica de la realidad que se desea medir, comparar, hacer igual con el modelo, es comparable para el sujeto debido a la forma en que logra separar y reagrupar los factores que se tienen en la relación observador objeto. A este hecho se le llama Control y son estas secuencias de operaciones de control llevadas a cabo por el observador experimental, la que en sí mismas constituyen el marco de la medida. Esto es hacer que un suceso que radica en el sujeto, suceso subjetivo, se haga radicar en el objeto, se convierta en un suceso objetivo. Esta es la estructura básica racional del conocimiento físico.

El control experimental, así como todas las demás operaciones del observador, suponen una lógica propia de éste, que las coordina, las estructura en relaciones de orden (Mayor que, menor que, igual a). El control es una actividad del sujeto experimental, así los aportes de estructura al dato experimental, son acciones del sujeto que tratan de eliminar el yo egocéntrico, descentrándolo.

R. Blanche lo explica de esta forma: "La observación simple, entendida como la verificación de los fenómenos, tales como la naturaleza los presenta ella misma, y el experimento entendido como la producción artificial de los fenómenos que se van a estudiar, responde a dos funciones distintas. Hacer una observación es el punto de partida del método, la comprobación del hecho que sugiere la idea. Si esta comprobación versa casi siempre sobre los fenómenos tal como se ofrecen por sí mismos a nosotros, nada impide que un experimento pueda ser también su ocasión, o aún más,

que esta ocasión sea expresamente instituida para hacer la observación más precisa".(R. Blanche, 1972)

Pero además, medir implica cuantificar, y la forma de cuantificar es el conteo, o sea realizar sobre el continuo del objeto una partición que permita discretizar la forma operatoria del instrumento de medida, el Patrón. La medición es simplemente el conteo de sus partes.

Así planteada, la medición se vuelve isomorfa con el número y es por esto que le es posible al sujeto experimental reducir la medida, de una compleja operación, a la simple aplicación del número a una magnitud física.

Podemos resumir la medición de la siguiente forma: La medida implica tres acciones del sujeto que son:

Primero una estructura de partición. Esto es por la necesidad del conteo para cuantificar. Segundo una estructura de orden, y tercero un control por iteración con el objeto a medir. Esto es por la necesidad del sujeto de coordinar las acciones.

"Lo real, lo que existe independientemente del conocimiento que ustedes o yo podamos formar de ello, es aquello sobre lo que todo conocimiento deberá regirse para tener un valor objetivo. Pero, he aquí que cesando de combinarse armónicamente lo real con el dato concreto, tienden a hacerse antagónicos; y la separación no hará sino acentuarse. En efecto, se hace más y más manifiesto que la objetividad del conocimiento físico, no se obtiene sino despojando a las cosas de su revestimiento sensible. Lo real para el físico no puede ser ya lo mismo que para el sentido común. Entre uno y otro la ruptura está consumada".(R. Blanche, 1972)

Por lo tanto, vemos que el pensamiento de la Física se presenta como un complejo de teorías: Mecánica, Termodinámica, Óptica, etc., en lugar de una sola teoría compleja que generará un corpus, evitando así que cada teoría del complejo que es la Física, se base en principios teóricos diferentes.

El pensamiento científico es una forma estructurada de ideas, que pretende llegar a un conocimiento lo más adecuado de la realidad, que va más allá de la simple experiencia como elemento testigo, y con este fin explicar y justificar la misma experiencia mediante el pensar que es el quehacer del sujeto. Pero recordemos que ante este esquema, lo evidente está en la experiencia, y que la prueba lógica por sí, no determina el carácter de verdad que una proposición tiene. La raíz profunda que detrás de esta forma existe, es la tendencia que tenemos al pensar, de pensar lo inmediato, lo evidente, o sea la experiencia, por una mediación recurriendo a lo que es más evidente, que es la idea, la teoría, y esto no se hace a causa de la existencia de la evidencia, sino a causa de creer que es posible dar razón de la misma, o sea probar que debe de aparecer en la forma en que aparece, es decir un argumento intrateórico que impide el error. ¡De nuevo el experimento!

Dice a esto Leibniz: "Quienes habiendo aceptado la idea de una Física no demostrativa, parten de alguna hipótesis para deducir de ella fenómenos conocidos, no pueden demostrar con esto que su hipótesis sea verdadera, a menos que observen la condición que propuse, la cual en realidad, no han hecho; y acaso no han querido o podido hacer. Lo único que hay que reconocer es que una hipótesis se hace tanto más probable, cuanto más simple de comprender es y más amplio poder tiene, es decir, que permite explicar el mayor número de fenómenos con el mínimo de presuposiciones, y puede suceder que cierta hipótesis pueda tenerse por físicamente cierta; a saber, cuando satisface plenamente todos los fenómenos que se presentan a manera de una clave para criptogramas. Pero lo que hace, además de su verdad, el mayor mérito de una hipótesis, es cuando permite hacer predicciones aun respecto a fenómenos todavía no experimentados; pues en este caso, una hipótesis tal, puede ser tenida, en la práctica, por la verdad misma".(Leibniz, 1678).

Esto nos lleva a la necesidad de situar la Física en el plano conceptual. En los conceptos físicos, los símbolos corresponden a hechos, los hechos y las relaciones simbólicas de la Física sólo son posibles de integrarse a través de una secuencia de operaciones lógicas que realiza el sujeto cognoscente y que provoca la existencia de una interacción con las propiedades del objeto por parte del sujeto: ¡mida! Más aun, tomar al medir precauciones contra el formalismo matemático y contra la tendencia al límite, significa que la interpretación de los datos experimentales están lo más libres posibles de estructuras del sujeto muy refinadas, y por lo mismo muy difíciles de caracterizar y eliminar.

En realidad tendremos que aceptar que en el quehacer Físico no se logre un total descentrarse, ya que cuando el Físico explica su imagen del mundo, sus creencias personales se ven involucradas en su experimento, y normalmente en forma inconsciente, y por eso son difíciles de encontrar y eliminar, ya que se trata de una dimensión metafísica que permanece siempre con el investigador y después se refleja en su teoría. En el modo de pensar exacto, la fabricación de un concepto es el precisar las partes de una intuición como tal. De esta forma en la formación de un concepto intervienen tres actividades del sujeto que son:

- a.- Sensación - Imaginación.
- b.- Atención - Desatención.
- c.- Comparación.

donde de estas atender y comparar son acciones que el sujeto realiza sobre lo real, o sea la sensación. Esto porque la inteligencia no entiende nada nuevo que no haya sido captado por la sensación, porque ésta es el primer contacto del sujeto sobre la realidad a conocer. De esto es claro que la realidad de un concepto físico no radica en la expresión metaformal que de éste se da, sino en la evidencia experimental observable. Así pues, vemos que la Física es un conocimiento que se construye, y que es profundamente simbólico, ya que no conoce la realidad del objeto de conocimiento, sino que pone este conocimiento en un signo o en un sistema de símbolos, cuya característica es estar en lugar del conocimiento del objeto. Para lograr esto, el símbolo está provisto de uno y sólo un significado. La física genera su lenguaje que es un complejo de signos o símbolos. Así, el metalenguaje matemático, no juega solo el papel de un simple cálculo, sino que forma parte constituyente de la teoría, sea porque el sujeto experimental está involucrado en el proceso físico bajo estudio, o porque otros observables externos al proceso se involucran en el experimento.

En estos dos casos la función deductiva de la lógica del metalenguaje, no es sólo el vincular datos medidos, sino en organizarlos de acuerdo a una acción supuesta por el sujeto, lo que no permite el reducir la observación experimental en la simple copia simbólica del dato. Es fundamental notar que el experimento y las metaformas lógico-matemática se estructuran por el sujeto unas en función de las otras, ya sea porque a partir de la estructura lógica se elabore una secuencia de realidades experimentales, o que dadas estas surja la necesidad de establecerlas lógica y matemáticamente por medio de un metalenguaje, que como ya se dijo, permite solo un significado a cada expresión.

Agazzi nos dice: "Primeramente una teoría nace formulada en lenguaje común y después se perfectúa mediante la significación de su lenguaje inicial. Ello implica la creación de nuevos términos y eventualmente el englobamiento de otros lenguajes artificiales (puramente técnicos) ya preparados en otras teorías, principalmente el lenguaje matemático. Después puede ocurrir, como ha ocurrido en la Física que la teoría se ramifique, y que su lenguaje sea objeto de ulteriores enriquecimientos y tecnificaciones, para hablar de los nuevos sectores de su universo de objetos que se han revelado susceptibles de una investigación especializada. Por todo ello el lenguaje de una teoría constituye en la práctica una mezcla de lenguaje artificial y lenguaje común. Sólo en casos excepcionales se realiza la formulación total de la teoría en un lenguaje artificial, para poder elaborar mejor la correspondiente metateoría. Esta última se expresa en el lenguaje común,

enriquecido eventualmente con símbolos específicos que hagan más eficaz su función metateórica".(E. Agazzi, 1971).

De acuerdo con esto, la teoría es una relación causal o, lo que es lo mismo, deducir relaciones a partir de hechos evidentes y observables, por medio de transformaciones que son operadas por el sujeto, de forma tal que correspondan las transformaciones físicas y las relaciones que intervengan en la deducción. Así vista, la causalidad es sólo una deducción incorporada a la experiencia, por medio de los modelos de la realidad creados por el sujeto experimental. Es importante hacer notar que entre causa y ley existe la diferencia de que en la ley, el sujeto aplica sus operaciones a los objetos y en la causa, el sujeto las atribuye a los objetos.

La causalidad es una operación más radicada en el sujeto y no en el objeto. La causa, aitía es el arkhe -El principio último del universo que se halla por razonamiento puro, por lo que la Física es intrateórica, y que todas las operaciones del sujeto sobre el objeto son aportes a la teoría.

Agazzi lo presenta de la siguiente forma: "Una teoría se constituye, cuando de algún modo se contempla la posibilidad de tomar en consideración un sistema de objetos provistos de sus correspondientes propiedades y relaciones, mientras que la cuestión del tipo de existencia de tales objetos no tiene que ver directamente con la teoría".(E. Agazzi, 1971).

Podemos concluir de la siguiente manera. La ciencia no es el reconocimiento de hechos o factibilidades sino conocimiento del por qué de los hechos.

1. El curso

La segunda parte es algo que en la educación hemos olvidado y es de algo muy importante, diríamos fundamental: El educando. Nos atrevemos a afirmar esto: La educación tiene el privilegio de que si como toda disciplina, trata un objeto construido al interior de ella, por los educadores, sujetos que lo construyen, este objeto que es la educación consiste a la vez, inseparablemente, de tratar a otro sujeto que debe de estar contenido en el objeto, y que es el educando. Si vemos la historia de la pedagogía, lo objetivo de ésta en la temática en la cual se va a educar, pero nunca en el sujeto al cual se va a educar en esa temática.

Aquí nos brota en forma clara la necesidad de un planteamiento diferente. Si hemos dicho que el pensamiento del alumno es analógico, lo interesante sería plantearnos el por qué de éste, ya que este causal nos da la pauta a la forma de abordaje a sus creencias. Si pensáramos en que la forma analógica es nata en él, el alumno nace con esa forma analógica como estructura de pensamiento, nos acercáramos a los planteamientos Piagetianos y podríamos, con base en su teoría, generar un soporte a la Psicogénesis. Pero si no pensamos de esa manera, es pensar que el alumno nace con un conjunto de creencias que le permiten operar en forma analógica, y no podríamos explicar en la teoría psicogénética, la no evolución al pensamiento formalizado. Aunque la forma sea analógica, el objeto construido con ella es adquirido, y estaríamos ante conflictos del tipo socio-cognoscitivo, y se debería de dar la transición a formas más elaboradas de analogía que conformen la formalización. Esto, nos es claro, no se da.

Si pensamos en que la forma analógica es inducida en el alumno como una creencia, estaríamos ante el conflicto socio-afectivo, y aquí es claro que la transición no puede darse. La inducción de la creencia aparece como fantasma, presente aún en la primera edad del alumno. Desde el principio se trata de crear del alumno un análogo del profesor, aparentemente debe ser así. Recordemos lo usual, lo que se usa. Hacemos en la educación, lo usual, lo que todos hacen. En educación creemos, hacemos, y decimos, lo que todos hacen, creen, y dicen, esto es claramente inducido. No existe argumento alguno para al saludar darse la mano, su soporte es el valor que el acto representa socialmente. Un argumento en contra de lo social en la educación: La oposición a la ruptura del creer impuesto, es reforzada por el uso social. Todos lo creemos así, porque así lo usamos, esto induce en el alumno un valor que busca el análogo del ser en el cual cree.

Eso, que para nosotros en forma arbitraria hemos llamado imitación, ese querer del alumno ser como el padre o el profesor, -cosa que se da mucho-, pensado como el imitar, no se puede formalmente soportar en algo. Sin embargo, ese quehacer del alumno visto a través de la teoría, es necesario y suficiente, o sea, causa, necesidad ontológica formal. Si esto lo transportamos a la educación en ciencias y técnica, cabe preguntarse: ¿Cuál es el papel de los Medios? Esto es parte de lo que con esta estructura de curso nos tratamos de responder al ponerlo en prueba con los estudiantes. Para ser congruentes con lo anterior tenemos incluido un laboratorio basado en video en el curso que le permite al estudiante experimentar, es decir medir, para poder construir su teoría.

Se mostrarán ahora las pantallas de las diferentes páginas del curso, en la figura 1 se muestra la pantalla principal.



Figura 1. Pantalla Principal

En la figura 2, se muestra la pantalla principal de Mecánica



Figura 2. Pantalla de Mecánica

En la figura 3, se muestra la pantalla principal de Termodinámica



Figura 3. Pantalla principal de Termodinámica

En la figura 4, se muestra la pantalla principal de Mecánica Estadística



Figura 4. Pantalla de Mecánica Estadística

En la figura 5, se muestra la pantalla principal de Electrodinámica.

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO
CURSO DE FÍSICA AVANZADA

Página Principal > Curso de Física Avanzada > Electrodinámica

Curso de Física Avanzada - Electrodinámica

MECÁNICA **TERMODINÁMICA** **MECÁNICA ESTADÍSTICA** **ELECTRODINÁMICA** **MECÁNICA CUÁNTICA** **RELATIVIDAD**

ELECTRODINÁMICA

ELECTROSTÁTICA

Los resultados de las observaciones sobre cargas eléctricas se pueden resumir en tres principios:

1. Hay sólo dos tipos de cargas eléctricas conocidas: positivas y negativas.
2. Dos cargas puntuales ejercen entre sí, fuerzas que actúan sobre la línea que las une y que son inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que los separa.
3. Estas fuerzas son también proporcionales al producto de las cargas. Son repulsivas para cargas iguales y atractivas para cargas diferentes.

Estos principios se pueden resumir en la ecuación:

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

La ley de Coulomb se aplica a cargas puntuales. En sentido macroscópico una carga puntual es aquella cuyas dimensiones espaciales son muy pequeñas en comparación con cualquier otra longitud pertinente al problema en consideración.

Si se tienen más de dos cargas puntuales, las fuerzas mutuas se determinan por la aplicación repetida de la ecuación (1). Particularmente, si se considera un sistema de N cargas, la fuerza sobre la n -ésima carga está dada por:

$$\vec{F} = \frac{q_n}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{\vec{r}_{in}}{r_{in}^3}$$

esto es sólo el principio de superposición de fuerzas que expresa que la fuerza total que actúa sobre un cuerpo, es la suma vectorial de las fuerzas individuales que actúan sobre él.

Una simple extensión de los ideas de N cargas puntuales intensificando, es la interacción de una carga puntual con una distribución

Figura 5. Pantalla de Electrodinámica

En la figura 6, se muestra la pantalla principal de Mecánica Cuántica.

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO
CURSO DE FÍSICA AVANZADA

Página Principal > Curso de Física Avanzada > Mecánica Cuántica

Curso de Física Avanzada - Mecánica Cuántica

MECÁNICA **TERMODINÁMICA** **MECÁNICA ESTADÍSTICA** **ELECTRODINÁMICA** **MECÁNICA CUÁNTICA** **RELATIVIDAD**

MECÁNICA CUÁNTICA

INTRODUCCIÓN

El conjunto de datos experimentales demuestró que si electrones, habiendo sido atribuido una energía y un impulso dados por:

$$E = h\nu = \frac{E}{c} = \frac{2\pi h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda} \cdot \lambda = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{1}{\lambda} = \frac{h}{\lambda^2}$$

La función de onda $\psi(x, y, z, t)$ es la amplitud del campo de ondas asociado a un electrón. La magnitud $|\psi(x, y, z, t)|^2$ es proporcional a la probabilidad de que un electrón se encuentre en un instante t , en el elemento de volumen dV , entorno al punto x, y, z . ψ es la probabilidad:

$$d\psi = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV$$

Con base en el teorema de adición de probabilidades, se puede completar la definición con una condición de normalización:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x, y, z, t)|^2 dV = 1$$

y es la probabilidad de encontrar la partícula en el intervalo t en cualquier punto. Para generalizarlo, se puede escribir:

$$d\psi = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV = \rho(x, y, z, t) dV$$

donde ρ es la densidad de probabilidad. La probabilidad de encontrar una partícula en un volumen V , en un instante t , es:

$$w(x, t) = \int_V \rho(x, y, z, t) dV$$

Figura 6. Pantalla principal de Mecánica Cuántica.

En la figura 7, se muestra la pantalla principal de Relatividad.



Figura 7. Pantalla principal de Relatividad

En la figura 8, se muestra la pantalla de una lección de Electrodinámica.



Figura 8. Pantalla de una lección de Electrodinámica

En las figuras 9 y 10 se presentan la cinta de títulos y la portada del curso

Figura9.Cinta de títulos



Figura10. Portada del curso

2. Códigos

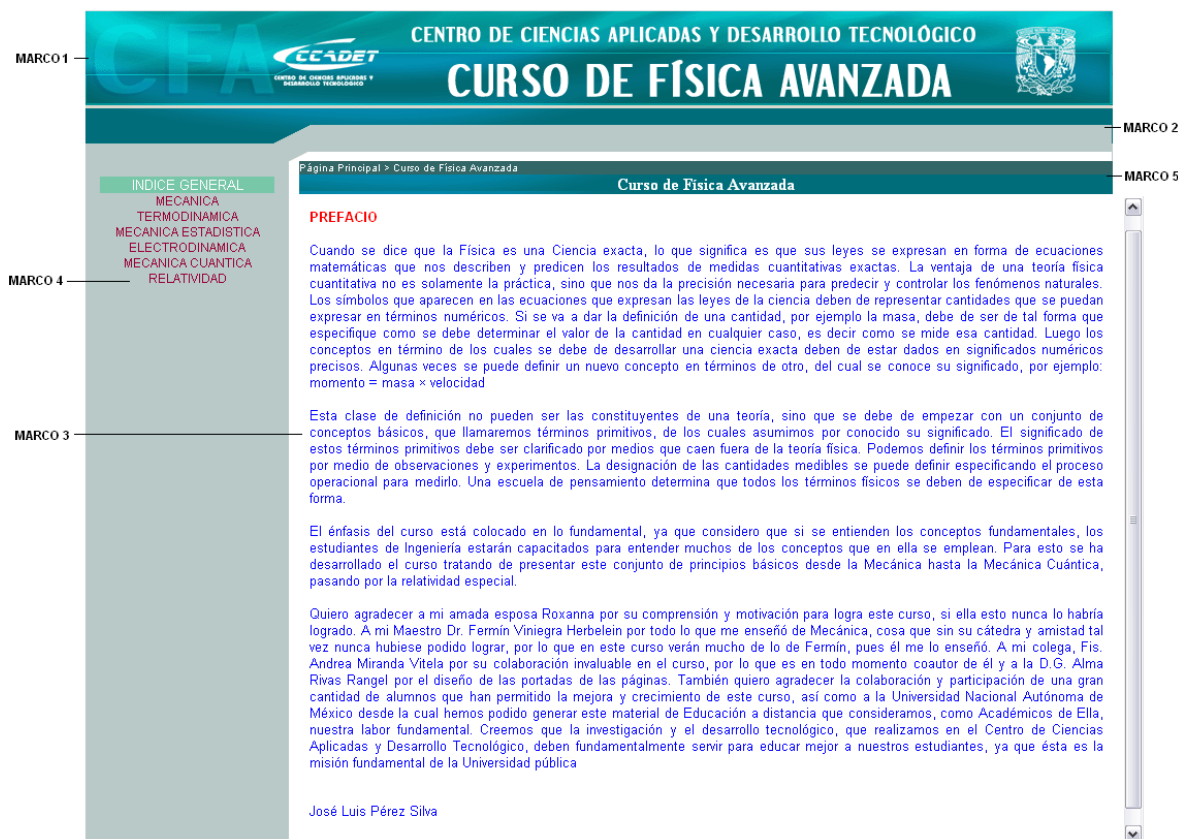


Figura 11. Distribución de marcos de las páginas

La distribución general de la página del curso es la que se muestra en la figura 11.

El marco 1 es en el que se colocó la identificación y logos del curso.

El marco 2 corresponde a la franja de separación

El marco 3 corresponde a la parte donde se presenta el texto y las imágenes.

El marco 4 corresponde al índice

El marco 5 corresponde al tema y a los índices auxiliares.

Para cada una de las secciones del reporte se dan en los códigos el tipo y tamaño de la letra, los márgenes de la página, la incrustación de ecuaciones y el formato del texto. También se da la estructura del marco y sus ligas.

En este informe técnicos se presentan todos los códigos de las diferentes partes del curso.

3. Prefacio

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="prefacio_archivos/filelist.xml">
<title>PREFACIO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>4</o:Revision>
<o:TotalTime>17</o:TotalTime>
<o:Created>2007-06-01T12:41:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-06-01T13:08:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>508</o:Words>
<o:Characters>2797</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>23</o:Lines>
<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3299</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:12.0pt;
```

```

font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:591.75pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal style='text-align:justify'><b style='mso-bidi-font-weight:
normal'><span style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red;mso-ansi-language:
ES'>PREFACIO</span></b></p>
<p class=MsoNormal style='text-align:justify'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal style='text-align:justify'><span style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue;mso-ansi-language:ES'>Cuando se dice que la
Física es una Ciencia exacta, lo que significa es que sus leyes se expresan
en forma de ecuaciones matemáticas que nos describen y predicen los
resultados de medidas cuantitativas exactas. La ventaja de una teoría física
cuantitativa no es solamente la práctica, sino que nos da la precisión
necesaria para predecir y controlar los fenómenos naturales. Los símbolos que
aparecen en las ecuaciones que expresan las leyes de la ciencia deben de

```

representar cantidades que se puedan expresar en términos numéricos. Si se va a dar la definición de una cantidad, por ejemplo la masa, debe de ser de tal forma que especifique como se debe determinar el valor de la cantidad en cualquier caso, es decir como se mide esa cantidad. Luego los conceptos en término de los cuales se debe de desarrollar una ciencia exacta deben de estar dados en significados numéricos precisos.

Algunas veces se puede definir un nuevo concepto en términos de otro, del cual se conoce su significado, por ejemplo: momento = masa $\times$ velocidad

Esta clase de definición no pueden ser las constituyentes de una teoría, sino que se debe de empezar con un conjunto de conceptos básicos, que llamaremos términos primitivos, de los cuales asumimos por conocido su significado. El significado de estos términos primitivos debe ser clarificado por medios que caen fuera de la teoría física. Podemos definir los términos primitivos por medio de observaciones y experimentos. La designación de las cantidades medibles se puede definir especificando el proceso operacional para medirlo. Una escuela de pensamiento determina que todos los términos físicos se deben de especificar de esta forma.

El énfasis del curso está colocado en lo fundamental, ya que considero que si se entienden los conceptos fundamentales, los estudiantes de Ingeniería estarán capacitados para entender muchos de los conceptos que en ella se emplean. Para esto se ha desarrollado el curso tratando de presentar este conjunto de principios básicos desde la Mecánica hasta la Mecánica Cuántica, pasando por la relatividad especial.

Quiero agradecer a mi amada esposa Roxanna por su comprensión y motivación para logra este curso, si ella esto nunca lo habría logrado. A mi Maestro Dr. Fermín Viniegra Herbelein por todo lo que me enseñó de Mecánica, cosa que sin su cátedra y amistad tal vez nunca hubiese podido lograr, por lo que en este curso verán mucho de lo de Fermín, pues él me lo enseñó. A mi colega, Fis. Andrea Miranda Vitela por su colaboración invaluable en el curso, por lo que es en todo momento coautor de él y a la D.G. Alma Rivas Rangel por el diseño de las portadas de las páginas. También quiero agradecer la colaboración y participación de una gran cantidad de alumnos que han permitido la mejora y crecimiento de este curso, así como a la Universidad Nacional Autónoma de México desde la cual hemos podido generar este material de Educación a distancia que consideramos, como Académicos de Ella, nuestra labor fundamental. Creemos que la investigación y el desarrollo tecnológico, que realizamos en el Centro de Ciencias Aplicadas

y Desarrollo Tecnológico, deben fundamentalmente servir para educar mejor a nuestros estudiantes, ya que ésta es la misión fundamental de la Universidad pública José Luis Pérez Silva
--

3.1. Prefacio. Marco 1


```

}
a:active {
    color: #FFFFFF;
    text-decoration: none;
}
.style3 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif}
.style4 {color: #FFFFFF}
-->
</style></head>

<body>
<table width="996" height="149" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0"
background="fisicaavanz3.gif">
<tr>
<td width="289" height="20" align="left" valign="top">&nbsp;</td>
</tr>
</table>
</body>
</html>

```

3.2. Prefacio. Marco 2

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
    background-color: #B8C9C8;
}
-->
</style></head>

<body>
</body>
</html>

```

3.3. Prefacio. Marco 3

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
    margin-left: 20px;
    margin-top: 0px;
    margin-right: 10px;
    margin-bottom: 0px;
}
-->

```

```
-->
</style></head>

<body>
</body>
</html>
```

3.4. Prefacio. Marco 4

```
<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
    background-color: #FFFFFF;
    margin-left: 10px;
    margin-top: 0px;
    margin-right: 0px;
    margin-bottom: 0px;
}
.style12 {
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    font-size: 10px;
    color: #FFFFFF;
}
.style13 {color: #FFFFFF}
a:link {
    color: #FFFFFF;
    text-decoration: none;
}
a:visited {
    text-decoration: none;
    color: #FFFFFF;
}
a:hover {
    text-decoration: none;
    color: #0000FF;
}
a:active {
    text-decoration: none;
    color: #FF0000;
}
-->
</style></head>

<body>
<table width="788" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0">
<tr>
<td width="814" bgcolor="#336666"><span class="indicador style4 style12">P&aacute;gina
Principal &gt; Curso de F&iacute;sica Avanzada </span></td>
</tr>
<tr>
```

```
 <div align="center" class="titulogrande style5 style13"><strong>Curso de Física Avanzada </strong></div></td> </tr> </table> <div align="left"></div> <p>&nbsp;</p> </body> </html> |
```

3.5. Prefacio. Marco 5

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
    background-color: #B8C9C8;
}
.style1 {
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    font-size: 12px;
    font-weight: bold;
    color: #0000CC;
}
a:link {
    color: #990033;
    text-decoration: none;
}
a:visited {
    text-decoration: none;
    color: #990033;
}
a:hover {
    text-decoration: none;
    color: #0000FF;
}
a:active {
    text-decoration: none;
    color: #FF0000;
}
a {
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    font-size: 12px;
}
.style14 {
    color: #FFFFFF;
    font-size: 10pt;
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
}
.style15 {color: #B8C9C8}
.style16 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 10pt;}

```

```

-->
</style>
</head>

<body>
<div align="center">
  <table width="169" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0" bgcolor="#6699CC">
    <tr>
      <td bgcolor="#78C7A9"><div align="center"><span class="style14">INDICE GENERAL
</span></div></td>
    </tr>
    <tr>
      <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style16"><a
href="mecanica/mecanica.htm" target="_parent">MECANICA</a></span></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
      <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style16"><a
href="termoavan/termodinamica.htm"
target="_parent">TERMODINAMICA</a></span></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
      <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style16"><a
href="mecaestadistica/mecaestadistica.htm" target="_parent">MECANICA ESTADISTICA
</a></span></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
      <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style16"><a
href="electrodinamica/electrodinamica.htm"
target="_parent">ELECTRODINAMICA</a></span></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
      <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style16"><a
href="mec%20cuantica/mecacuantica.htm" target="_parent">MECANICA CUANTICA
</a></span></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
      <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style15"><span class="style16"><a
href="relatividad/relatividad.htm" target="_parent">RELATIVIDAD</a></span></div></td>
    </tr>
  </table>
  <p class="style1">&nbsp;</p>
</div>
</body>
</html>

```

3.6. Prefacio. Marco 6

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
</head>

<body>

```

```
</body>
</html>
```

3.7. Mecánica. Introducción

```
<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="introduccion_archivos/filelist.xml">
<title>INTRODUCCION</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>1</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-29T17:15:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T17:16:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>409</o:Words>
<o:Characters>2250</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>18</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2654</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]>--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]>-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
```

```

        margin-bottom:.0001pt;
        text-align:justify;
        mso-pagination:widow-orphan;
        mso-layout-grid-align:none;
        punctuation-wrap:simple;
        text-autospace:none;
        font-size:12.0pt;
        mso-bidi-font-size:10.0pt;
        font-family:"Times New Roman";
        mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
        mso-ansi-language:EN-US;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
    <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red;mso-ansi-
language:ES'>INTRODUCCION</span></b><span
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red;mso-ansi-language:ES'><o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue;
mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue;

```

mso-ansi-language:ES'>Cuando se dice que la Física es una Ciencia exacta, lo que significa es que sus leyes se expresan en forma de ecuaciones matemáticas que nos describen y predicen los resultados medidas cuantitativas exactas. La ventaja de una teoría física cuantitativa no es solamente la práctica, sino que nos da la precisión necesaria para predecir y controlar los fenómenos naturales. Los símbolos que aparecen en las ecuaciones que expresan las leyes de la ciencia deben de representar cantidades que se puedan expresar en términos numéricos. Si se va a dar la definición de una cantidad, por ejemplo la masa, debe de ser de tal forma que especifique como se debe determinar el valor de la cantidad en cualquier caso. Luego los conceptos en términos de los cuales se debe de desarrollar una ciencia exacta deben de estar dados en significados numéricos precisos. Algunas veces se puede definir un nuevo concepto en términos de otro, del cual se conoce su significado, por ejemplo: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>momento = masa ´ velocidad<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Esta clase de definición no pueden ser las constituyentes de una teoría, sino que se debe de empezar con un conjunto de conceptos básicos, que llamaremos términos primitivos, de los cuales asumimos por conocido su significado. El significado de estos términos primitivos debe de ser clarificado por medios que caen fuera de la teoría física. Podemos definir los términos primitivos por medio de observaciones y experimentos. La designación de las cantidades medibles se puede definir especificando el proceso operacional para medirlo. Una escuela de pensamiento determina que todos los términos físicos se deben de especificar de esta forma.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La Mecánica fue históricamente la primera rama de la física que se desarrolla como una ciencia exacta. Las leyes de los fluidos en equilibrio estático, fue conocido por los científicos griegos en el siglo III. El gran desarrollo de la Física en los últimos tres siglos, comienza con el descubrimiento de las leyes de la mecánica por Galileo y Newton.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La mecánica es el estudio del movimiento de los cuerpos materiales, y se puede dividir en Cinemática, Dinámica y Estática. La Cinemática es el estudio y descripción de los movimientos posibles de los cuerpos materiales. La Dinámica es el estudio de las leyes que determinan, acerca de todos los posibles movimientos, que movimiento toma lugar en un caso dado. En la Dinámica se introduce el concepto de fuerza, y su problema central es determinar, para cualquier sistema físico, los movimientos que se pueden dar bajo la acción de las fuerzas aplicadas. La Estática es el estudio de las fuerzas y sistemas de fuerzas, que actúan en cuerpos en reposo.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

```

    </div></td>
  </tr>
</table>
</body>

</html>

```

3.8. Mecánica. Introducción. Marco 4

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Mec&acute;nica</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
    background-color: #FFFFFF;
    margin-left: 10px;
    margin-top: 0px;
    margin-right: 0px;
    margin-bottom: 0px;
}
.style12 {
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    font-size: 10px;
}
.style13 {color: #FFFFFF}
a:link {
    color: #FFFF99;
    text-decoration: none;
}
a:visited {
    text-decoration: none;
    color: #FFFF99;
}
a:hover {
    text-decoration: none;
    color: #990033;
}
a:active {
    text-decoration: none;
    color: #FF0000;
}
.style24 {color: #FFFFFF; font-weight: bold; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;}
.style26 {font-size: 12px}
-->
</style></head>

<body>
<table width="789" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0">
  <tr>
    <td width="830" height="14" bgcolor="#336666"><span class="indicador style4 style12"><a
href=" ../fisicaavanzada.htm"      target="_parent">P&acute;gina      Principal</a>      <span

```



```

class="style13">&gt; Curso de Física Avanzada &gt; Mecánica</span>
</span></td>
</tr>
<tr>
<td align="center" valign="middle" background="../fisicaavanz2.gif"><div align="center"
class="titulogrande style5 style13"><strong>Curso de Física Avanzada -
Mecánica</strong></div></td>
</tr>
</table>
<div align="left">
<table width="789" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0"
background="../fisicaavanz2.gif">
<tr background="../fisicaavanz2.gif">
<td width="88"><div align="center" class="style26"><span class="style24"><a
href="mecanica.htm" target="_parent">MECANICA</a> </span></div></td>
<td width="124"><div align="center" class="style26"><span class="style24"><a
href="../termoavan/termodinamica.htm"
target="_parent">TERMODINAMICA</a></span></div></td>
<td width="173"><div align="center" class="style26"><span class="style24"><a
href="../mecaestadistica/mecaestadistica.htm" target="_parent">MECANICA
ESTADISTICA</a>
</span></div></td>
<td width="149"><div align="center" class="style26"><span class="style24"><a
href="../electrodinamica/electrodinamica.htm"
target="_parent">ELECTRODINAMICA</a></span></div></td>
<td width="147"><div align="center" class="style26"><span class="style24"><a
href="../mec%20cuantica/mecacuantica.htm"
target="_parent">MECANICA
CUANTICA</a></span></div></td>
<td width="108"><div align="center" class="style26"><span class="style24"><a
href="../relatividad/relatividad.htm" target="_parent">RELATIVIDAD</a></span></div></td>
</tr>
</table>
</div>
<p>&nbsp;</p>
</body>
</html>

```

3.9. Mecánica. Introducción. Marco 5

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
    background-color: #B8C9C8;
}
.style1 {
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    font-size: 12px;
    font-weight: bold;
    color: #0000CC;
}
a:link {

```

```

        color: #990033;
        text-decoration: none;
    }
    a:visited {
        text-decoration: none;
        color: #990033;
    }
    a:hover {
        text-decoration: none;
        color: #0000FF;
    }
    a:active {
        text-decoration: none;
        color: #FF0000;
    }
    a {
        font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
        font-size: 9px;
    }
    .style14 {
        color: #FFFFFF;
        font-size: 10pt;
        font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    }
    .style15 {color: #B8C9C8}
    .style19 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 9px; color: #990033; }
    .style22 {color: #990033}
    .style25 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 9px; }
    .style26 {font-size: 9px}
    .style28 {
        color: #990033;
        font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
        font-size: 9px;
    }
}
-->
</style>
</head>

<body>
<div align="center">
    <table width="169" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0" bgcolor="#6699CC">
        <tr>
            <td
                bgcolor="#78C7A9"><div
                    align="center"><span
                        class="style14">INDICE
MECANICAL</span></div></td>
        </tr>
        <tr>
            <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style19"> <a
href="introduccion.htm" target="mainFrame">INTRODUCCION</a></span></span></div></td>
            </tr>
            <tr>
                <td
                    bgcolor="#B8C9C8"><div
                        align="center"
                        class="style15"><a
                            href="cinematica.htm"
                            target="mainFrame"><span class="style19"> CINEMATICA </span></a></div></td>
                </tr>
            </tr>
        </table>
    </div>

```

```

        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style25">
<span class="style22">
        <a href="dinamica.htm"
target="mainFrame">DINAMICA</a></span></span></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style19"> <a
href="leymovnewton.htm"
        target="mainFrame">LEYES
        DE
        NEWTON
</a></span></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style19"> <a
href="problemenmec.htm"
        target="mainFrame">PROBLEMAS
        ELEMENTALES
</a></span></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"> <div align="center" class="style19"> <a href="teorenergmomento.htm"
target="mainFrame">ENERGIA Y MOMENTO </a></div></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a href="fuerzas.htm"
target="mainFrame">FUERZAS</a></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="caidacuerpo.htm" target="mainFrame">CAIDA DE UN CUERPO </a></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="oscarmonicsimple.htm" target="mainFrame">OSCILADOR
        ARMONICO
        SIMPLE
</a></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="princsuperposicion.htm" target="mainFrame">PRINCIPIO
        DE
        SUPERPOSICION
</a></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="momentoangular.htm" target="mainFrame">MOMENTO ANGULAR </a></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="campocentral.htm" target="mainFrame">CAMPO CENTRAL </a></span></div></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"><p align="center" class="style19"> <a href="coordgeneralizadas.htm"
target="mainFrame">COORDENADAS GENERALIZADAS </a></p></td>
    </tr>
    <tr>
        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="formalislagrange.htm" target="mainFrame">FORMALISMO
        DE
        LAGRANGE
</a></span></div></td>
    </tr>
    <tr>

```

 ECUACIONES DE HAMILTON
 METODOS VARIACIONALES
 TRANSFORMACION DE CONTACTO
 COORDENADAS CICLICAS
 PARENTESIS DE POISSON
 PRINCIPIO DE MINIMA ACCION
 PARTICULA LIBRE
 SISTEMA DE PARTICULAS
 TEOREMA DE CONSERVACION
 MECANICA DE LA PARTICULA
 ENERGIA
 DESPLAZAMIENTO VIRTUAL

```

</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="metvariacionales.htm" target="mainFrame">METODOS VARIACIONALES
</a></span></div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="fuercentrales.htm" target="mainFrame">FUERZAS CENTRALES </a></span></div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="difucampocentral.htm" target="mainFrame">DIFUSION EN UN
CAMPO</a></span></div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="ecmovcuerporigido.htm" target="mainFrame">CUERPO RIGIDO </a></span></div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="translegendrey%20hamilton.htm" target="mainFrame">ECUACIONES DE HAMILTON
</a></span></div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><p align="center" class="style19"> <a href="parentpoisson2.htm"
target="mainFrame">PARENTESIS DE POISSON </a></p></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="princmaupertius.htm" target="mainFrame">PRINCIPIO DE MAUPERTIUS
</a></span></div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="transfcanonicas.htm" target="mainFrame">TRANSFORMACIONES CANONICAS
</a></span></div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="ecuahamilton2.htm" target="mainFrame">ECUACION DE HAMILTON-JACOBI
</a></span></div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="invadiabaticos.htm" target="mainFrame">INVARIANTES ADIABATICOS
</a></span></div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a
href="parentpoisson.htm" target="mainFrame">PARENTESIS DE POISSON
</a></span></div></td>
</tr>
</table>
<p class="style1">&nbsp;</p>
</div>

```

```
</body>
</html>
```

3.10. Mecánica. Cinemática

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="cinematica_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="cinematica_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="cinematica_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>CINEMATICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
  <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
  <o:Template>Normal</o:Template>
  <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
  <o:Revision>2</o:Revision>
  <o:TotalTime>2</o:TotalTime>
  <o:Created>2007-05-25T16:22:00Z</o:Created>
  <o:LastSaved>2007-05-25T16:24:00Z</o:LastSaved>
  <o:Pages>1</o:Pages>
  <o:Words>211</o:Words>
  <o:Characters>1162</o:Characters>
  <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
  <o:Lines>9</o:Lines>
  <o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
  <o:CharactersWithSpaces>1371</o:CharactersWithSpaces>
  <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
```

```

    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

```

```

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>CINEMATICA</span></b><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Lo primero a describir es el movimiento de una part&iacute;cula, la cual es un objeto
cuyo tama&ntilde;o y estructura interna son despreciables para el problema que se estudia.
Podemos describir la posici&oacute;n de una part&iacute;cula especificando un punto en el
espacio. Lo anterior lo hacemos por medio de dar tres coordenadas, las cuales son usualmente
coordenadas rectangulares. Para describir el movimiento de una part&iacute;cula, especificamos
las coordenadas como una funci&oacute;n del tiempo, <span class=GramE>x(</span>t), y(t),
z(t).<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>El problema b&aacute;sico de la Mec&aacute;nica Cl&aacute;sica, es encontrar formas
para determinar funciones como las que especifican la posici&oacute;n de un objeto como una
funci&oacute;n del tiempo, para cualquier situaci&oacute;n mec&aacute;nica. El significado
f&iacute;sico de una funci&oacute;n <span class=GramE>x(</span>t) est&aacute; contenido en las
reglas que nos dicen como medir la coordenada x de una part&iacute;cula en un tiempo t.
Conociendo el significado de x(t), podemos definir la componente x de la velocidad <span
class=SpellE>v<sub>x</sub></span> al tiempo t, de la forma:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke jointstyle="miter"/>
</v:shapetype>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt;
height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="cinematica_archivos/image001.wmz" o:title="">

```



```

</v:shape><![endif]-->
    <![if !vml]>
        
    <![endif]>
    </sub>
    <!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241597506">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
    <o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de la misma forma para las otras
coordenadas:<o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><span
style='position:relative;top:11.0pt;mso-text-raise:-11.0pt'>
    <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:60.75pt;height:27.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="cinematica_archivos/image014.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
    <![if !vml]>
        
    <![endif]>
    </span></sub>
    <!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241597507">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
    <o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub>
    <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:54pt;height:27.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="cinematica_archivos/image005.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
    <![if !vml]>
        
    <![endif]>
    </sub>
    <!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241597508">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
    </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

```

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Podemos definir las componentes de la aceleraci&ocute;n como la derivada de las componentes de la velocidad respecto del tiempo:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:111pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="cinematica_archivos/image007.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241597509">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:111pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="cinematica_archivos/image009.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241597510">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:110.25pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="cinematica_archivos/image011.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241597511">

```

</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
    <o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Para describir un sistema de part&iacute;culas debemos especificar las coordenadas de
cada part&iacute;cula.<o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>

</html>

```

3.11. Mecánica. Dinámica

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="dinamica_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="dinamica_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="dinamica_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>DINAMICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T16:25:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T19:34:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>495</o:Words>
<o:Characters>2723</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>22</o:Lines>
<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3212</o:CharactersWithSpaces>

```

```

<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;

```

```

mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:imap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="785" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>DINAMICA</span></b></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>La experiencia nos lleva a creer que el movimiento de los cuerpos f&iacutes;nicos es
controlado por interacciones entre ellos y sus alrededores. Las observaciones del comportamiento
de los proyectiles y de los objetos que se deslizan por superficies lisas y bien lubricadas nos dan la
idea de que los cambios en la velocidad de los cuerpos son producidos por la interacci&oacute;n
con los alrededores. Un cuerpo aislado de todas las interacciones deber&iacute;a de tener una
velocidad constante. Luego para formular las leyes de la din&aacute;mica pondremos nuestra
atenci&oacute;n en la aceleraci&oacute;n.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Si imaginamos dos cuerpos interactuando con otro y aislados de los alrededores, es
evidente que no podemos encontrar estos cuerpos en la naturaleza, ya que no podr&iacute;an
estar aislados de interactuar con la gran cantidad de cuerpos que existen en ella, esta es una
situaci&oacute;n simplificada para pensar en ellos y podemos esperar leyes matem&aacute;ticas
simples de los mismos. Cuidadosos experimentos con cuerpos nos llevan a la conclusi&oacute;n
de la imposibilidad de los cuerpos aislados. Podemos observar que los dos cuerpos est&aacute;n
siempre acelerados en direcciones opuestas, y que la raz&oacute;n de sus aceleraciones es
constante para cualquier par particular de cuerpos, sin importar que tan fuertemente se puede
presionar o jalar uno al otro. Si medimos las coordenadas x<sub>1</sub> y x<sub>2</sub> de los
dos cuerpos a lo largo de la l&iacute;nea de su aceleraci&oacute;n, luego:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>

```

```

<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:45.75pt;
height:39pt' o:ole="">
<v:imagedata src="dinamica_archivos/image011.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241781644">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
</p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> k<sub>12</sub> es una constante
característica de los dos cuerpos referidos. El signo negativo expresa el hecho de que la
aceleración está en sentido opuesto.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Encontramos que en general que los cuerpos más masivos se aceleran menos.
En efecto, la relación k<sub>12</sub> es proporcional a la razón de las masas de
los cuerpos 1 y 2. La aceleración de los cuerpos interactuando es inversamente
proporcional a sus masas. La masa de cualquier otro cuerpo se puede definir como la razón
de la aceleración de masa unitaria, a la aceleración del otro cuerpo cuando los dos
están en interacción.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:51.75pt;height:39pt' o:ole="">
<v:imagedata src="dinamica_archivos/image012.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>


```

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241781645">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> m_i es la masa del cuerpo i y la
masa m₁ es la masa unitaria.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Como la ecuaci&ocute;n anterior se puede usar como definici&ocute;n la
raz&ocute;n k₁₂ de las aceleraciones mutuas de los dos cuerpos y deben de
satisfacer ciertos requerimientos. Un requerimiento que es esencial es que el concepto de masa es
independiente de un cuerpo en particular que se elija como masa unitaria, en el sentido de que la
raz&ocute;n de las dos masas es independiente de la unidad de masa que se emplee. Esto es
cierto ya que de las siguientes relaciones, encontradas experimentalmente, entre las relaciones de
aceleraciones mutuas de cualquier tres cuerpos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>k₁₂k₂₃k₃₁ =
1<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Supongamos que el cuerpo 1 es la masa unitaria. Si los cuerpos 2 y 3
interactúan entre sí, encontramos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:159.75pt;height:39pt' o:ole="">
<v:imagedata src="dinamica_archivos/image013.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241781646">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;


```

</tr>
</table>
</body>

</html>

```

3.12. Mecánica. Leyes de Newton

```

<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="leymovnewton_archivos/filelist.xml">
<title>LEYES DEL MOVIMIENTO DE NEWTON</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>1</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T16:30:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T17:22:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>98</o:Words>
<o:Characters>540</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>4</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>637</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */

```

```

p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}

@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}

div.Section1
    {page:Section1;}

/* List Definitions */
@list l0
    {mso-list-id:1979187869;
    mso-list-type:simple;
    mso-list-template-ids:53371694;}

@list l0:level1
    {mso-level-tab-stop:none;
    mso-level-number-position:left;
    mso-level-legacy:yes;
    mso-level-legacy-indent:14.15pt;
    mso-level-legacy-space:0cm;
    margin-left:14.15pt;
    text-indent:-14.15pt;}

ol
    {margin-bottom:0cm;}

ul
    {margin-bottom:0cm;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;

```

```

        mso-pagination:widow-orphan;
        font-size:10.0pt;
        font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>LEYES DEL MOVIMIENTO DE
NEWTON</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Newton fue el primero que dio una formulación completa de
la mecánica, con sus tres leyes:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;
color:blue'><span style='mso-list:ignore'>1.<span style='font:7.0pt "Times
New
Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>Todo cuerpo continúa en su estado de reposo o
de movimiento uniforme en una línea recta, hasta que una fuerza impresa en él
lo <span class=SpellE>force</span> a cambiarlo.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;
color:blue'><span style='mso-list:ignore'>2.<span style='font:7.0pt "Times
New
Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>La razón de cambio de los momentos es <span
class=SpellE>proporsional</span> a la fuerza impresa, y es en la dirección en
la cual la fuerza actúa.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;
color:blue'><span style='mso-list:ignore'>3.<span style='font:7.0pt "Times
New
Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>Para toda acción siempre existe opuesta una
reacción igual.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En la segunda ley, el momento se define como el producto de

```

la masa por la velocidad de la partícula. El momento se expresa en sus componentes como:

x

mv_x

y

mv_y

z

mv_z

3.13. Mecánica. Algunos problemas elementales en Mecánica

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="probelemenmec_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="probelemenmec_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="probelemenmec_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ALGUNOS PROBLEMAS ELEMENTALES EN MECANICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

```

```

<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>2</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T16:32:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:34:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>175</o:Words>
<o:Characters>965</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>8</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1138</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;

```

```

        mso-footer-margin:35.45pt;
        mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
    <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ALGUNOS PROBLEMAS
ELEMENTALES EN MECANICA<o:p></o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Uno de los problemas mecánicos simples es encontrar el
movimiento de un cuerpo que se mueve en una línea recta, y actuado por una fuerza
constante. Si la masa del cuerpo es m y la fuerza es F, tenemos por la
segunda ley de Newton: <o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>F
=
<span
class=SpellE>ma</span><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Arial;color:blue">La aceleración es una constante y por lo mismo:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:54pt;
height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="problemenmec_archivos/image001.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792455">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si la ecuación anterior la multiplicamos por <span
class=SpellE>dt se tiene una expresión para el cambio de la velocidad
que ocurre durante un intervalo d tiempo dt:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:45.75pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="problemenmec_archivos/image003.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792456">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Integrando encontramos el cambio total en la velocidad
durante el tiempo t:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:59.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="probelemenmec_archivos/image005.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792457"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:57pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="probelemenmec_archivos/image007.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792458"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>dondev₀ es la velocidad en t = 0. Si x es la distancia del cuerpo desde un origen fijo, luego:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:81pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="probelemenmec_archivos/image009.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792459"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Multiplicando por dt e integrando tenemos para x:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:93pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="probelemenmec_archivos/image011.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792460"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

</o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:93.75pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="probelemenmec_archivos/image013.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792461">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>donde x₀ representa la posición del cuerpo en t = 0. Ahora completaremos la descripción del movimiento. De las ecuaciones<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:81pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="probelemenmec_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792462">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>y<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:93.75pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="probelemenmec_archivos/image013.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792463">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>podemos calcular la velocidad del cuerpo en cualquier tiempo t, y la distancia que ha viajado. <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

```

</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

```

3.14. Mecánica. Teoremas de energía y momento

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="teorenergmomento_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="teorenergmomento_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="teorenergmomento_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TEOREMAS DE ENERGIA Y MOMENTO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>6</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T16:34:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:36:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>340</o:Words>
<o:Characters>1875</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>15</o:Lines>
<o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2211</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>

```

```

</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;

```

```

mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:imap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TEOREMAS DE ENERGIA Y
MOMENTO</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El movimiento de una partícula está gobernado por la
ecuación:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

```

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
 </v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:47.25pt; height:29.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teorenergmomento_archivos/image025.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792561">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>El momento lineal p está definido por la ecuación:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teorenergmomento_archivos/image026.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792562">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>De la ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:47.25pt;height:29.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="teorenergmomento_archivos/image025.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792563">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>y usando la ecuación <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teorenergmomento_archivos/image026.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792564">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>y suponiendo a m como una constante se tiene:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:33.75pt;height:27pt'

o:ole="">
<v:imagedata src="teorenergmomento_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792565">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Esta ecuación establece que la razón de cambio del momento
es igual a la fuerza aplicada, que es la segunda ley de Newton. Si
multiplicamos la última ecuación por dt e
integramos desde ₁ a ₂, se obtiene la forma integral
del teorema del momento:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:65.25pt;height:35.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teorenergmomento_archivos/image028.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792566">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Esta ecuación nos da el cambio del momento debido a la
aplicación de una fuerza t durante un intervalo de tiempo. Si la fuerza está
dada como F(x, v, t) el impulso se puede calcular para cualquier movimiento
particular dado x(t) y v(t).<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si la ecuación<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:47.25pt;height:29.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teorenergmomento_archivos/image025.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792567">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>se multiplica por v, se obtiene:<o:p></o:p></p>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792572">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Pero <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:48.75pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teorenergmomento_archivos/image034.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792573">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>que es la Energía Cinética, por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:35.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teorenergmomento_archivos/image035.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792574">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si la fuerza F es conocida, la ecuación<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:47.25pt;height:29.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teorenergmomento_archivos/image025.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792575">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>llega<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> a ser una ecuación
diferencial ordinaria de segundo orden para x(t). La fuerza F puede ser
conocida como una función de las variables t, x y v. Para cualquier

[illegible]

</body>

</html>

3.15. Mecánica. Fuerzas

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="fuerzas_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="fuerzas_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="fuerzas_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>FUERZAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
  <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
  <o:Template>Normal</o:Template>
  <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
  <o:Revision>2</o:Revision>
  <o:TotalTime>14</o:TotalTime>
  <o:Created>2007-05-25T16:41:00Z</o:Created>
  <o:LastSaved>2007-05-27T21:27:00Z</o:LastSaved>
  <o:Pages>1</o:Pages>
  <o:Words>598</o:Words>
  <o:Characters>3292</o:Characters>
  <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
  <o:Lines>27</o:Lines>
  <o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
  <o:CharactersWithSpaces>3883</o:CharactersWithSpaces>
  <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
```

```

<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

```

```

<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
  <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>FUERZAS</span></b><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si la fuerza F está dada como una del tiempo, luego la
ecuación del movimiento<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte
vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:75pt;
height:29.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="fuerzas_archivos/image057.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788441">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

```

font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>se puede resolver de la siguiente forma: multiplicamos la ecuación por dt e integramos del instante inicial $t=0$ a cualquier otro instante t, se obtiene la ecuación<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image058.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788442"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>de la forma:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:87pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image059.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788443"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Ya que F(t) es una función conocida de t, la integral de la derecha, al menos en principio, se puede evaluar y el lado derecho de la ecuación es una función del tiempo.

Resolviendo para v:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image060.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788444"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Multiplicando por dt e integrando de nuevo de t₀ a t:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:155.25pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image061.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788445"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Para evitar confusión volvemos a escribir la variable de integración como t' en la primera integral y t'' en la segunda:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:150.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image062.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788446"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Otro caso que es fácil de resolver es cuando la fuerza es dependiente solamente de la velocidad, <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:57pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image063.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788447"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Para resolver la ecuación multiplicamos por [mF(v)]^{-1}dt e integramos de t₀ a t:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:65.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image064.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788448"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si resolvemos para v, tenemos una ecuación de la forma:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:105pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image065.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788449"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>luego la solución para x será de la forma:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

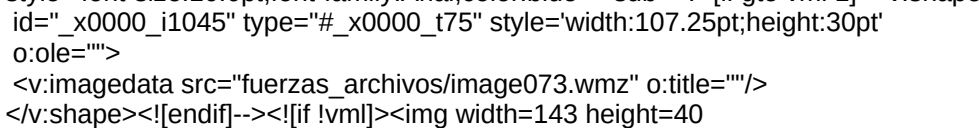
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:108.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image066.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788450"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>Uno de los tipos más importantes de movimiento se da cuando la fuerza es función solamente de la posición x:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:54pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image067.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788451"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>Tenemos por el teorema de energía, <o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image058.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788452"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>que:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:101.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image068.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788453"></o:OLEObject></xml><![endif]></p>

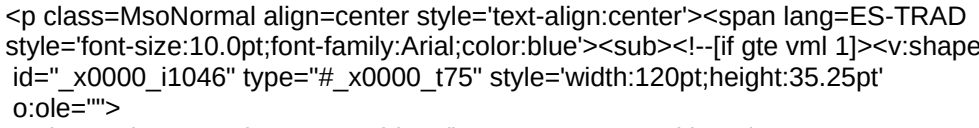
</o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>La integral de la derecha es el trabajo realizado por la fuerza cuando la partícula pasa de x_0 a x . Definiremos la energía potencial $V(x)$ como el trabajo realizado por la fuerza cuando la partícula va de x a un punto definido s <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:123pt;height:36pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image069.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788454">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>En términos de $V(x)$ se puede escribir la ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:101.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image068.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788455">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>de la forma:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1040" type="#_x0000_t75" style='width:110.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image070.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788456">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Con la ayuda de las ecuaciones<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75" style='width:123pt;height:36pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image069.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788457">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788457">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1042" type="#_x0000_t75" style='width:110.25pt;height:35.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="fuerzas_archivos/image070.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1042"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788458">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>se puede escribir:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1043" type="#_x0000_t75" style='width:134.25pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="fuerzas_archivos/image071.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1043"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788459">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La cantidad de la derecha depende solamente de las
condiciones iniciales, y es constante durante todo el movimiento. A ésta se
le llama Energía Total E, y tenemos la ley de conservación de la energía, el
cual vale cuando la fuerza es función solamente de la posición:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1044" type="#_x0000_t75" style='width:111.75pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="fuerzas_archivos/image072.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1044"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788460">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

Resolviendo para v obtenemos:

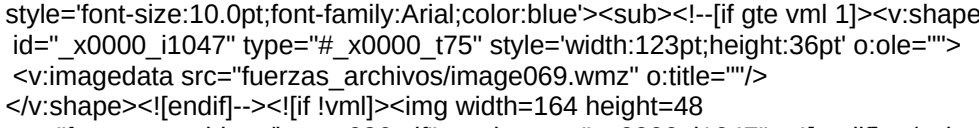


La función $x(t)$ se encuentra resolviendo para x la ecuación:



En este caso, la condición inicial se expresan en términos de las constantes E y x

De la definición dada por la ecuación



Arial;color:blue'>podemos expresar la fuerza en función de la energía potencial:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1048" type="#_x0000_t75" style='width:42pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image075.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788464"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La energía potencial es una función que el negativo de su derivada respecto a la posición nos da la fuerza. Como un ejemplo consideremos el caso de una partícula sujeta a una fuerza restaurativa lineal, como el de una masa acoplada a un resorte, con la fuerza dada por la ecuación:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>F = </p>

class=SpellE>kx<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>La energía potencial, si consideramos </p>

class=SpellE>x_s</p>

= 0, es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image076.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788465"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal>La ecuación<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:120pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image074.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788466"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal>llega a ser para t₀ = 0<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1051" type="#_x0000_t75" style='width:114.75pt;height:39.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="fuerzas_archivos/image077.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788467">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Sustituyamos:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1052" type="#_x0000_t75" style='width:101.25pt;height:30pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="fuerzas_archivos/image078.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788468">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>así que:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1053" type="#_x0000_t75" style='width:192pt;height:39.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="fuerzas_archivos/image079.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788469">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>y por la ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1054" type="#_x0000_t75" style='width:42pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="fuerzas_archivos/image075.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788470">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">tenemos</p></p>

<p class=MsoNormal>Lo que implica que la coordenada x oscila armónicamente en el tiempo con amplitud A y frecuencia w/2p. Las condiciones iniciales están determinadas por las constantes A y q_{0}, que se relacionan con E y x₀ por:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1059" type="#_x0000_t75" style='width:45pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image083.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1059" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788475"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>x₀ = Asinq_{0}<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Una función de la variable dependiente y de su primera derivada que es constante para todas las soluciones de una ecuación diferencial de segundo orden, se llama la primera integral de la ecuación. La función:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1060" type="#_x0000_t75" style='width:60.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuerzas_archivos/image084.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1060" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788475"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1060"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788476">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>se llama la integral de energía de la ecuación<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1061" type="#_x0000_t75" style='width:54pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="fuerzas_archivos/image067.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1061"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788477">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La integral de la ecuación de movimiento de un sistema
mecánico también se llama constante de movimiento.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

3.16. Mecánica. Caída de un cuerpo

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="caidacuerpo_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="caidacuerpo_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="caidacuerpo_archivos/oledata.mso">


```

<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>CAIDA DE UN CUERPO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T16:53:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T16:58:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>241</o:Words>
<o:Characters>1326</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>11</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1564</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;

```

```

        mso-bidi-font-size:10.0pt;
        font-family:"Times New Roman";
        mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
        mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>CAIDA
DE
UN
CUERPO<o:p></o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Uno de los movimientos m&aacute;s simples y que ocurre con mayor frecuencia es la
ca&iacute;da <span class=Spelle>ibre</span> de un cuerpo. Un cuerpo que cae cerca de la
superficie de la tierra, si se desprecia la resistencia del aire, est&aacute; sujeto a una fuerza
constante, <o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

```

color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>F = -mg<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>si tomamos la dirección del movimiento hacia arriba. La ecuación de movimiento es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">

<v:stroke joinstyle="miter"/>

<v:formulas>

<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>

<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>

<v:f eqn="prod @2 1 2"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @0 0 1"/>

<v:f eqn="prod @6 1 2"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

</v:formulas>

<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>

</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:60.75pt; height:29.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="caidacuero_archivos/image001.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599717">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Para incluir los efectos de la resistencia del aire, consideraremos que la fuerza de fricción es dependiente de la velocidad, luego la fuerza total será:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>F = -mg -bv<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El problema lo atacaremos como el caso de una fuerza que depende de v:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:75.75pt;height:27pt' o:ole="">

<v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image003.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599718">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si v₀ = 0 en t = 0, tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:80.25pt;height:45.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image005.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599719">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Integramos y resolvemos para v:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:83.25pt;height:29.25pt'

o:ole="">
<v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image007.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599720">
</o:OLEObject>
</xml><![endif-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Expandiendo en serie la exponencial tenemos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:90.75pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599721">
</o:OLEObject>
</xml><![endif-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Luego para un tiempo pequeño:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>t<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><<span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:15pt;height:30.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image011.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif-->
<![if !vml]>
<img width=20 height=41

</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
 si t
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:15pt;height:30.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image015.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

src="caidacuerpo_archivos/image012.gif" v:shapes="_x0000_i1027">
<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1027"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599725">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>La velocidad mg/b se llama velocidad terminal del cuerpo
que cae. El cuerpo alcanza dentro de 1/e de su velocidad terminal en un tiempo
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>t = m/b.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Trataremos de encontrar la constante b. Si integramos la
ecuación<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:83.25pt;height:29.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image007.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

src="caidacuerpo_archivos/image008.gif" v:shapes="_x0000_i1033">
<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599726">

</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>tenemos, para $x^{₀}$ =
0:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:105pt;height:35.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image016.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599727">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Expandiendo en serie la exponencial tenemos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:107.25pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image018.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599728">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Si<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES'>t << _{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:62.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image020.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599729"></o:OLEObject></xml><![endif]-->, pero si t <<_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:14.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image022.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599730"></o:OLEObject></xml><![endif]-->,<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>tenemosque<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:78.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="caidacuerpo_archivos/image024.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

```

<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241599731">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]>-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p></td>
</tr>
</table>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p></o:p></span></p>
</div>

</body>

</html>

```

3.17. Mecánica. Oscilador armónico simple

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="oscarmonicsimple_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="oscarmonicsimple_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="oscarmonicsimple_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]>-->
<title>OSCILADOR ARMONICO SIMPLE</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>6</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T16:58:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T17:04:00Z</o:LastSaved>

```

```

<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>283</o:Words>
<o:Characters>1557</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>12</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1837</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}

```

```

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>OSCILADOR ARMONICO
SIMPLE</span></b><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>El problema m&aacute;s importante en una dimensi&oacute;n y uno de los m&aacute;s
simples de resolver es el del oscilador arm&oacute;nico simple. El ejemplo m&aacute;s simple es el
de la figura 1.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>

```

$$\sum_{i=1}^{10} 21600 \cdot 0$$

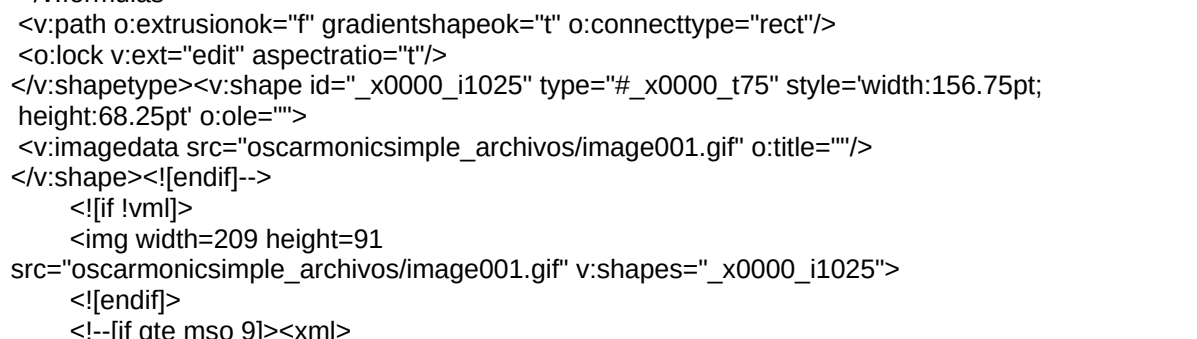


Figura 1. Problema resorte masa.

Si se mide x de la posición relajada del resorte, por lo que el resorte ejerce una fuerza restaurativa:

$$F = -kx$$

La energía potencial asociada a esta fuerza es:

$$U = \frac{1}{2} kx^2$$

La ecuación de movimiento considerando que no actúa ninguna otra fuerza ser:



$$m \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -m g \sin \theta$$



$$m \frac{d^2 \theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} = -m g \sin \theta$$

Esta ecuación nos describe un oscilador amortiguado. Esta es una ecuación de la forma:

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:35.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="oscarmonicsimple_archivos/image012.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600093">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:68.25pt;height:24pt' o:ole=""><v:imagedata src="oscarmonicsimple_archivos/image014.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600094">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>gg es el factor de amortiguamiento y (w_{0}/2p<span lang=ES-TRAD

) es la frecuencia natural del oscilador.

Existen dos soluciones para p:

p = - $\frac{g}{y} + \sqrt{1 + \frac{g^2}{y^2}}$

Por lo que la soluciön general a la ecuaciön diferencial es:

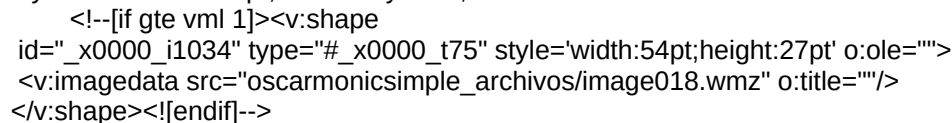
$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\psi}(k) e^{ikx} dk$$



<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600095">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->

Si hacemos:

$$\tilde{\psi}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) e^{-ikx} dx$$



```

<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600097">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:48.75pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="oscarmonicsimple_archivos/image020.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600098">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>tenemos</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:95.25pt;height:17.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="oscarmonicsimple_archivos/image022.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600099">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Si consideramos el caso en el que </span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;

```

mso-symbol-font-family:Symbol'>w_{0} < g, las dos soluciones para p
son:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:111pt;height:24pt' o:ole="">
<v:imagedata src="oscarmonicsimple_archivos/image024.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600100">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:111.75pt;height:24pt' o:ole="">
<v:imagedata src="oscarmonicsimple_archivos/image026.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600101">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>La solución general es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:89.25pt;height:17.25pt'

o:ole="">
<v:imagedata src="oscarmonicsimple_archivos/image028.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600102">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>En el tercer caso cuando <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>w<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>0</sub><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>=<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sólo tenemos una solución para
p:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>P = - <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'>g<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>cuya<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> solución es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>x = e⁻<sup><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>g</sup><sup><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>t</sup><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue">Otra solución posible es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>x = te⁻^{g}^{t}<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Para probar lo anterior calcularemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1040" type="#_x0000_t75" style='width:77.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="oscarmonicsimple_archivos/image030.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600103">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75" style='width:102.75pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="oscarmonicsimple_archivos/image032.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600104">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>luego la solución general para el caso<span

```

style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><sub><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>0</span></sub><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1042" type="#_x0000_t75" style='width:77.25pt;height:17.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="oscarmonicsimple_archivos/image034.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1042"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241600105">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>
</html>

```

3.18. Mecánica. El principio de superposición

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="prncsuperposicion_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="prncsuperposicion_archivos/editdata.mso">

```

```

<link rel=OLE-Object-Data href="princsuperposicion_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICION</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>4</o:Revision>
<o:TotalTime>24</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T17:04:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:30:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>2</o:Pages>
<o:Words>603</o:Words>
<o:Characters>3322</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>27</o:Lines>
<o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3918</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;

```

```

        font-size:12.0pt;
        mso-bidi-font-size:10.0pt;
        font-family:"Times New Roman";
        mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
        mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>EL PRINCIPIO DE
SUPERPOSICION</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

```


font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Una importante propiedad del oscilador armónico es que su movimiento $x(t)$ cuando se le aplica una fuerza $F(t)$, la cual se puede dar como la suma de dos o más fuerzas $F_{₁(t)}$, $F_{₂(t)}$, ..., es la suma de los movimientos $x_{₁(t)}$, $x_{₂(t)}$, ... que se darían si la aplicación de las fuerzas fueran separadas. El principio se puede expresar en el siguiente teorema:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Sea el conjunto de funciones $x_{_n(t)}$ (t), con $n = 1, 2, \dots$ que son soluciones de la ecuación:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:126pt; height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image001.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792297"></o:OLEObject></xml><![endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y sea:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:62.25pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image003.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792299">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]></p></p>

<p class=MsoNormal>Luego la función:</p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:63pt;height:24.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image005.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792300">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]></p></p>

<p class=MsoNormal>satisface la ecuación:</p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:29.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image007.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792301">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]></p></p>

<p class=MsoNormal>Para probarlo sustituimos la ecuación</p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:63pt;height:24.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image005.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792302">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]></p></p>

<p class=MsoNormal>en la</p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:29.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image007.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792303">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>y tenemos:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:218.25pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792304">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:183pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image011.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792305">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Este teorema nos permite encontrar una solución a la ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:63pt;height:24.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image005.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792306">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>cuando la fuerza F(t) se

puede expresar como la suma de las fuerzas $F(t)$.
 En particular cuando $F(t)$ se puede escribir como una suma de oscilaciones senoidales tenemos:

$$F(t) = \sum_{n=1}^N A_n \sin(\omega_n t + \phi_n)$$

donde una solución a la ecuación

$$m \ddot{x} + b \dot{x} + kx = F(t)$$

es:

$$x(t) = \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{\sqrt{m^2 \omega_n^4 + b^2 \omega_n^2 + k^2}} \sin(\omega_n t + \phi_n + \theta_n)$$

donde

$$\theta_n = \arctan\left(\frac{b \omega_n}{m \omega_n^2 + k}\right)$$

<p class=MsoNormal>esta solución general es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:165pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image019.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792311"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Podemos escribir la ecuación<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:113.25pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image013.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792312"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>de otra forma si:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>A_n = C_ncos q_{n}, B_n = -C_n<span sin q_{n}<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>luego:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1040" type="#_x0000_t75" style='width:2in;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1040"

DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792313">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>y<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75" style='width:177.75pt;height:36pt' o:ole="">
<v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image023.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792314">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Un caso importante de esta clase es una fuerza periódica tal que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>F(t + T) = F(t)<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>donde T es el periodo de la fuerza. Para cualquier unción continua F(t) que satisfaga la ecuación anterior se puede mostrar que F(t) se puede escribir como una suma de funciones senoidales.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1042" type="#_x0000_t75" style='width:192.75pt;height:30.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image025.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792315">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>donde<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1043" type="#_x0000_t75" style='width:165pt;height:33pt' o:ole="">
<v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1043"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792316">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1044" type="#_x0000_t75" style='width:159.75pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image029.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1044"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792317">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Este resultado nos permite resolver el problema del oscilador armónico forzado para cualquier fuerza periódica. La suma de la ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1045" type="#_x0000_t75" style='width:192.75pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image025.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1045"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792318">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>se llama una Serie de Fourier.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Otro método de solución llamado método de Green es para cualquier fuerza F(t) como la suma de una serie de impulsos, donde cada uno de ellos actúa durante un corto tiempo dt, generando un impulso F(t) dt.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1046" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image031.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792319"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1047" type="#_x0000_t75" style='width:207pt;height:47.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image033.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792320"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Como dt @ 0 la suma de todas las fuerzas impulsivas F_n(t) se aproxima a F(t).Una soluci3n a la ecuaci3n<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1048" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image035.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792321"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><!--><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>para una fuerza dada por la ecuación<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image036.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792322"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:162.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image037.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792323"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde t_{n0}E tE t_{n0+1}<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si dt

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">@ 0 y escribimos <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>t_n = t',<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1051" type="#_x0000_t75" style='width:156pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image039.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792324"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>La función:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1052" type="#_x0000_t75" style='width:171.75pt;height:42.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image041.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792325"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>se denomina función de Green. Así en términos de la función de Green:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1053" type="#_x0000_t75" style='width:92.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image043.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792326"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

Si la segunda ley de Newton a llevamos a dos o tres dimensiones se convierte en la ecuación vectorial

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

En coordenadas cartesianas:

$$F_x = m a_x$$

El vector momento lineal de la partícula **p** se define como:

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

que se puede escribir de la forma:

$$p_x = m v_x$$

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>en forma de componentes:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1057" type="#_x0000_t75" style='width:122.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image051.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1057" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792330"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si multiplicamos por dt e integramos de t₁ a t₂ obtenemos el cambio de momento entre t₁ y t₂:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>p_{2} - <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>p₁<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v₂ - m<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v₁ = <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1069" type="#_x0000_t75" style='width:24.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image053.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1069" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792331"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>En forma de componentes:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1058" type="#_x0000_t75" style='width:75.75pt;height:105.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image055.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1058" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792332"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Para obtener la ecuación de la razón de cambio de la energía cinética, multiplicamos la forma de componentes de la segunda ley por v_x, v_y, v_z para obtener:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1059" type="#_x0000_t75" style='width:246pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image057.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1059" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792334"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Sumando estas ecuaciones obtenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1060" type="#_x0000_t75" style='width:189pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image059.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1060" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792335"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>o<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1061" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image061.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1061" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792336"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Esta ecuación también se puede obtener de la ecuación<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1062" type="#_x0000_t75" style='width:45pt;height:29.25pt' o:ole="">

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt}$$

tomando el producto punto con $\mathbf{r}$ a cada lado de la ecuación,

$$\mathbf{r} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{dr}{dt}$$

luego:

$$F = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt}$$

Luego de la ecuación

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt}$$

src="prncsuperposicion_archivos/image062.gif" v:shapes="_x0000_i1065"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1065"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792340">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>tenemos<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1066" type="#_x0000_t75" style='width:177.75pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image067.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1066"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792341">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Multiplicando la ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1067" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image061.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1067"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792342">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>por dt e integrando obtenemos la forma integral del teorema de energía:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1068" type="#_x0000_t75" style='width:150.75pt;height:35.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="prncsuperposicion_archivos/image069.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1068"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792343">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Ya que <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>vdt = d<b style='mso-bidi-font-weight: normal'>r</o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>si <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>F está dada como una función de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r podemos escribir:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1070" type="#_x0000_t75" style='width:75pt;height:35.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="princsuperposicion_archivos/image071.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><!-- [if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1070" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792344">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 </td>
 </tr>
 </table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

3.19. Mecánica. Momento angular

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
 <meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
 <meta name=ProgId content=Word.Document>
 <meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
 <meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
 <link rel=File-List href="momentoangular_archivos/filelist.xml">


```

<link rel=Edit-Time-Data href="momentoangular_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="momentoangular_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>MOMENTO ANGULAR</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T17:24:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T17:28:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>171</o:Words>
<o:Characters>942</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>7</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1111</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;

```

```

text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}
@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>MOMENTO ANGULAR</span></b><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Si una part&iacute;cula se mueve en un plano, definimos su momento angular
L<sub>0</sub> alrededor de un punto O como:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

```

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>L = rmv_{q} = mr²q<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si escribimos la fuerza en términos de sus componentes polares:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;text-indent:-35.4pt'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>F = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>nF_r + <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>iF_{q}_{<o:p></o:p>}</p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'>luego en coordenadas polares la ecuación de movimiento seráa:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;text-indent:-35.4pt'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75"
 coordsize="21600,21600"
 o:spt="75"
 o:preferrelative="t"
 path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe"
 filled="f" stroked="f">
 <v:stroke joinstyle="miter"/>
 <v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 </sub>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601696">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si multiplicamos la
ecuación<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;
text-indent:-35.4pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75"
style='width:141.75pt;height:30.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="momentoangular_archivos/image003.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601697">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><span
class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>por<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'> r tenemos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;
text-indent:-35.4pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75"
style='width:122.25pt;height:30.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="momentoangular_archivos/image007.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601698">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=right style='margin-left:35.4pt;text-align:right;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'>Integrando la ecuación se obtiene la forma integral del teorema del momento angular:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;text-indent:-35.4pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:192pt;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="momentoangular_archivos/image009.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601699">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'>Podemos definir la generalización del momento angular como:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;text-indent:-35.4pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:87pt;height:15pt' o:ole="">

<v:imagedata src="momentoangular_archivos/image011.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601700">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si multiplicamos con producto cruz la ecuación</o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;text-indent:-35.4pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:45pt;height:29.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="momentoangular_archivos/image013.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601701">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'>por

<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v

tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;text-indent:-35.4pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:75.75pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="momentoangular_archivos/image015.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601702">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'>por

las reglas vectoriales:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;text-indent:-35.4pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:336pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="momentoangular_archivos/image017.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601703">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'>Sustituyendo este resultado en la ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;text-indent:-35.4pt'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:75.75pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="momentoangular_archivos/image015.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601704">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'>tenemos.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='margin-left:35.4pt;text-align:center;text-indent:-35.4pt'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:63pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="momentoangular_archivos/image019.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>


```

        <!--[if gte mso 9]><xml>
        <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
        DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601705">
        </o:OLEObject>
        </xml><![endif]-->
        <o:p></o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal style='margin-left:35.4pt;text-indent:-35.4pt'><span
        lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
        color:blue'>La raz&oacute;n de cambio del vector de momento angular de una part&iacute;cula es
        igual al vector torca actuando en &eacute;l. La forma integral del teorema del momento angular
        es:<o:p></o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
        color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
        style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
        <!--[if gte vml 1]><v:shape
        id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:35.25pt' o:ole="">
        <v:imagedata src="momentoangular_archivos/image021.wmz" o:title=""/>
        </v:shape><![endif]-->
        <![if !vml]>
        
        <![endif]>
        </sub>
        <!--[if gte mso 9]><xml>
        <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
        DrawAspect="Content" ObjectID="_1241601706">
        </o:OLEObject>
        </xml><![endif]-->
        <o:p></o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
        color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
        </div></td>
        </tr>
        </table>
        </body>

</html>

```

3.20. Mecánica. Campo central

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="campocentral_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="campocentral_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="campocentral_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>

```

```

<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>CAMPO CENTRAL</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>19</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T17:28:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T17:48:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>411</o:Words>
<o:Characters>2265</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>18</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2671</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;

```

```

font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}

h2
{mso-style-next:Normal;
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:none;
page-break-after:avoid;
mso-outline-level:2;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;
mso-bidi-font-weight:normal;}

p.MsoFooter, li.MsoFooter, div.MsoFooter
{margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:none;
tab-stops:center 212.6pt right 425.2pt;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.SpellE
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}

span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}

@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}

div.Section1
{page:Section1;}

/* List Definitions */
@list l0
{mso-list-id:1655985464;
mso-list-type:simple;
mso-list-template-ids:53371694;}

@list l0:level1
{mso-level-tab-stop:none;
mso-level-number-position:left;
mso-level-legacy:yes;
mso-level-legacy-indent:14.15pt;
mso-level-legacy-space:0cm;
margin-left:14.15pt;

```


La conservaciôn de la cantidad de movimiento angular orbital.

La energía total se conserva ya que para que una fuerza Central:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} m \frac{d}{dt} (v^2) = m v \frac{dv}{dt} = m v a$$

que

es funciôn de r y se puede expresar como el gradiente de la funciôn escalar U(r):

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:90pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image003.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602957">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El rotacional del gradiente de una función escalar vale

cero:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:50.25pt;height:12.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image005.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602958">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:41.25pt;height:12.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image007.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602959">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>y<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por lo tanto una fuerza central es conservativa y
 se conserva la energía total.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>El principio de conservación de la cantidad de movimiento angular orbital se
 deduce de que la fuerza central no genera momento rotacional sobre la partícula, o sea que
 cuando:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt;height:12.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602960">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>el<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> momento angular es una constante de
 movimiento.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>Como la fuerza central es función del radio<span
 style='mso-spacerun:yes'> y:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:48pt;height:12pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image011.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602961">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>y<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> si L está como el positivo de z entonces
 el movimiento se desarrolla en el plano <span
 class=SpellE>xy y la descripción se puede realizar en coordenadas
 cilíndricas.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>La energía cinética para <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>P<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>/2 se expresa por:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:96.75pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image013.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602962">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>y<span lang=ES-TRAD

la energí;a total:<o:p></o:p></p>

<sub>

<sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image019.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602965">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 de la ecuación anterior se
 tiene:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:1in;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image021.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602966">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>sustituyendo<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en la ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1072" type="#_x0000_t75" style='width:125.25pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image023.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1072"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602967">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>tenemos<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>

<sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:123pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image024.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602968"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<o:p> </o:p></p>

<sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:122.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image026.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602969"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<o:p> </o:p></p>

<sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:138pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image028.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602970"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<sub>

<o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:117pt;height:48pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image030.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602971"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1040" type="#_x0000_t75" style='width:143.25pt;height:48pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image032.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602972"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>De la ecuación<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1042" type="#_x0000_t75" style='width:1in;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602973"></o:OLEObject>

</xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>tenemos<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt;height:27.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image034.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602974">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>integrando<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1043" type="#_x0000_t75" style='width:75.75pt;height:35.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image036.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1043"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602975">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>usando las ecuaciones<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1044" type="#_x0000_t75" style='width:143.25pt;height:48pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image032.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>


```

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1044"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602976">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1045" type="#_x0000_t75" style='width:75.75pt;height:35.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="campocentral_archivos/image036.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1045"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602977">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>tenemos</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> para eliminar t:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1046" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:60.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="campocentral_archivos/image038.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1046"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602978">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1047" type="#_x0000_t75" style='width:162.75pt;height:60.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="campocentral_archivos/image040.wmz" o:title=""/>

```

</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1047"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602979">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>de<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> aquí;<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1071" type="#_x0000_t75" style='width:425.25pt;height:60.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image042.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1071"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602980">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> U = 1/r.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>De la ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1048" type="#_x0000_t75" style='width:1in;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image021.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1048"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602982">

</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>tenemos<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:53.25pt;height:27.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="campocentral_archivos/image044.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602983">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>o<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:1in;height:36pt' o:ole="">
<v:imagedata src="campocentral_archivos/image046.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602984">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>La ecuación<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1051" type="#_x0000_t75" style='width:162.75pt;height:60.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="campocentral_archivos/image040.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>


```

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1051"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602985">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> puede escribir como:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1052" type="#_x0000_t75" style='width:134.25pt;height:33.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="campocentral_archivos/image048.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1052"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602986">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1053" type="#_x0000_t75" style='width:123pt;height:60.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="campocentral_archivos/image050.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1053"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602987">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1054" type="#_x0000_t75" style='width:128.25pt;height:44.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="campocentral_archivos/image052.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

```

```

        
        <![endif]>
        </sub>
        <!--[if gte mso 9]><xml>
        <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1054"
        DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602988">
        </o:OLEObject>
        </xml><![endif]-->
        <o:p></o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
        <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1055" type="#_x0000_t75" style='width:123pt;height:23.25pt' o:ole="">
        <v:imagedata src="campocentral_archivos/image054.wmz" o:title=""/>
        </v:shape><![endif]-->
        <![if !vml]>
        
        <![endif]>
        </sub>
        <!--[if gte mso 9]><xml>
        <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1055"
        DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602989">
        </o:OLEObject>
        </xml><![endif]-->
        <o:p></o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
        <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1056" type="#_x0000_t75" style='width:141pt;height:33.75pt' o:ole="">
        <v:imagedata src="campocentral_archivos/image056.wmz" o:title=""/>
        </v:shape><![endif]-->
        <![if !vml]>
        
        <![endif]>
        </sub>
        <!--[if gte mso 9]><xml>
        <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1056"
        DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602990">
        </o:OLEObject>
        </xml><![endif]-->
        <o:p></o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
        <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
        <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1057" type="#_x0000_t75" style='width:243.75pt;height:33.75pt'
o:ole="">
        <v:imagedata src="campocentral_archivos/image058.wmz" o:title=""/>

```

</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1057"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602991">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>La funci´n U = U(<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) es la ´rbita.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1058" type="#_x0000_t75" style='width:60pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image060.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1058"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602992">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>en<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> funci´n de U.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1059" type="#_x0000_t75" style='width:309pt;height:48.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image062.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1059"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602993">
 </o:OLEObject>

</xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=right style="text-align:right"><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>como<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1060" type="#_x0000_t75" style="width:153.75pt;height:33.75pt" o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image064.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1060" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602994">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>a ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1066" type="#_x0000_t75" style="width:309pt;height:48.75pt" o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image062.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1066" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602995">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>es la ecuación diferencial de la órbita<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Para una elipse:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1070" type="#_x0000_t75" style='width:305.25pt;height:186.75pt'><v:imagedata src="campocentral_archivos/image066.png" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1061" type="#_x0000_t75" style='width:56.25pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image068.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1061" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602996">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La ecuación de la elipse en coordenadas polares se obtiene aplicando la ley de los cosenos al triángulo formado por P, F₁, F₂ y se tiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1062" type="#_x0000_t75" style='width:159.75pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="campocentral_archivos/image070.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1062" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602997">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>deaquí;<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1063" type="#_x0000_t75" style='width:60.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="campocentral_archivos/image072.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1063" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602998">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>enfuncionón de U:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1064" type="#_x0000_t75" style='width:63pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="campocentral_archivos/image074.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1064" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241602999">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1065" type="#_x0000_t75" style='width:161.25pt;height:33.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="campocentral_archivos/image076.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1065"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603000">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>de<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>la
 ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1067" type="#_x0000_t75" style='width:243.75pt;height:33.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image058.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1067"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603001">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>tenemos<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1068" type="#_x0000_t75" style='width:341.25pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="campocentral_archivos/image078.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1068"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603002">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>si<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>U(1/U) =
 U(R)<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape

```

id="_x0000_i1069" type="#_x0000_t75" style='width:117.75pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="campocentral_archivos/image080.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1069"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603003">
</o:OLEObject>
</xml><![endif-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>
</html>

```

3.21. Mecánica. Coordenadas generalizadas

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="coordgeneralizadas_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="coordgeneralizadas_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="coordgeneralizadas_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif-->
<title>COORDENADAS GENERALIZADAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>10</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T17:48:00Z</o:Created>

```



```

<o:LastSaved>2007-05-25T17:58:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>403</o:Words>
<o:Characters>2221</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>18</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2619</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1

```

```

        {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><b style='mso-bidi-font-weight:
normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:red'>COORDENADAS GENERALIZADAS</span></b></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math>x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_n, y_n, z_n</math></span></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La configuraci3n de un sistema de N
part3culas se puede especificar por medio de 3N coordenadas cartesianas
<math>x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_n, y_n, z_n</math> de sus
part3culas, o por un conjunto de coordenadas generalizadas <math>q_1, q_2, \dots, q_n</math>. Si para cada
configuraci3n del sistema las coordenadas generalizadas deben tener un conjunto definitivo
de valores, las coordenadas <math>q_1, q_2, \dots, q_n</math> deber3n ser funciones de las coordenadas
cartesianas que se mueven.</span></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math>x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_n, y_n, z_n</math></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math>\sum_{i=1}^n \dots</math></span>
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

```

```

<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:183.75pt;
height:60.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image001.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603641">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span class=GramE><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>de</span></span><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la misma forma las coordenadas
cartesianas se pueden expresar en funci&oacute;n de las coordenadas
generalizadas:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:99.75pt;height:60.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image003.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603642">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right;tab-stops:148.85pt'><span

```

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>Si un sistema de partículas está descrito por un conjunto de coordenadas generalizadas $q_1, q_2, \dots$, q_n podemos llamar a: <sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1051" type="#_x0000_t75" style='width:12.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image005.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603643">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

la derivada respecto al tiempo de q_k , como la velocidad generalizada asociada con esta coordenada. Estas se calculan derivando las ecuaciones<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:183.75pt;height:60.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image001.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603644">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>y<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:99.75pt;height:60.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image003.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603645">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>respecto<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de t.
 Así;<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:95.25pt;height:75.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image007.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603646">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La energía cinética de un sistema
 de n partículas en términos de las coordenadas cartesianas
 es:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:110.25pt;height:30.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603647">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>Sustituyendo en<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:183.75pt;height:60.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image011.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603648">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>se tiene la energía cinética en términos de las coordenadas generalizadas. Arreglando el orden de las sumatorias se tiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:147pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image012.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603649">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>donde:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:180pt;height:33pt' o:ole="">

<v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image014.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603650">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:177.75pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image016.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603651">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:173.25pt;height:36.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image018.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603652">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=right style='text-align:right;tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Podemos notar que la componente del momento
 lineal de la partícula i de acuerdo con la ecuación
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:110.25pt;height:30.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image020.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603653">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>es<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:207pt;height:30pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image021.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603654">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=right style='text-align:right;tab-stops:148.85pt'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>así que podemos definir el
 momento lineal generalizado asociado con la coordenada q_k por:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:42pt;height:30pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image023.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>

</sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603655">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>así<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de acuerdo con la
 ecuación<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:173.25pt;height:36.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image018.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603656">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>tenemos<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:78.75pt;height:30.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image025.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603657">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">dz_i se pueden expresar en términos de coordenadas generalizadas como:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75" style='width:1in;height:90.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image029.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603659">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>donde dq₁,..., ddq_{3n} son las diferencias en coordenadas generalizadas asociadas con los dos conjuntos de posiciones de partículas. Esto se llama un desplazamiento virtual de un sistema.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>Si </p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1042" type="#_x0000_t75" style='width:1in;height:90.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image029.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1042"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603660">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>en <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1043" type="#_x0000_t75" style='width:132pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1043"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603661">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>se tiene:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1044" type="#_x0000_t75" style='width:66.75pt;height:30.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas_archivos/image031.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1044"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241603662">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>donde:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span

```

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:155.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas\_archivos/image033.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241603663">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span class=GramE><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span  
 class=SpellE>Q<sub>k</sub></span> se denomina la Fuerza  
 Generalizada.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si las fuerzas  $F_{1x}$ ,  
 $F_{1y}$ ,  $F_{1z}$ ,..., <span class=SpellE> $F_{nz}$ </span> son  
 derivables de una energí;a potencial  $V(x_{11},..., <span  
 class=SpellE>z_n</span>)$  se tiene: <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>w = - </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial'>V<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span class=GramE><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que :<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:105pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas\_archivos/image035.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>

</sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241603664">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span class=GramE><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>comparando</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> con la  
 ecuaci&acute;n</o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:30.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas\_archivos/image031.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241603665">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span class=GramE><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>tenemos</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas\_archivos/image037.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241603666">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span class=GramE><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>  
 as&iacute;;<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:338.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="coordgeneralizadas\_archivos/image039.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241603667">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p></td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

### 3.22. Mecánica. Formalismo de Lagrange

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">  
 <head>  
 <meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">  
 <meta name=ProgId content=Word.Document>  
 <meta name=Generator content="Microsoft Word 10">  
 <meta name=Originator content="Microsoft Word 10">  
 <link rel=File-List href="formalislagrange\_archivos/filelist.xml">  
 <link rel=Edit-Time-Data href="formalislagrange\_archivos/editdata.mso">  
 <link rel=OLE-Object-Data href="formalislagrange\_archivos/oledata.mso">  
 <!--[if !mso]>  
 <style>  
 v\:.\* {behavior:url(#default#VML);}  
 o\:.\* {behavior:url(#default#VML);}  
 w\:.\* {behavior:url(#default#VML);}  
 .shape {behavior:url(#default#VML);}  
 </style>  
 <![endif]-->  
 <title>FORMALISMO DE LAGRANGE</title>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:DocumentProperties>

```

<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>12</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T17:58:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T19:45:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>586</o:Words>
<o:Characters>3228</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>26</o:Lines>
<o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3807</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1

```



```

 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:36.0pt;
 mso-footer-margin:0cm;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><b style='mso-bidi-font-weight:
normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:red'>FORMALISMO DE LAGRANGE<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><b style='mso-bidi-font-weight:
normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Por analogía al momento
y la fuerza generalizada que se desarrollaron, se sospecha la posibilidad de
que una ecuación generalizada de movimiento sea la razón de cambio de cada
momento generalizado p_k igual a la
fuerza generalizada Q_k. Para verificar
esto calculemos la razón de cambio respecto al tiempo de p_k.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span

```

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
 1]><v:shapetype  
 id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"  
 path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">  
 <v:stroke joinstyle="miter"/>  
 <v:formulas>  
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>  
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>  
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>  
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>  
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>  
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>  
 </v:formulas>  
 <v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
 <o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
 </v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;  
 height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislagrangrange\_archivos/image064.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782346">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las ecuaciones de  
 movimiento de Newton en coordenadas cartesianas son de la forma:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:44.25pt;height:48pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislagrangrange\_archivos/image065.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782347">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD

Por lo mismo expresamos

T en coordenadas cartesianas:

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}}$$

y por lo tanto:

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}}$$

donde:

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}}$$

están dadas como funciones de  $q$ , ...,  $q_n$ ;

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}}$$

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782352">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->; t. <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:21pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="formalislalagrange\_archivos/image070.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782353">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>son funciones solamente  
de q<sub>1</sub>, ..., q<sub>3</sub> n ; t, </sub>derivando<sub> <!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:15pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="formalislalagrange\_archivos/image071.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782354">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></sub>se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:114pt;height:105pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="formalislalagrange\_archivos/image072.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782355">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>sustituyendo la  
ecuación<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:114pt;height:105pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="formalislalagrange\_archivos/image072.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782356">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:164.25pt;height:33pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislagrangrange\_archivos/image067.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782357">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y derivando respecto  
 del tiempo se obtiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:342.75pt;height:33pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislagrangrange\_archivos/image073.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782358">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De acuerdo con la  
 ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:44.25pt;height:48pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislagrangrange\_archivos/image065.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782359">  
 </o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y la definición de fuerza generalizada <span class=SpellE>Q<sub>k</sub></span></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml

1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:156.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="formalislalagrange\_archivos/image074.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782360"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>los primeros términos en la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml

1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:342.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="formalislalagrange\_archivos/image073.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782361"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>son:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml

1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:312.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="formalislalagrange\_archivos/image075.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782362"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las derivadas del segundo término de la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD

<o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

por la ecuación

$$Q = k \sqrt{\frac{2gh}{\pi}}$$

Así que finalmente el primer término es  $Q$  y el segundo término es:

$$Q = k \sqrt{\frac{2gh}{\pi}}$$

por lo que:

$$Q = k \sqrt{\frac{2gh}{\pi}}$$

Así que no es correcto el planteamiento original ya que tenemos que sumar a la fuerza generalizada  $Q$ , un término extra

$$Q = k \sqrt{\frac{2gh}{\pi}}$$



src="formalislalagrange\_archivos/image030.gif" v:shapes="\_x0000\_i1047"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782369">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>para obtener <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:12.75pt;height:15pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislalagrange\_archivos/image081.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782370">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para entender lo que  
 significa consideremos la energía cinética de una partícula en términos de  
 coordenadas polares:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:80.25pt;height:27pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislalagrange\_archivos/image082.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782371">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en este caso:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:27pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislalagrange\_archivos/image083.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782372">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD

así la ecuación de movimiento es:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

si comparamos con la ecuación:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

se obtuvo para el campo central, se ve que el término  $\frac{v^2}{R}$  es parte de la aceleración de la masa que aparece transpuesta al lado derecho de la ecuación. De hecho es la fuerza centrífuga que se debe de sumar para escribir la ecuación de movimiento para r. Diremos que es una fuerza ficticia que aparece en la energía cinética dependiendo de la coordenada  $q$ . La ecuación

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{dV}{dr}$$

es parte de la aceleración de la masa que aparece transpuesta al lado derecho de la ecuación. De hecho es la fuerza centrífuga que se debe de sumar para escribir la ecuación de movimiento para r. Diremos que es una fuerza ficticia que aparece en la energía cinética dependiendo de la coordenada  $q$ . La ecuación

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{dV}{dr}$$

id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="formalislagrange\_archivos/image079.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782376">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'><span style='mso-spacerun:yes'> </span>k = 1, 2,...,  
3n<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se puede escribir en  
forma general como:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:92.25pt;height:33pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="formalislagrange\_archivos/image087.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782377">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'><span style='mso-spacerun:yes'> </span>k = 1, 2,..., 3n<span  
style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si existe una energía  
potencial de forma tal que las fuerzas generalizadas <span class=SpellE>Q<sub>k</sub></span>  
son derivables de ella, se puede introducir la llamada función de <span  
class=SpellE>Lagrange</span> o Lagrangiana:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:132.75pt;height:15pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="formalislagrange\_archivos/image088.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782378">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>



src="formalislagrangrange\_archivos/image046.gif" v:shapes="\_x0000\_i1060"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1060"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782382">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'><span style='mso-spacerun:yes'>      </span>k = 1, 2,..., 3n<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se puede escribir en este caso como:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1061" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislagrangrange\_archivos/image092.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1061"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782383">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'>      </span>k = 1, 2,..., 3n<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>ya</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que las ecuaciones de <span class=Spelle>Lagrange</span> se derivan de las de Newton, éstas no representan una nueva teoría física sino sólo una forma diferente de expresar las mismas leyes. Las ecuaciones de <span class=Spelle>Lagrange</span> representan una forma uniforme de escribir las ecuaciones de movimiento de un sistema independientemente de la clase de coordenadas usadas.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Consideremos un sistema de partículas m<sub>1</sub>, ..., <span class=Spelle>m<sub>n</sub></span> localizadas por coordenadas cartesianas. Mostraremos que en este caso las ecuaciones de <span class=Spelle>Lagrange</span> llegan a ser las ecuaciones de Newton. La energía cinética es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1062" type="#\_x0000\_t75" style='width:114pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislagrangrange\_archivos/image093.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1062"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782384">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1063" type="#\_x0000\_t75" style='width:87pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislagrange\_archivos/image094.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1063"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782385">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1064" type="#\_x0000\_t75" style='width:153pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislagrange\_archivos/image095.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1064"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782386">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La fuerza generalizada  
 asociada con cada coordenada cartesiana es la fuerza, por lo que:<o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1065" type="#\_x0000\_t75" style='width:114.75pt;height:96.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="formalislagrange\_archivos/image096.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1065"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241782387">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>

```

</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style="text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other"><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

### 3.23. Mecánica. Ecuaciones de Hamilton

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ecuahamilton_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ecuahamilton_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ecuahamilton_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ECUACIONES DE HAMILTON</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>12</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T20:54:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T21:08:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>260</o:Words>
<o:Characters>1432</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>11</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1689</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

```

```

<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:none;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;

```



```

 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><b style='mso-bidi-font-weight:
normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:red'>ECUACIONES DE HAMILTON<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La función de Lagrange L es una función de las coordenadas q_k, de las velocidades <sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:12.75pt;
height:15pt' o:ole="">
<v:imagedata src="ecuahamilton_archivos/image001.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]-->
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>

```

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614467">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->

<span style="mso-spacerun:yes">&nbsp;</span>y del tiempo. El estado de un sistema mecánico en cualquier tiempo, esto es, la posición y velocidad de todas sus partes, se especifican por sus coordenadas y velocidades generalizadas. Las ecuaciones de Lagrange son ecuaciones de segundo orden que relacionan las aceleraciones a las coordenadas y velocidades. También se puede especificar el estado de un sistema dando sus coordenadas  $q_k$  y los momentos  $p_k$  definidos por:

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:42pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614468">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Estas ecuaciones definen a  $p_k$  en términos de  $q_1, \dots, q_f$ ;  $p_k$   $q_f$

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:32.25pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614469">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->

</span> En principio se puede resolver para  $p_k$

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:12.75pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image007.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614470">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <span style="mso-spacerun:yes">&nbsp;</span>en t&eacute;rminos de:  $q_{1}, \dots,$   
 <span class=SpellE><span class=GramE> $q_{f}$ </span></span><span class=GramE><sub>  
 </sub></span> <span class=GramE><sub>1</sub>, ..., <span  
 class=SpellE> $p_{f}$ </span></span>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style="tab-stops:148.85pt"><span lang=ES-TRAD  
 style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style="tab-stops:148.85pt"><span lang=ES-TRAD  
 style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">Escribiremos las ecuaciones de movimiento en  
 t&eacute;rminos de las coordenadas <span class=SpellE> $q_{k}$ </span><sub>  
 </sub><span style="mso-spacerun:yes">&nbsp;</span>y los momentos <span  
 class=SpellE> $p_{k}$ </span></span>. Usando la ecuaci&oacute;n<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style="tab-stops:148.85pt"><span lang=ES-TRAD  
 style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style="text-align:center;tab-stops:148.85pt"><span  
 lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style="width:42pt;height:30pt" o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image008.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614471">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style="tab-stops:148.85pt"><span class=GramE><span  
 lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">y</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> la  
 ecuaci&oacute;n<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style="text-align:center;tab-stops:148.85pt"><span  
 lang=ES-TRAD><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75"  
 style="width:50.25pt;height:27.75pt" o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image009.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614472">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span class=GramE><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:282.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614473">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 .<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Podemos definir una funci&oacute;n: <span  
 class=GramE>H(</span>q<sub>1</sub>,...,<span class=SpElE>q<sub>f</sub></span> ;  
 p<sub>1</sub>,...,<span class=SpElE>p<sub>f</sub></span> ; t) como:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:68.25pt;height:30.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image013.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614474">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span class=GramE><span



<o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De la ecuaci&oacute;n:<o:p></o:p></span></p>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:68.25pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image018.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>



<!--[endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614477">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>tenemos</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:2in;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image019.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>



<!--[endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614478">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> estas son las ecuaciones de movimiento expresadas en funci&oacute;n de <sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:12.75pt;height:15pt' o:ole="">

<v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image021.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>



<!--[endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614479">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span>y <span class=SpellE>p<sub>k</sub></span>  
 para <sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75"  
 style='width:12.75pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image022.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614480">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span>y <sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:12.75pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image023.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614481">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span>y se conocen como las ecuaciones de  
 movimiento de Hamilton.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La funci&oacute;n H definida por la  
 ecuaci&oacute;n<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:148.85pt'><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:291.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuahamilton\_archivos/image025.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>

```

<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241614482">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]>
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:148.85pt'>se denomina Hamiltoniana y es la
energí;a total expresada en téminos de las ordenadas y
momentos.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>

</html>

```

### 3.24. Mecánica. Ecuaciones de Hamilton por métodos variacionales

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="echamiltonmetvariacio_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="echamiltonmetvariacio_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="echamiltonmetvariacio_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]>
<title>ECUACIONES DE HAMILTON POR MÉTODOS VARIACIONALES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T21:09:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T21:12:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>

```



```

<o:Words>224</o:Words>
<o:Characters>1238</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>10</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1460</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:none;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}

span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}

@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}

div.Section1
{page:Section1;}
-->

```

```

</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACIONES DE HAMILTON POR
MÉTODOS VARIACIONALES</p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Partamos de la Acción</p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:42pt;
height:35.25pt' o:ole="">

```

<v:imagedata src="echamiltonmetvariacion\_archivos/image001.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614689">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Escribiremos la acci&oacute;n en t&eacute;rminos de la  
 Hamiltoniana:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:78.75pt;height:35.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="echamiltonmetvariacion\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614690">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>supongamos</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que es un extremal:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:206.25pt;height:35.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="echamiltonmetvariacion\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614691">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El primer t&eacute;rmino:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:171pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="echamiltonmetvariacion\_archivos/image007.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614692">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>aplicando</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la integral:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:249pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="echamiltonmetvariacion\_archivos/image009.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614693">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:125.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="echamiltonmetvariacion\_archivos/image011.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614694">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo tanto:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:198.75pt;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="echamiltonmetvariacion\_archivos/image013.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614695">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> esto es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:179.25pt;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="echamiltonmetvariacion\_archivos/image015.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614696">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como vemos el integrando son dos de las ecuaciones de Hamilton. Para que el principio variacional nos de las ecuaciones de Hamilton se requiere que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:

Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>p<sub>k</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>q<sup>k</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sean arbitrarias y linealmente independientes.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Los conjuntos de las <span class=SpellE>q&acute;s</span> y de las <span class=SpellE>p&acute;s</span> son disjuntos. Se sabe que las <span class=SpellE>q&acute;s</span> son linealmente independientes. Si las <span class=SpellE>p&acute;s</span> son linealmente independientes, los dos conjuntos ser&aacute;n linealmente independientes. Como p y q son can&oacute;nicamente conjugadas a cada p le corresponde una q, por lo que se puede hacer un mapeo <span class=SpellE>biyectivo</span> y son linealmente independientes. Ya que esto es cierto:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:153.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="echamiltonmetvariacio\_archivos/image017.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241614697">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por lo tanto:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:156.75pt;height:57pt' o:ole=""><v:imagedata src="echamiltonmetvariacio\_archivos/image019.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

```

<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241614698">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]>
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>con<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> esto tenemos el espacio p, q y un punto en el
espacio nos caracteriza el estado de movimiento en este punto de todo el sistema de N
partículas. Si damos un s&ocute;lo P(q, p, t) éste
s&ocute;lo es condici&ocute;n necesaria y suficiente para conocer el desarrollo anterior y
posterior del sistema a un tiempo t. Lo anterior nos dice que la línea extremal del principio
de Hamilton es la línea de desarrollo del sistema. Este espacio p, q se llama espacio
fase.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>

</html>

```

### 3.25. Mecánica. Transformaciones de contacto

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="transfcontacto_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="transfcontacto_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="transfcontacto_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]>
<title>TRANSFORMACIONES DE CONTACTO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>4</o:Revision>

```

```

<o:TotalTime>7</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T21:47:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:51:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>134</o:Words>
<o:Characters>739</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>6</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>872</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:none;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

h1
 {mso-style-next:Normal;
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:none;
 page-break-after:avoid;
 mso-outline-level:1;
 tab-stops:148.85pt;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;

```



```

 text-autospace:none;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-font-kerning:0pt;
 mso-ansi-language:ES-TRAD;
 mso-bidi-font-weight:normal;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TRANSFORMACIONES DE

```



Arial;color:blue'>pero la Hamiltoniana es la Lagrangiana a través de una transformación de 

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:114pt;height:17.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfcontacto\_archivos/image003.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241793488"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:168pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfcontacto\_archivos/image005.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241793489"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Supongamos una variable cíclica en L:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:101.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfcontacto\_archivos/image007.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241793490"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>de aquí:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:105.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfcontacto\_archivos/image009.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241793491"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sea si es cíclica para la Lagrangiana lo será para la Hamiltoniana. <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De la segunda ecuación:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:108.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="transfcontacto\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241793492">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Supongamos una  $H(\dots, p, t)$  que no dependa de <span class=SpellE>q<sup>k</sup></span>, luego:<span style='position:relative; top:13.0pt;mso-text-raise:-13.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:39pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="transfcontacto\_archivos/image013.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241793493">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'></span>o sea: <span class=SpellE>p<sub>k</sub></span> = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>k</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = <span class=SpellE>cte</span>, o sea:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:162.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="transfcontacto\_archivos/image015.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241793494">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:17.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="transfcontacto\_archivos/image017.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241793495">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si un sistema no depende de las <span class=SpellE>q<sup>k</sup></span> este se resuelve trivialmente ya que las <span class=SpellE>q<sup>k</sup></span> son líneas rectas.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:318pt;height:165pt'>  
 <v:imagedata src="transfcontacto\_archivos/image019.png" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-pagination:widow-orphan;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

### 3.26. Mecánica. Coordenadas cíclicas o ignorables

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office">

```

xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="coordciclicas_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="coordciclicas_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="coordciclicas_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>COORDENADAS CICLICAS O IGNORABLES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T21:59:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T21:59:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>296</o:Words>
<o:Characters>1628</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>13</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1921</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--

```

```

/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:none;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

h1
 {mso-style-next:Normal;
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:none;
 page-break-after:avoid;
 mso-outline-level:1;
 tab-stops:148.85pt;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-font-kerning:0pt;
 mso-ansi-language:ES-TRAD;
 mso-bidi-font-weight:normal;}

span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}

span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}

div.Section1
 {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;

```

```

 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>COORDENADAS CICLICAS O
IGNORABLES</p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Son aquellas coordenadas generalizadas que no aparecen explícitamente en la
Lagrangiana. Supongamos una Lagrangiana <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:black'>L = (q₁, q₂,..., q_i₋₁, q_{i+1},..., q_{3N}<sub>-
M</sub>, q, t)<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>pero<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> no aparece la coordenada q_i por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>

```





<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241617737">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Siempre que haya una coordenada c&iacute;lica hay algo que se conserva. Denotaremos al momento generalizado como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:39.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="coordciclicas\_archivos/image007.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241617738">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Cada vez que se encuentre una coordenada c&iacute;lica existe un momento generalizado que se conserva, un ejemplo de esto es el campo central.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La Lagrangiana de una part&iacute;cula en un campo central en coordenadas esf&eacute;ricas es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:162.75pt;height:27pt' o:ole="">

<v:imagedata src="coordciclicas\_archivos/image009.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241617739">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se ve que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> no aparece, por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:162pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="coordciclicas\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241617741">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> esta es la proyecci&acute;n del momento angular sobre el eje de las z y esto es una primera integral de movimiento. Supongamos el problema en coordenadas cartesianas, la Lagrangiana es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:141pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="coordciclicas\_archivos/image013.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241617742">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Aquí; no hay ninguna coordenada c;clica, por lo que no existe un momento generalizado constante. En el caso de coordenadas esféricas si  $L = z$  el &uacute;ltime t;mino no es igual a cero y el problema es de dos dimensiones, pero no hay

</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol; mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por lo que tenemos otra coordenada c;clica por lo tanto:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:17.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordciclicas\_archivos/image015.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241617743">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Supongamos que existen transformaciones infinitesimales de contacto, es decir transformaciones que difieren de la id&eacute;ntica por un <span class=SpellE>pel&eacute;simo</span>, luego:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:132pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordciclicas\_archivos/image017.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241617744">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las funciones de clase F<sub>2</sub> satisfacen:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:45pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordciclicas\_archivos/image019.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241617745">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:42.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordciclicas\_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241617746">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

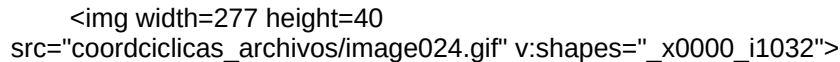
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo anterior:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

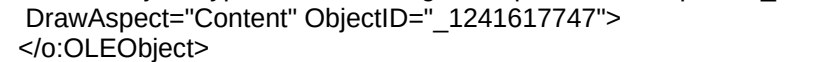
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:207.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordciclicas\_archivos/image023.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

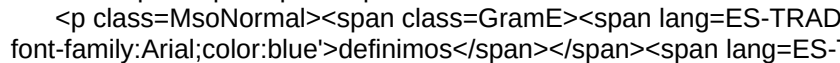


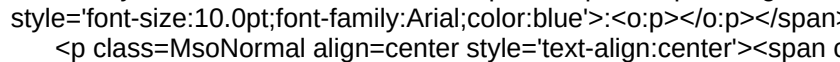




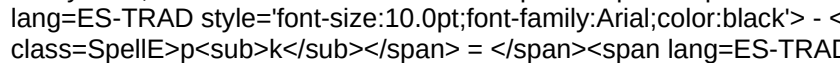


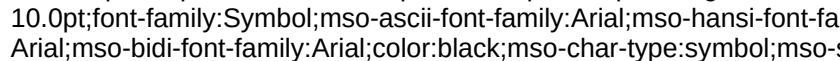


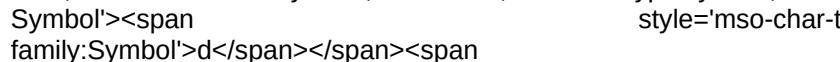


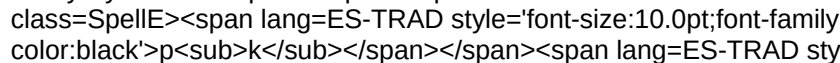


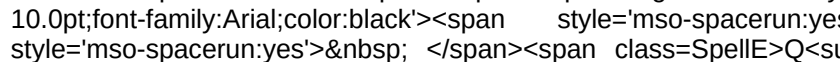


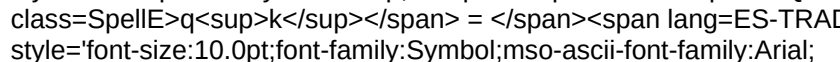


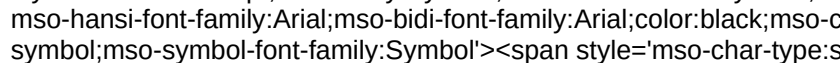


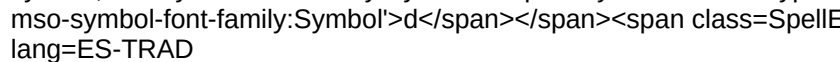


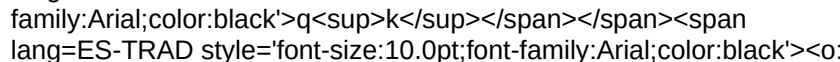


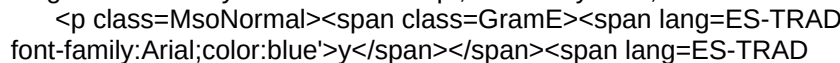


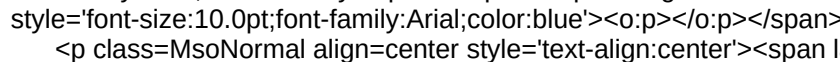




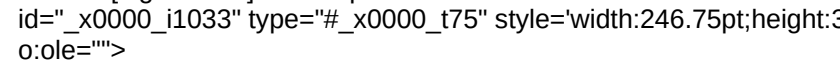


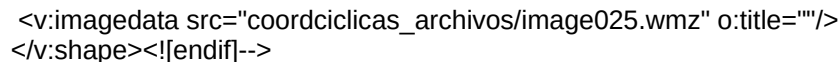




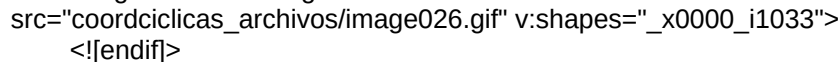




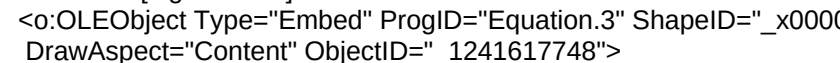




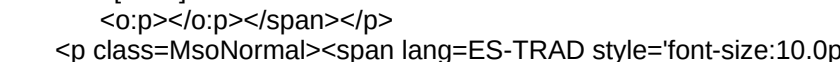












color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Consideremos </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&ordm;</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span class=SpellE>dT</span> como par&aacute;metro, luego en este caso </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = d.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:146.25pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="coordciclicas\_archivos/image027.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241617749">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en este caso asociado a <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:black'>dt</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:black'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:black;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&laquo;</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:black'> G </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:black; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>

```

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>º<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:black'>
class=SpellE>q,p,t</p></p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Es decir la Hamiltoniana es generadora de una transformación de contacto. La
Hamiltoniana es la transformación que describe la evolución del sistema en el
tiempo.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p></td>
</tr>
</table>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p></o:p></p>
</div>

</body>

</html>

```

### 3.27. Mecanica. Paréntesis de Poisson

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="parentpoisson_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="parentpoisson_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="parentpoisson_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>PARENTESIS DE POISSON</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>97</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T22:52:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:19:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>1993</o:Words>
<o:Characters>10966</o:Characters>

```



```

<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>91</o:Lines>
<o:Paragraphs>25</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>12934</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:none;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

h1
 {mso-style-next:Normal;
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:none;
 page-break-after:avoid;
 mso-outline-level:1;
 tab-stops:148.85pt;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-font-kerning:0pt;
 mso-ansi-language:ES-TRAD;

```

```

 mso-bidi-font-weight:normal;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PARENTESIS
POISSON<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si tenemos una transformación <o:p></o:p></p>

```

DE



</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1025"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791665">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>es decir:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image229.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1026"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791666">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el teorema de <span  
class=SpellE>Lioville</span>.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Sea <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>T: <span class=SpellE>z<sup>n</sup></span>  
</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><sup><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>m</span></span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>con la siguiente ley de transformación :<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:66pt;height:29.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image230.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1027"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791667">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>dV</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=SpellE>dV' </span> = <span class=SpellE>JdV</span><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:183.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image231.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791668">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>estas</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son las invariantes integrales de <span class=SpellE>Poincare</span>. Existe una invariante integral importante:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image232.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791669">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Este es el elemento de un <span class=SpellE>subvolumen</span> del espacio fase. De acuerdo con la teoría de los invariantes:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:210pt;height:30.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image233.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791670">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde el <span class=SpellE>jacobiano</span> es del  
tipo:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:66pt;height:59.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image234.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791671">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y la invarianza del elemento de volumen:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:101.25pt;height:30pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image235.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791672">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>En general lo que se puede expresar como:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:150pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image236.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791673">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

que es el paréntesis de Poisson de A y B con respecto a q y p. Como se

$$1.$$

Se puede demostrar que:

$$2.$$

Las propiedades de los paréntesis de Poisson

$$1.-$$

$$2.-$$





<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image244.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791681">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> el caso f: R </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> R </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>L</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>0</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Si<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:29.25pt;height:12pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image245.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791682">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>entonces <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:68.25pt;height:15pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image246.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791683">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que es la hipótesis de <span class=SpellE>Heisemberg</span> y de aquí:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:147pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image247.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791684">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son postulados de la Mecánica Cuántica. Tomemos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:120.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image248.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791685">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>sustituyendo:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image249.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791686">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:189.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image250.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791687">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>: {H, H} = 0.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>En general:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:131.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image251.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791688">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>En forma de paréntesis de <span class=SpellE>Poisson</span>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:158.25pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image252.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791689">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> esto es la imagen de <span class=SpellE>Schöedinger</span> en <span class=SpellE>Heisemberg</span>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La ecuación de <span class=SpellE>Schöedinger</span> es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image253.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791690">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Supongamos que existen soluciones a esta ecuación:  $E = E(q<sub>0</sub>, t<sub>0</sub>, / q, t)$  y son los operadores de evolución causal con las  
propiedades:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue;mso-ansi-language:DE'>1.-</span><span lang=DE style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'> $E = E(q<sub>0</sub>, t<sub>0</sub>, / q, t) = 1$ <span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue;mso-ansi-language:DE'>2.-</span><span lang=DE style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'> $E<sup>+</sup>E = 1$ <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue;mso-ansi-language:DE'>3.-</span><span lang=DE style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'> $E = E(q<sub>0</sub>, t<sub>0</sub>, / q, t)$ </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span  
lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'>(q<sub>0</sub>, t<sub>0</sub>) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span  
lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'>(q,  
t)<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue;mso-ansi-language:DE'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Como E es solución tenemos: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:53.25pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image254.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791691">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">Tomando el can3nico conjugado:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image249.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791692"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image255.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791693"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como operador supongamos un operador a la <span class=SpellE>Sch3dinger</span> <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>s </span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>H</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span class=SpellE>E<sup>+</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>s</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>E<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se relaciona con <span class=SpellE>Heisemberg</span> de esta forma: <span class=SpellE>E<sup>+</sup></span>H<sub>s</sub>E</span> es algo que

230

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:62.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image257.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791696"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>que significará:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:246.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image258.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791697"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>pero también:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1057" type="#\_x0000\_t75" style='width:239.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image259.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1057" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791698"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si pasamos a otro parámetro como </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1058" type="#\_x0000\_t75" style='width:203.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image260.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1058"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791699">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>En general sea  $f(q, p, t)$ , entonces:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1059" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image261.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1059"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791700">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>por lo que<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1060" type="#\_x0000\_t75" style='width:120pt;height:17.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image262.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1060"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791701">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Supongamos que tomamos una aproximación a segundas vecindades:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1061" type="#\_x0000\_t75" style='width:125.25pt;height:17.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image263.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1061"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791702">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y sucesivamente:<o:p></o:p></span></p>





DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791706">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> las </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> deben de ser d por expandirse en función de t.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1066" type="#\_x0000\_t75" style='width:123pt;height:17.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image268.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1066" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791707">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Existe <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>F<sub>2</sub> = s(q, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>0</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, t)<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>tal que k = 0<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1067" type="#\_x0000\_t75" style='width:168pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image269.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1067" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791708">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Donde la última es la ecuación de Hamilton-<span

$$S = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right)$$

y la ecuación de Hamilton-Jacobi es una ecuación diferencial parcial de primer orden y depende de  $3N - 1$  variables y para darle solución se tienen que dar  $3N - 1$  constantes de integración, donde una de las constantes debe de ser aditiva a  $S$ . Esto es: Dada  $S$ ,  $S + k$  también es solución  $k = \text{cte}$ . Luego las constantes restantes  $3N - 1$  faltan de determinar. Supongamos que estas constantes de integración son:

$g_1, g_2, \dots, g_{3N-1}$

se pueden elegir libremente, ya que siendo dependientes de las coordenadas, la elección de cada constante de integración es independiente de las demás, es decir el conjunto de las constantes de integración  $\{g_1, g_2, \dots, g_{3N-1}\}$  es un conjunto de parámetros linealmente independientes. Dado que el conjunto de constantes de integración  $\{g_1, g_2, \dots, g_{3N-1}\}$  de  $3N - 1$  parámetros linealmente independientes, existe entre  $\{g_1, g_2, \dots, g_{3N-1}\}$

mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>}</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>{</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>}</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> una correspondencia  
 biunívoca por lo que {</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>d</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>}</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es un conjunto tan  
 bueno como </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>{</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>}</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de constantes de  
 integración. Con base en lo anterior se propone el conjunto de las </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> como </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>{</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:



$$V = \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dx$$

que es la Lagrangiana  $y$ :

$$L = \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dx$$

donde  $s$  es una integral indefinida, es decir  $s$  se obtiene de la Lagrangiana integrando indefinidamente. Por lo tanto dada una  $L$  podemos construir diferentes  $s$  considerando diferentes intervalos de tiempo. Si tomamos una  $s$  integrada en un intervalo de tiempo cerrado tenemos:

$$L = \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dx$$

que es la acción considerada en un principio variacional. De todas formas esta  $s$  depende de más parámetros, es decir:  $s =$



</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1074"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791715">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1075" type="#\_x0000\_t75" style='width:39pt;height:27.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image277.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1075"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791716">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por lo que la forma de la ecuación de Hamilton<span  
class=SpellE>Jacobi</span> es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1076" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image278.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1076"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791717">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es del tipo de la  
ecuación de <span class=SpellE>Schöedinger</span>. La función W es la función  
característica de <span class=SpellE>Jacobi</span>.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Supongamos que H = T + V<span style='mso-spacerun:yes'>  
</span>y la:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1077" type="#\_x0000\_t75" style='width:84pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image279.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><img width=112 height=41



src="parentpoisson\_archivos/image104.gif" v:shapes="\_x0000\_i1077"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1077"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791718">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>entonces para este caso la ecuación de Hamilton-<span class=SpellE>Jacobi</span> resulta ser:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1078" type="#\_x0000\_t75" style='width:125.25pt;height:39pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image280.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1078"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791719">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>  
 class=SpellE>W=W</span>(q<sup>1</sup>,  
 ..., <span class=SpellE>q<sup>2N</sup></span><sup>-1</sup>,</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>).<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Propongamos como solución<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1079" type="#\_x0000\_t75" style='width:74.25pt;height:24.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image281.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1079"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791720">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><span style='mso-spacerun:yes'> </span><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>entonces tenemos que V se puede escribir de la forma:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1080" type="#\_x0000\_t75" style='width:134.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image282.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1080" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791721"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>sustituyendo tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1081" type="#\_x0000\_t75" style='width:200.25pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image283.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1081" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791722"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si se desprecia el término binario podemos dar solución separada y tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1082" type="#\_x0000\_t75" style='width:108.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image284.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1082" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791723"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si no se puede eliminar se resuelve por la teoría de perturbaciones si la serie converge. Supongamos el caso del oscilador armónico con una hamiltoniana de la forma:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1083" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:27.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image285.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1083"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791724">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>La ecuación completa para el oscilador armónico en términos  
de la función característica de <span class=Spelle>Jacobi</span><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1084" type="#\_x0000\_t75" style='width:119.25pt;height:33.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image286.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1084"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791725">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>en forma que no depende del tiempo:  $S = V(q, E) - Et$ ,  
existe un sólo parámetro que al ser aditivo debe de ser:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1085" type="#\_x0000\_t75" style='width:354.75pt;height:39pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image287.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1085"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791726">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1086" type="#\_x0000\_t75" style='width:138.75pt;height:39pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image288.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$

Las relaciones diferenciales serán:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$

donde:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$

que

es el parámetro canónico conjugado. Integrando:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$

Sea:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$



<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>de donde:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1094" type="#\_x0000\_t75" style='width:117.75pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image296.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1094" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791735"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Considerando la primera relación diferencial: <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1095" type="#\_x0000\_t75" style='width:96pt;height:33.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image297.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1095" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791736"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>si  $q = l$  tenemos que  $p = 0$  y por lo tanto:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1096" type="#\_x0000\_t75" style='width:80.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image298.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1096" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791737"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>de aquí a la solución  $q$  tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1097" type="#\_x0000\_t75" style='width:83.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image299.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1097" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791738"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sea </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = t<sub>0</sub>, sustituyendo en p:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1098" type="#\_x0000\_t75" style='width:167.25pt;height:39pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image300.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1098" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791739">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1099" type="#\_x0000\_t75" style='width:114.75pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image301.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1099" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791740">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y por lo tanto: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1100" type="#\_x0000\_t75" style='width:110.25pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image302.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1100" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791741">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Supongamos que la ecuación de Hamilton-<span class=SpellE>Jacobi</span></span><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = 1$$

y tenemos soluciones por separación de variables:

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\frac{n^2\pi^2}{L^2}t}$$

Construiremos:

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\frac{n^2\pi^2}{L^2}t}$$

ni de t, por lo que:

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\frac{n^2\pi^2}{L^2}t}$$

con  $i = 1, 2, \dots, 3N$

- l, o sea que dependen sólo de los parámetros y no son variables, por lo que es un sistema soluble que no se puede ver como un simple cambio de parametrización y estos parámetros se llaman parámetros de acción.



Arial;color:blue">Por lo tanto ahora tenemos que  $W = (q, A)$  y deben de satisfacer las relaciones diferenciales estas nuevas constantes de integración.</p></p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1103" type="#\_x0000\_t75" style='width:95.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image307.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1103" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791745"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>sea</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que hay que construir nuevos parámetros canónicos conjugados </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>k</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Los canónicos conjugados cumplen que su producto nos da la acción por lo que si A tiene unidades de acción </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> no debe de tener unidades y les daremos valores de ángulo y les llamaremos parámetros de ángulo, por lo que:</p></p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1104" type="#\_x0000\_t75" style='width:75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image308.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1104" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791746"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1105" type="#\_x0000\_t75" style='width:65.25pt;height:17.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image309.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1105" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791747"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1105"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791747">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1106" type="#\_x0000\_t75" style='width:63pt;height:17.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image310.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1106"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791748">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la solución.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Puede ser ahora que la Hamiltoniana expresada en estos  
parámetros no sea cero, por lo que: <span class=SpellE>A,B</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> k(A, B, t) </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>^1</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0 pero sigue siendo  
una función que depende sólo del parámetro, por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1107" type="#\_x0000\_t75" style='width:60pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image311.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1107"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791749">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por ser parámetro y:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1108" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:30pt'

o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image312.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1108"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791750">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que: <span  
class=SpellE>A<sub>k</sub></span> = <span class=SpellE>cte</span> y </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>k</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = <span  
class=SpellE>cte</span>, y la Hamiltoniana será sencilla. Debemos poner la k  
en las relaciones diferenciales, o sea:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1109" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image313.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1109"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791751">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>pero como <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>H </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><sup>1</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial'> H(t) </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>P</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> H = k<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y de aquí: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>s = W - <span  
class=SpellE>kt</span><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Esto es útil porque hay problemas donde no es importante resolverlas sino obtener información de él. Con este método podemos obtener información de un problema sin resolverlo, por ejemplo: el Oscilador armónico. La Hamiltoniana es: <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1110" type="#\_x0000\_t75" style='width:87pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image314.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1110" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791752"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por ser conservativo ésta es la energía total.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Consideremos la ecuación de Hamilton-<span class=SpellE>Jacobi</span> para el caso conservativo:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1111" type="#\_x0000\_t75" style='width:77.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image315.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1111" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791753"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Construiremos la variable de acción para esta Hamiltoniana:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1112" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:36pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image316.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1112"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791754">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Integrando cíclicamente tenemos el único parámetro de acción:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1113" type="#\_x0000\_t75" style='width:96.75pt;height:36pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image317.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1113"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791756">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>pero como integrar cíclicamente sobre una q no tiene sentido, escribimos:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1114" type="#\_x0000\_t75" style='width:113.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image318.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1114"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791757">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Cambiano variables, sea:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1115" type="#\_x0000\_t75" style='width:47.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image319.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1115" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791758">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1116" type="#\_x0000\_t75" style='width:212.25pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image320.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1116" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791759">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sen</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, por lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1117" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image321.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1117" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791760">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1118" type="#\_x0000\_t75" style='width:204.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image322.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1118" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791761">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>pero E es la energía que es la constante k de la solución general y por lo tanto E = H es la nueva Hamiltoniana y derivando con el parámetro de acción se debe de obtener el parámetro de ángulo, o sea:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1119" type="#\_x0000\_t75" style='width:92.25pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image323.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1119" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791762">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la velocidad angular. El problema no se resolvió pero se obtuvo información sobre la velocidad angular como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1120" type="#\_x0000\_t75" style='width:81.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image324.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1120" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791763">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el periodo. Esto se podrá aplicar cuando el movimiento del sistema sea cíclico. Considérese un péndulo simple: Su energía es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1121" type="#\_x0000\_t75" style='width:86.25pt;height:27.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image325.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1121"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791764">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se puede ver una dependencia entre P</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, ya que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1122" type="#\_x0000\_t75" style='width:195.75pt;height:35.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image326.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1122" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791765">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Su gráfica en el espacio fase será una senoide. u<sub>0</sub></span> es para ángulos pequeños, pues en este caso es un oscilador armónico.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Consideremos la ecuación de Hamilton-<span class=SpellE>Jacobi</span></span><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1123" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;height:30.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image327.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1123" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791766">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Resolverla es obtener la Acción, es decir: s = s (q, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:



Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue', t) y es una función que define un campo escalar en el espacio de configuración y posee la información del sistema, por lo que el gradiente:<o:p></o:p></span></p>

s = <span class=SpellE>cte</span>, se puede construir la trayectoria por medio del gradiente . Esto tiene ya una idea de <span class=SpellE>Optica</span> Geométrica al sustituir<span style='mso-spacerun:yes'> </span>la idea de una masa puntual por la idea de un plano al que se le pueden asociar gradientes y a estos planos se les llama planos <span class=SpellE>Iconales</span>. Consideremos un sistema conservativo de una sola partícula:<o:p></o:p></span></p>

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791769">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la función auxiliar de <span class=SpellE>Jacobi</span></span></p></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>No se conoce W pero se puede suponer que W = <span class=SpellE>ln</span> k</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Si sustituimos V por s, la ecuación nos queda como:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1127" type="#\_x0000\_t75" style='width:162.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image331.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1127" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791770">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>de aquí:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1128" type="#\_x0000\_t75" style='width:119.25pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image332.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1128" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791771">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>ya que<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1129" type="#\_x0000\_t75" style='width:36.75pt;height:14.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image333.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1129" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791772">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1130" type="#\_x0000\_t75" style='width:59.25pt;height:15pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image334.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1130" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791773">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1131" type="#\_x0000\_t75" style='width:183.75pt;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image335.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1131" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791774">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1132" type="#\_x0000\_t75" style='width:156pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image336.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1132" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791775">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1133" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image337.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1133" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791776">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo en la ecuación de <span class=SpellE>Heisemberg</span>:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1134" type="#\_x0000\_t75" style='width:102.75pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image338.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1134" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791777"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><span style='mso-spacerun:yes'> </span><span class=GramE>y</span> es una ecuación de difusión en el tiempo y en el espacio tipo onda. Resolverla es <span class=GramE>dar </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = e<sup>s/k</sup> y es dar la fase de una onda que se propaga con una fase s y para s = <span class=SpellE>cte</span> tenemos un frente de onda. Si k = i<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1135" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:11.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image339.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1135" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791778"></o:OLEObject></xml><!--[endif]>tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1136" type="#\_x0000\_t75" style='width:111pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image340.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1136" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791779">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>si el sistema es conservativo:  $s = (W - Et)$  y el sistema es del tipo:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1137" type="#\_x0000\_t75" style='width:114pt;height:24.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image341.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1137" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791780">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1138" type="#\_x0000\_t75" style='width:57pt;height:24pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentpoisson\_archivos/image342.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1138" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791781">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el caso estacionario. Esta es la ecuación de <span class=SpellE>Schöedinger</span><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>  
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-pagination:widow-orphan;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</div>  
</body>

</html>

### 3.28. Mecánica. Principio de mínima acción

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="prinminaccion_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="prinminaccion_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="prinminaccion_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>PRINCIPIO DE MINIMA ACCION</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>15</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-26T00:31:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:32:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>413</o:Words>
<o:Characters>2277</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>18</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2685</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
```

```

</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

```

```

<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PRINCIPIO DE MINIMA
ACCION<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Según este principio llamado de Hamilton, todo sistema
mecánico está caracterizado por una función:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:114.75pt;
height:15pt' o:ole="">
<v:imagedata src="prinminaccion_archivos/image029.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241792306">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```



Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue">y el movimiento del sistema satisface la siguiente condición: supongamos que en los instantes  $t = t_1$  y  $t = t_2$  el sistema ocupa posiciones dadas caracterizadas por dos conjuntos de coordenadas  $q(1)$  y  $q(2)$ , entonces el sistema entre estas dos posiciones se mueve de forma que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center"><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image030.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792307">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue">sea</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> un mínimo. A la función  $L$  se le denomina Lagrangiana y a la integral<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center"><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image030.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792308">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue">se</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> le llama Acción.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue">La función de <span class=SpellE>Lagrange</span> no contiene más que <b style='mso-bidi-font-weight:normal">q</b> y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:13.5pt' o:ole="">

<v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image031.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792309">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes"> </span>ya que estas definen



y <sup>(1)</sup>

: <sup>(2)</sup>

&nbsp;

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>q</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(t<sub>1</sub>) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><b style='mso-bidi-font-weight: normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>q</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(t<sub>2</sub>) = 0<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>

&nbsp;

Lo que varía S cuando se reemplaza por <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>q</b> + </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>q</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> está dada por:<o:p></o:p></span></p>

&nbsp;

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:138.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image032.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792311"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span><o:p></o:p></span></p>

&nbsp;

La condición del mínimo es que la variación se anule, o sea:<o:p></o:p></span></p>

&nbsp;

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:84pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792312">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Efectuando la variación:</span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:35.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image034.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792314">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>pero:</span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:47.25pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image035.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792315">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Así que integrando por partes:</span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:173.25pt;height:36pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image036.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792316">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Por la ecuación</span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:84pt;height:35.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image033.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792317">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>el primer término es cero y en el segundo término para que sea cero se requiere que el integrando sea idéntico a cero:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:29.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image037.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792318">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>si hay s grados de libertad tendremos s ecuaciones de la forma:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image038.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792319">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> estas son las ecuaciones de <span class=Spelle>Lagrange</span>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Estas ecuaciones forman un conjunto de s ecuaciones de segundo orden y por lo tanto su solución tiene 2s constantes arbitrarias a determinar para definir totalmente el movimiento y es necesario conocer las condiciones iniciales que caracterizan el estado en un instante dado como son los valores iniciales de las coordenadas y velocidades.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Sean dos funciones:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:41.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image039.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792320"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:35.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image040.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792321"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>que sólo difieren en la derivada total con respecto al tiempo de una función cualquiera  $f(q, t)$ :<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:120.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image041.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792322"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Las integrales<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image030.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792323">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>calculadas para estas dos funciones se relacionan de la forma:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:270.75pt;height:35.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="prinminaccion\_archivos/image042.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241792324">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> decir difieren en un término que desaparece al variar la acción, o sea que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>S' = 0 coincide con </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>S = 0 y la forma de sus ecuaciones de movimiento es invariante. La función de <span class=Spelle>Lagrange</span> se define con la indeterminación aditiva de la derivada total con respecto al tiempo de cualquier <span class=GramE>f(</span>q, t).<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>

</body>

</html>

### 3.29. Mecánica. Partícula libre

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="partlibre_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="partlibre_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="partlibre_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>PARTICULA LIBRE</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>21</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-26T00:46:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:22:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>348</o:Words>
<o:Characters>1920</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>16</o:Lines>
<o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2264</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
```



```

<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

```

```

<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PARTICULA LIBRE<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Un sistema para el cual el espacio sea homogéneo e
isotrópico y el tiempo homogéneo se llama inercial.
Podemos inferir algunas consecuencias acerca de la forma de la Lagrangiana
para una partícula que se mueve libremente en un sistema de referencia
inercial. La homogeneidad del espacio y del tiempo significa que esta función
no puede contener explícitamente ni el vector de posición <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>r de la partícula ni el tiempo t, es
decir L será sólo función de la velocidad <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>v, Ya que el espacio es isotrópico la Lagrangiana no puede
depender tampoco de la dirección de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v
por lo que sólo será función del valor absoluto de ésta, o sea:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>L = L(<b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>v²<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>como <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>L <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'>¹<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial'> L(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>tenemos que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id=" _x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

```

```

<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:33pt;
height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="partlibre_archivos/image017.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791706">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>por lo que las ecuaciones de Lagrange
son de la forma:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:54pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="partlibre_archivos/image018.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791707">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>donde<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:41.25pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="partlibre_archivos/image019.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791708">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>como<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

```

id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:87pt;height:17.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="partlibre\_archivos/image020.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791709">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Llegamos así a que en un sistema de referencia inercial  
 todo movimiento libre se realiza con <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v</b>  
 = <span class=SpellE>cte</span>, y esta es la<i style='mso-bidi-font-style:  
 normal'> </i>Ley de la Inercia<i style='mso-bidi-font-style:normal'>. </i><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Por el Principio de la Relatividad de Galileo si un sistema  
 de referencia inercial K se desplaza con una velocidad muy pequeña </span><b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>e</span></span></b><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> con  
 respecto a otro sistema inercial K' tenemos: <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial'>v</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial'> = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'> v</b> + </span><b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span></b><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>ya</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que las ecuaciones de  
 movimiento deben tener la misma forma en todos los sistemas de referencia. La  
 Lagrangiana L(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v</b><sup>2</sup>) por  
 esta transformación se convertirá en L' que si difiere de L(<b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>v</b><sup>2</sup>) no será más que en la  
 derivada total con respecto al tiempo de una función de las coordenadas y del  
 tiempo por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>L' = L(<b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'>v</b><sup>2</sup>) = L(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v</b><sup>2</sup>  
 + 2<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v</b> </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:

Symbol'>·</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial'> </span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> + </span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span></b><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>)<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Desarrollando </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en series de potencias:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:120.75pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="partlibre\_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791710"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El último término del segundo miembro de esta ecuación será una derivada total con respecto al tiempo, sólo si es una función lineal de la velocidad v. Por lo que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¶</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>L</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¶</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v<b style='mso-bidi-font-weight:normal'><sup>2</sup></b> no depende de la velocidad, es decir, la lagrangiana en este caso es:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

L = a**v**<sup>2</sup>

&nbsp;

De lo anterior se deduce que la Lagrangiana es invariante para una velocidad finita **v** del sistema de referencia K con respecto al K'. En efecto:

$$L' = a \left( \frac{1}{2} v^2 + 2a \frac{1}{2} v^2 \right) = a \left( \frac{1}{2} v^2 + v^2 \right) = \frac{3}{2} a v^2$$

&nbsp;

El segundo término es una derivada total con respecto al tiempo y se puede omitir. La constante a se denomina m/2 y la Lagrangiana de una partícula libre es:

$$L = \frac{m}{2} v^2$$

&nbsp;

Arial;color:blue'>y como L es aditiva<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:66pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="partlibre\_archivos/image024.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241791713">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:  
 auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span  
 style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

### 3.30. Mecánica. Sistema de partículas

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">  
 <head>  
 <meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">  
 <meta name=ProgId content=Word.Document>  
 <meta name=Generator content="Microsoft Word 10">  
 <meta name=Originator content="Microsoft Word 10">  
 <link rel=File-List href="sistparticulas\_archivos/filelist.xml">  
 <link rel=Edit-Time-Data href="sistparticulas\_archivos/editdata.mso">  
 <link rel=OLE-Object-Data href="sistparticulas\_archivos/oledata.mso">  
 <!--[if !mso]>  
 <style>  
 v\:.\* {behavior:url(#default#VML);}  
 o\:.\* {behavior:url(#default#VML);}  
 w\:.\* {behavior:url(#default#VML);}  
 .shape {behavior:url(#default#VML);}  
 </style>  
 <![endif]><!-->  
 <title>SISTEMA DE PARTICULAS</title>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:DocumentProperties>  
 <o:Author>HHMM</o:Author>  
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

```

<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>7</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-26T01:06:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-26T01:14:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>490</o:Words>
<o:Characters>2701</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>22</o:Lines>
<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3185</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;

```



```

 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>SISTEMA DE PARTICULAS<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Un sistema de partículas que actúa entre sí, pero aisladas de
otros cuerpos se llama Sistema Cerrado. Para poder describir la interacción de las
partículas del sistema añadimos una función que sólo depende de la
posición, o sea que es función de las coordenadas. A esta función la
designamos por U y tenemos:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>

```

```

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:111.75pt;
height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="sistparticulas_archivos/image001.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241629288">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Esta es la forma general de la Lagrangiana para un
sistema cerrado.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:62.25pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="sistparticulas_archivos/image003.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241629289">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>se<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> denomina Energí;a Cinética y a la
función U, Energí;a Potencial. Como la U se lo depende de <b

```

style='mso-bidi-font-weight:normal'>r, </b>en un tiempo dado, se ve que el cambio de posici&ocute;n de una part&iacute;cula repercute instant&aacute;neamente en todas las otras, o sea que la interacci&ocute;n se propaga instant&aacute;neamente.</p></span></p>

<!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:111.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629290">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->

</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image006.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629291">

</o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:111.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image001.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629292">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image006.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629293">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>tenemos</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image008.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629294">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Bajo esta forma las ecuaciones de movimiento se llaman ecuaciones de Newton, y  
 constituyen la base de la mecánica de un sistema de partículas interactuantes. Al  
 vector:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:47.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image010.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629296">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> le denomina <i  
 style='mso-bidi-font-style:normal'>Fuerza</i> que actúa sobre la partícula a. Esta  
 seílo depende de las coordenadas y no de las velocidades. La  
 ecuación:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image008.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629297">  
 </o:OLEObject>

</xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>demuestra</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que los vectores aceleraci&oacute;n son s&oacute;lo funciones de las coordenadas.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si para describir el movimiento empleamos coordenadas generalizadas <span class=SpellE>q<sub>i</sub></span> un lugar de las coordenadas cartesianas de las part&iacute;culas, entonces para obtener la <span class=SpellE>Lagrangiana</span> se efectuar&aacute; la transformaci&oacute;n:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:138pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image012.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629298">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo estas expresiones en la funci&oacute;n:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:129pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image014.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629299">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> obtiene la <span class=SpellE>Lagrangiana</span> buscada:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:110.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image016.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629300">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> donde las <span class=SpellE>a<sub>ik</sub></span> s&oacute;lo son funciones de las ordenadas.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>S&oacute;lo hemos hablado de sistemas cerrados. Consideremos un sistema A no cerrado, que interact&uacute;a con otro sistema B realizando un cierto movimiento. Se dice en este caso que el sistema A se mueve en un campo exterior creado por el sistema B. Como las ecuaciones de movimiento se obtienen a partir del Principio de la M&iacute;nima Acci&oacute;n, variando independientemente cada una de las coordenadas, se puede, para encontrar la <span class=SpellE>lagrangiana</span><span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span><sub>A</sub> del sistema total A + B sustituyendo en &eacute;l las coordenadas <span class=SpellE>q<sub>B</sub></span> por sus funciones dadas del tiempo y omitiendo el t&eacute;rmino <sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:62.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image018.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036">

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629301">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
&nbsp;</span>ya que depende s&oacute;lo de t,  
tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:126.75pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image020.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<!--[if !vml]>  

src="sistparticulas\_archivos/image021.gif" v:shapes="\_x0000\_i1037">  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629302">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que el movimiento de un sistema en un  
campo exterior se describe por una <span class=SpellE>Lagrangiana</span> del tipo usual, con la  
diferencia de que U puede ser funci&oacute;n expl&iacute;cita del tiempo.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'>Para el movimiento de una part&iacute;cula en un campo externo, la forma general de  
la <span class=SpellE>Lagrangiana</span> ser&aacute;:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:78pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image022.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<!--[if !vml]>  

src="sistparticulas\_archivos/image023.gif" v:shapes="\_x0000\_i1038">  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629303">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;



font-family:Arial;color:blue'y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> las ecuaciones de movimiento:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image024.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]><![endif]></sub>

<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629304"></o:OLEObject></xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Un campo tal que en todos sus puntos act&uacute;a la misma fuerza <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>F</b> sobre una part&iacute;cula se llama Campo Uniforme. En un campo uniforme:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>U = -<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>F</b></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&times;</span></span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>r<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></b></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div></td></tr></table></body></html>

### 3.31. Mecánica. Teorema de conservación de la energía

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml" xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office" xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word" xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head><meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252"><meta name=ProgId content=Word.Document><meta name=Generator content="Microsoft Word 10"><meta name=Originator content="Microsoft Word 10"><link rel=File-List href="conservenergia\_archivos/filelist.xml">

```

<link rel=Edit-Time-Data href="conservenergia_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="conservenergia_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TEOREMA DE CONSERVACION DE LA ENERGIA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>10</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-26T01:14:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-26T01:24:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>1187</o:Words>
<o:Characters>6530</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>54</o:Lines>
<o:Paragraphs>15</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>7702</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;

```

```

text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
p.MsoFooter, li.MsoFooter, div.MsoFooter
{margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
tab-stops:center 212.6pt right 425.2pt;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}
@page Section1
{size:21.0cm 842.0pt;
margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
mso-header-margin:36.0pt;
mso-footer-margin:36.0pt;
mso-even-footer:url("conservenergia_archivos/header.htm") ef1;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

```

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">

<tr>

<td><p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TEOREMA DE CONSERVACION DE LA ENERGIA</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Durante el movimiento de un sistema mec&aacute;nico las 2s magnitudes <sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shapetype

id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">

<v:stroke joinstyle="miter"/>

<v:formulas>

<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>

<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>

<v:f eqn="prod @2 1 2"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @0 0 1"/>

<v:f eqn="prod @6 1 2"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

</v:formulas>

<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>

</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:33pt; height:15pt' o:ole="">

<v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image001.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629992">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

con  $i = 1, 2$  s, que determinan el estado del sistema, varían con el tiempo. Existen sin embargo, unas funciones de estas magnitudes cuyos valores permanecen constantes durante el movimiento, dependiendo solamente de las condiciones iniciales. A estas funciones se les llama Integrales de Movimiento. <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

Para un sistema mecánico cerrado con  $s$  grados de libertad el número de las integrales del movimiento independientes es igual a  $2s - 1$ . La solución general de las ecuaciones del movimiento contiene  $2s$  constantes arbitrarias. Como la ecuación del movimiento para un sistema cerrado no contiene explícitamente el tiempo, es totalmente arbitraria la elección del origen de los tiempos, y una de las constantes arbitrarias en la solución de la ecuación puede siempre considerarse como una constante aditiva al tiempo. Eliminando las  $2s$  funciones:

$$(t + t_0, c_1, c_2, \dots, c_{2s-1})$$

=

Podemos expresar las  $2s - 1$  constantes arbitrarias  $c_1, c_2, \dots, c_{2s-1}$  como funciones de  $q$  y  $y$

y estas funciones serán integrales de movimiento.

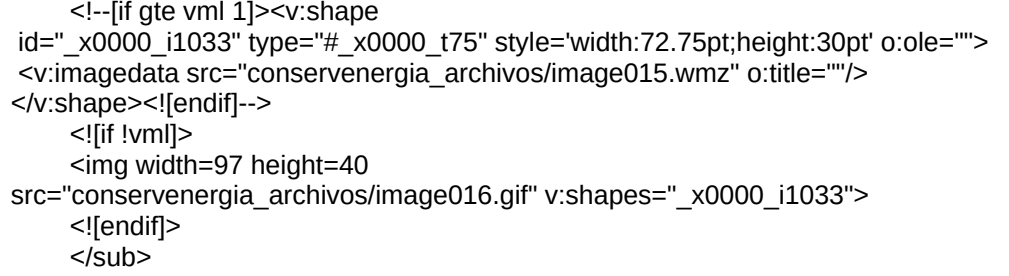
Sin embargo no todas las integrales de movimiento tienen la misma importancia en Mecánica, pues hay algunas cuya constancia tiene un profundo significado derivado de las propiedades fundamentales: homogeneidad e isotropía del espacio y del tiempo. Las magnitudes representadas por tales integrales de movimiento son conservativas y tienen una importante propiedad común: son aditivas, es decir, su valor para un sistema formado por varias partes cuya interacción es despreciable es igual a la suma de sus valores para cada una de las partes.

Precisamente, la importancia especial de estas magnitudes es debida a su aditividad. Supongamos, por ejemplo, que dos cuerpos interactúan durante un cierto intervalo de tiempo. Como cada una de las integrales aditivas del sistema total es, tanto antes como después de la interacción, igual a la suma de sus valores para los dos cuerpos tomados separadamente, los teoremas de conservación para estas magnitudes hacen posible de modo inmediato deducir una serie de conclusiones referentes al estado de los cuerpos después de la interacción, si se conoce su estado antes de la interacción.

Primero consideremos el teorema de conservación que resulta de la homogeneidad del tiempo. En virtud de esta homogeneidad, la Lagrangiana de un sistema cerrado depende explícitamente del tiempo. Entonces la derivada total respecto al tiempo de la Lagrangiana se puede escribir como:

src="conservenergia\_archivos/image010.gif" v:shapes="\_x0000\_i1030">  
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629996">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>de</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> acuerdo con las ecuaciones de <span  
 class=SpellE>Lagrange</span> se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:201.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629997">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>o</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:93.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image013.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241629998">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

De donde se deduce que la magnitud:



permanece constante durante el movimiento de un sistema cerrado, es decir, es una integral de movimiento. A esta magnitud se le llama energía E del sistema. La aditividad de la energía es consecuencia de la aditividad de la Lagrangiana, de la cual es función lineal según la ecuación anterior.

El teorema de la conservación de la energía es válido no sólo para sistemas cerrados, sino para sistemas sometidos a un campo exterior constante (no dependiente del tiempo), ya que la única propiedad de la Lagrangiana utilizada en el razonamiento anterior, la que no contiene explícitamente al tiempo, sigue siendo válida en este caso. Los sistemas cuya energía se conserva se llaman conservativos.

La Lagrangiana de un sistema cerrado es de la forma:





</sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630001">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>siendo</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> T una funci&oacute;n cuadr&aacute;tica de las  
 velocidades. Aplicando el teorema de <span class=SpellE>Euler</span> de las funciones <span  
 class=SpellE>homogeneas</span>, se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:113.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image019.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630002">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>sustituyendo</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image015.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630003">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:74.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630004">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en coordenadas cartesianas:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:116.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image023.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630005">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

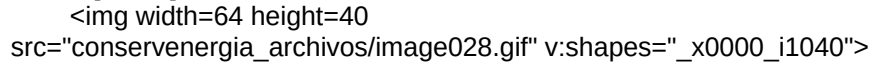
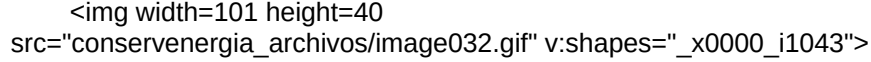
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De la homogeneidad del espacio se deduce un segundo teorema de conservaci&acute;n. En virtud de esta homogeneidad, las propiedades mec&acute;nicas de un sistema cerrado no var&iacute;an por un desplazamiento <span class=SpellE>paralelode</span> todo el sistema en el espacio. Consideremos un desplazamiento infinitesimal </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y busquemos la condi&acute;n para que la <span class=SpellE>Lagrangiana</span> no var&iacute;e.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;



<![if !vml]>  
 src="conservenergia\_archivos/image028.gif" v:shapes="\_x0000\_i1040">  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630007">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'>En virtud de las ecuaciones de <span  
class=SpellE>Lagrange</span>:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:117pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image029.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]>  
<![if !vml]>  
 src="conservenergia\_archivos/image030.gif" v:shapes="\_x0000\_i1041">  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630008">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'>Llegamos as&iacute; a la conclusi&oacute;n de que en un sistema mec&aacute;nico  
cerrado, la magnitud vectorial:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:75.75pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image031.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]>  
<![if !vml]>  
 src="conservenergia\_archivos/image032.gif" v:shapes="\_x0000\_i1043">  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630009">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El vector <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P</b> se llama &iacute;mpetu del sistema. Derivando la ecuaci&oacute;n de <span class=SpellE>Lagrange</span> encontramos que el &iacute;mpetu o impulso lineal, viene dado en funci&oacute;n de las velocidades de las part&iacute;culas por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:62.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630010">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>la</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> ecuaci&oacute;n<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:48pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630011">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>tiene</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> un sencillo significado f&iacute;sico, ya que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD



</v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630014">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>En particular si el sistema est&aacute; formado por s&oacute;lo dos part&iacute;culas  
 <b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>F</b><sub>1</sub> + <b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'>F</b><sub>2</sub> = 0 la fuerza que ejerce la primera sobre la segunda es igual y  
 opuesta a la que ejerce la segunda sobre la primera.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Si el movimiento se describe con coordenadas generalizadas <span  
 class=SpellE>q<sub>i</sub></span>, las derivadas de la <span  
 class=SpellE>Lagrangiana</span> con respecto a las velocidades  
 generalizadas:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:39pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image039.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630015">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> llaman &iacute;mpetus generalizados y las  
 derivadas con respecto a las coordenadas generalizadas:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:36.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image041.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630016">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> llaman fuerzas generalizadas. Con esta  
 notaci&oacute;n, las ecuaciones de <span class=SpellE>Lagrange</span> se  
 escriben:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:29.25pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image043.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630017">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Veremos ahora el teorema de conservaci&oacute;n que se infiere de la isotrop&iacute;a  
 del espacio. Esta isotrop&iacute;a significa que las propiedades mec&aacute;nicas de un sistema  
 cerrado no cambian en una rotaci&oacute;n en el espacio de este sistema como conjunto.  
 Consideraremos una rotaci&oacute;n infinitesimal del sistema, y buscaremos la soluci&oacute;n  
 para que la <span class=SpellE>lagrangiana</span> no var&iacute;e.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Llamaremos vector de rotaci&oacute;n infinitesimal </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;



mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> al vector cuyo m&oacute;dulo es igual al
 &aacute;ngulo de rotaci&oacute;n </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
 family:Symbol'>d</span></span><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y cuya direcci&oacute;n coincide con el eje de
 rotaci&oacute;n.<span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span></span>Consideremos primero el
 incremento en el vector de posici&oacute;n correspondiente a una part&iacute;cula del sistema,
 tomando un origen de coordenadas situado en el eje de rotaci&oacute;n. El desplazamiento lineal
 del extremo del vector de posici&oacute;n en funci&oacute;n del &aacute;ngulo
 es:<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:62.25pt;height:17.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image045.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>
 
 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051"
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630018">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>como</span></span><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se ve en la figura (1) la direcci&oacute;n del
 vector </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>r</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es perpendicular al plano definido por <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> y </span><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD

<span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, y por lo tanto:<o:p></o:p></span></p>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:93pt;height:209.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image047.png" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="PBrush" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630019">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

Figura (1)

$$d \cdot v = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right)$$

Llevemos estas expresiones a la condici&ocute;n de que la Lagrangiana no var&iacute;a por rotaci&ocute;n:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) = 0$$

Sustituyendo por definici&ocute;n las derivadas:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) = 0$$

<sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:44.25pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image051.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630021">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:39.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image053.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630022">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;color:blue'>de</span></span><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> acuerdo con las ecuaciones de <span

class=SpellE>lagrange</span> tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:24.75pt'

o:ole="">

<v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image055.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630023">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>o</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> tambi&eacute;n:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:195.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image057.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630024">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>ya</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><b style='mso-bidi-font-weight: normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol; mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es arbitrario, resulta:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1057" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="conservenergia\_archivos/image059.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1057"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630025">  
 </o:OLEObject>

```

</xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>y<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se concluye que el movimiento de un sistema
cerrado se conserva la magnitud vectorial:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1058" type="#_x0000_t75" style='width:63pt;height:24.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="conservenergia_archivos/image061.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1058"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241630026">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>que<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se llama Momento Angular del
sistema.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p></td>
</tr>
</table>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p></o:p></p>
</div>

</body>

</html>

```

### 3.32. Mecánica. Mecánica de la partícula

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

```

```

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="mecparticula_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="mecparticula_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="mecparticula_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>MECANICA DE LA PARTICULA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-26T01:25:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-26T01:29:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>243</o:Words>
<o:Characters>1337</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>11</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1577</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;

```

```

 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>MECANICA
DE
LA
PARTICULA<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

```



color:blue">La segunda ley de Newton se puede considerar como un postulado fundamental o como definici&ocute;n de fuerza y masa. La forma correcta de esta ley para una sola part&iacute;cula es:</p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/>

<v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

</v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:33.75pt; height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image001.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]><![endif]></sub>

<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630328"></o:OLEObject></xml><![endif]-->

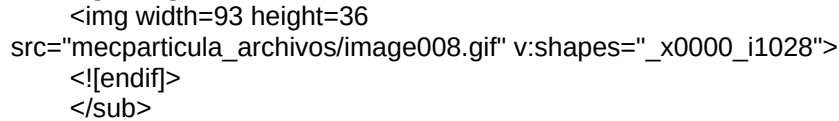
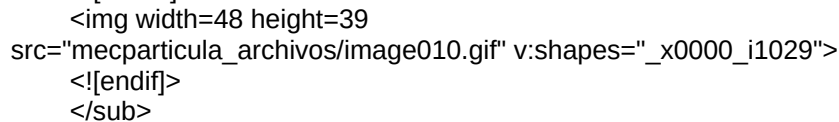
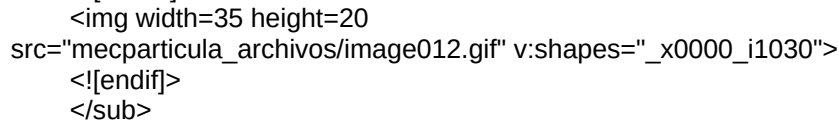
<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>F</b> es la fuerza total que act&uacute;a sobre la part&iacute;cula y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>p</b> es su &iacute;mpetu definido como: Se define la velocidad como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:33pt;height:27pt' o:ole="">

<v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630329">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> el &iacute;mpetu se define  
 como:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>p</span></b><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span class=SpellE>m<b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>v</b></span><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que se puede  
 escribir:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:45pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630330">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>como</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en la mayor&iacute;a de los casos m es  
 constante entonces se puede escribir en estos casos:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:69.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image007.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif-->

<![if !vml]>  

<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630331">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>a</b> se define como:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:36pt;height:29.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image009.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]>  
<![if !vml]>  

<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630332">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se denomina la aceleraci&ocirc;n de la part&iacute;cula. De aqu&iacute; se desprende un teorema de conservaci&ocirc;n:  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Si la resultante de las fuerzas <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>F</b> es nula, <sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030"  
type="#\_x0000\_t75" style='width:26.25pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]>  
<![if !vml]>  

<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630333">

</o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span>y</span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'>p</b> = <span class=SpellE>cte</span><span style='color:blue'>. Este es el teorema de  
 conservaci&oacute;n del &iacute;mpetu lineal.<o:p></o:p></span></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>El momento angular de la part&iacute;cula respecto a un punto se define por:  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>L</span></b><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'>r</b> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&acute;</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'>p</b><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> r es el radio vector que va desde 0 a la  
 part&iacute;cula. Definimos el momento de una fuerza como:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>N</span></b><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'>r</b> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&acute;</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'>p</b><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>de</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> acuerdo con la ecuaci&oacute;n de la fuerza:  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:93.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image013.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630334">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>de</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> donde obtenemos el segundo teorema de  
 conservaci&oacute;n: Si la resultante de los momentos <b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>N</b>, es nula <sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:24.75pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image015.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630335">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span>y el momento angular <b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>L</b> se conserva.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>El momento angular en n dimensiones ser&iacute;a:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:24.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image017.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630336">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>: <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span  
 class=GramE><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>r</span></b><sub><span lang=ES-TRAD

</span></sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span class=Spelle><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>i</sub></span>' + <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R<o:p></o:p></b></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>derivando</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<b style='mso-bidi-font-weight:normal'><o:p></o:p></b></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:126.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image019.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630337">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:119.25pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630338">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:212.25pt;height:120.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecparticula\_archivos/image023.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



```

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241630339">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]>-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>El momento angular es el momento angular del centro de masa del sistema,
m´s el momento angular alrededor del centro de masa.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>

</html>

```

### 3.33. Mecánica. Energía

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="energia_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="energia_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="energia_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]>-->
<title>ENERGIA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-26T01:30:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-26T01:33:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>333</o:Words>

```

```

<o:Characters>1833</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>15</o:Lines>
<o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2162</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}

span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}

@page Section1
{size:612.1pt 792.1pt;
margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}

div.Section1
{page:Section1;}
-->

```



```

</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ENERGIA<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>El trabajo realizado por un sistema es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:54pt;
height:33pt' o:ole="">

```

<v:imagedata src="energia\_archivos/image001.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630591">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la fuerza:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:42.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="energia\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630592">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="energia\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630593">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>







</xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El trabajo realizado ser&aacute;</o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:162.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="energia\_archivos/image015.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630598">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:290.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="energia\_archivos/image017.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630600">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=Spelle><span class=GramE><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>v</span></b><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>i</span></sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span class=Spelle><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v</b><sub>i</sub></span>' + <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v <o:p></o:p></b></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:63.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="energia\_archivos/image019.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630601">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Sustituyendo:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:341.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="energia\_archivos/image021.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630602">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:86.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="energia\_archivos/image023.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630603">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Si las fuerzas dependen de un potencial:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:201pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="energia\_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630604">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si las fuerzas internas son conservativas, las fuerzas rec&iacute;procas <span class=SpellE>F<sub>ij</sub></span> y <span class=SpellE>F<sub>jj</sub></span> se pueden obtener de un potencial <span class=SpellE>V<sub>ij</sub></span> de tal forma que &eacute;ste dependiera s&oacute;lo de la distancia entre las <span class=GramE>part&iacute;culas</span></span><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:155.25pt;height:18.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="energia\_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630605">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> est&aacute;n contenidos en la recta que los une y:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole="">



<v:imagedata src="energia\_archivos/image029.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630606">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75"  
 style='width:89.25pt;height:18.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="energia\_archivos/image031.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630607">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> f es una funci&oacute;n  
 escalar.</span></p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Cuando todas las fuerzas son conservativas:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:156pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="energia\_archivos/image033.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630608">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Si llamamos <span class=Spelle>r<sub>i</sub></span> - <span class=Spelle>r<sub>j</sub></span> al vector de diferencias <span class=GramE>y</span> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol; mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&Ntilde;</span></span><span class=Spelle><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>ij</span></sub></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'> gradiente respecto a <span class=Spelle>r<sub>ij</sub></span> tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:15.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="energia\_archivos/image035.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630609">

</o:OLEObject>

</xml><![endif-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue;mso-ansi-language:IT-CH'>si:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'>ds<sub>i</sub>

ds<sub>j</sub></span> = dr<sub>i</sub> - dr<sub>j</sub> = dr<sub>ij</sub><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>la</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> integral ser&aacute;<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:33pt' o:ole="">

<v:imagedata src="energia\_archivos/image037.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630610">

</o:OLEObject>

</xml><![endif-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por lo tanto el trabajo ser&acute;;<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:147pt;height:48.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="energia\_archivos/image039.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630611">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:90pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="energia\_archivos/image041.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630612">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>El segundo t&eacute;rmino de la derecha es la energ&iacute;a potencial interna del sistema y en general no es nula. S&oacute;lo en los cuerpos r&iacute;gidos permanece constante el potencial interno, en todos los dem&aacute;s sistemas &eacute;ste var&iacute;a con el tiempo.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Con lo anterior se ve que la ecuaci&oacute;n general de la Mec&aacute;nica es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

```

 </div></td>
 </tr>
</table>
</body>

</html>

```

### 3.34. Mecánica. Desplazamiento virtual

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="desplazvirtual_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="desplazvirtual_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="desplazvirtual_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>DESPLAZAMIENTO VIRTUAL</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>6</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-26T01:33:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-26T01:39:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>432</o:Words>
<o:Characters>2378</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>19</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2805</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>

```

```

<w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;

```

```

font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>DESPLAZAMIENTO VIRTUAL<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Le llamaremos desplazamiento virtual de un sistema a una variación de su
configuración como resultado de un desplazamiento infinitesimal <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d<b style='mso-bidi-font-weight:
normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>r<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'> compatible con las fuerzas aplicadas y de ligadura en un instante de
tiempo.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Si suponemos que el sistema está en equilibrio, es decir, que la resultante de
las fuerzas que actúan sobre cada partícula<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial'>F<sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial'>i</sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial'> = 0,<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>es<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> obvio que el producto <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial'>F<sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial'>i</sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial'> <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>× <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>d<b

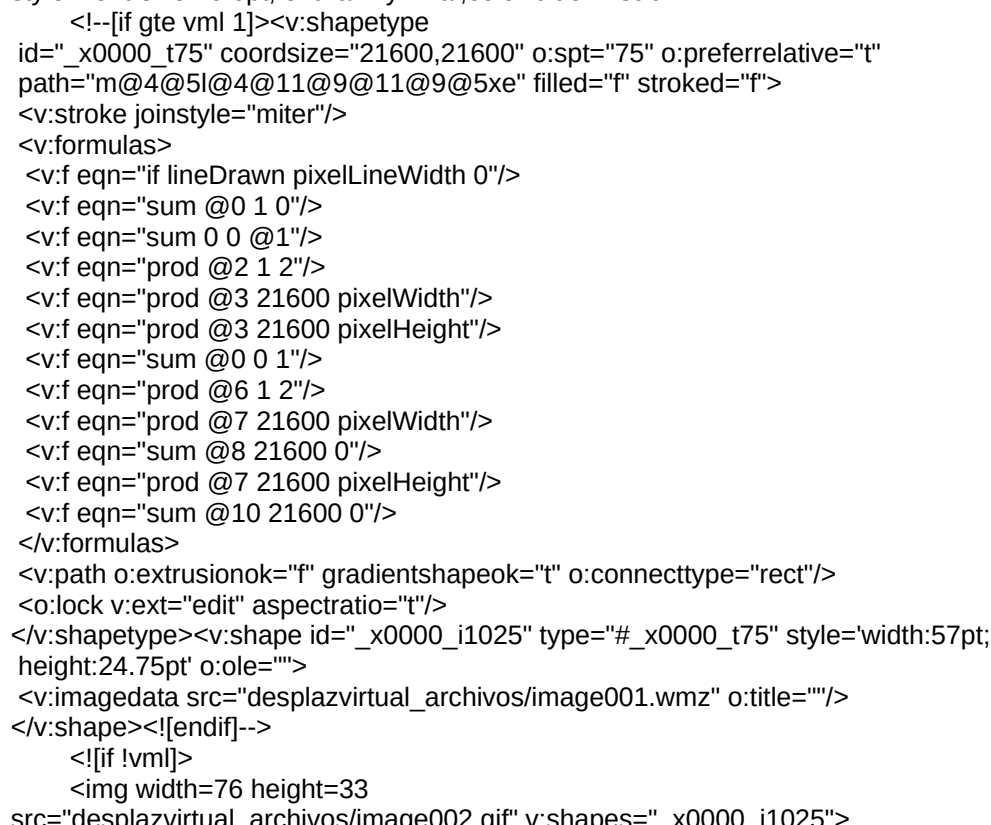
```

= 0

y

por lo tanto la suma de estos productos extendida a las partes, culas ser, nulo.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \prod_{k=1}^m \text{pixelWidth}_{ijk} \prod_{l=1}^m \text{pixelHeight}_{ijk} \\
 & \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^m \text{pixelWidth}_{ij} \prod_{k=1}^m \text{pixelHeight}_{ij} \\
 & \sum_{i=1}^{10} \prod_{j=1}^{21600} 0
 \end{aligned}$$



a

fuerza

F

i

font-family:Arial'>F</span></b><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'>i</span></sub></span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial'> = <span class=SpellE><span class=GramE><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>F</b><sub>i</sub></span></span><span class=GramE><sup></sup></span><span class=SpellE><sup>apl</sup></span><sup></sup></span> + <span class=SpellE><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>f</b><sub>i</sub></span><sup></sup><span class=SpellE>lig</span></span></p></o:p></o:p></sup></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> decir:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:87pt;height:24.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630974">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> como las fuerzas de ligadura realizan un trabajo virtual nulo, tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:63.75pt;height:24.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630975">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>



$\Delta t$  anterior se conoce como el principio de los trabajos virtuales. Esta ecuación es estática y necesita una condición que contemple el movimiento del sistema.  $\Delta t$  ecuación de movimiento es:

Lo anterior nos dice que las partículas de un sistema están en equilibrio bajo los efectos de la fuerza real y de otra fuerza efectiva, por lo que el principio de los desplazamientos virtuales será:

id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image011.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630978"></o:OLEObject></xml><![endif--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Descomponiendo en fuerza aplicada y de ligadura:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:141pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image013.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630979"></o:OLEObject></xml><![endif--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como los trabajos virtuales de ligadura son nulos:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:96pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image015.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630980"></o:OLEObject>

</xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el principio de D'Alambert.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Transformaremos esta ecuaci&oacute;n en una que posea los desplazamientos virtuales de las coordenadas generalizadas </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>q<sub>i</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. El cambio de coordenadas est&aacute; dado por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span class=GramE><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>r</span></b><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>i</span></sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span class=SpellE><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>i</sub></span><sub><span style='mso-bidi-font-weight:normal'>q</b><sub>1</sub>, ..., <span class=SpellE><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>q</b><sub>n</sub></span>, t)<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>con</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> n coordenadas independientes y las reglas de transformaci&oacute;n son:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:63.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image017.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630981">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image019.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630982">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> el principio de  
 D'Alambert:</p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:150.75pt;height:30.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image021.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630983">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:</p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:89.25pt;height:30.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image023.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630984">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la Fuerza generalizada.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Consideremos el t&eacute;rmino:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:99pt;height:24.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image025.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630985">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>En coordenadas generalizadas:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:119.25pt;height:30.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image027.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630986">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Por la relaci&oacute;n:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:348.75pt;height:36.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image029.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630987">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:48pt;height:32.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image031.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630988">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:423pt;height:36.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image033.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630989">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

<o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:147.75pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image035.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630990"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:81.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image037.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630991"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>





<sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:116.25pt;height:30.75pt'

o:ole="">

<v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image043.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630994">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'>Sea L = T - V la funci&oacute;n llamada <span class=SpellE>Langrangiana</span>,

entonces:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:74.25pt;height:30.75pt'

o:ole="">

<v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image045.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241630996">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'>En el caso en que s&oacute;lo parte de las fuerzas deriven de un

potencial:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

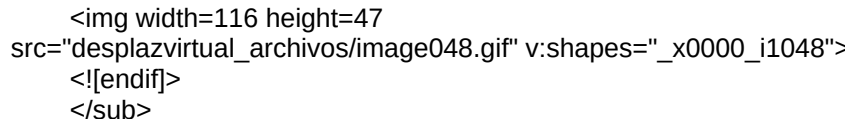
<!--[if gte vml 1]><v:shape

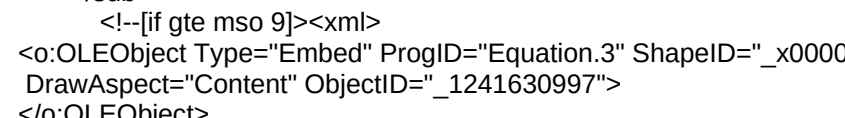
id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:87pt;height:35.25pt' o:ole="">

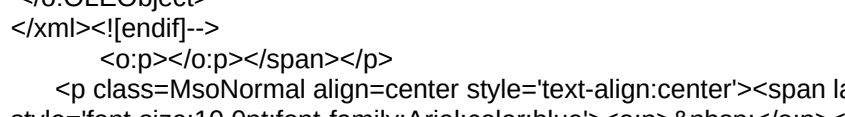
<v:imagedata src="desplazvirtual\_archivos/image047.wmz" o:title=""/>

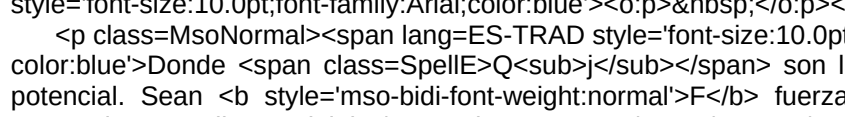
</v:shape><![endif]-->

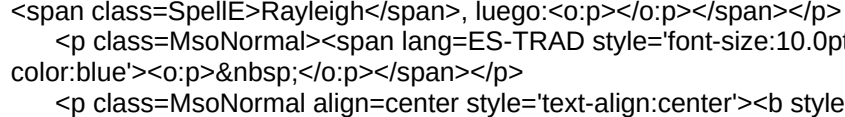
<![if !vml]>

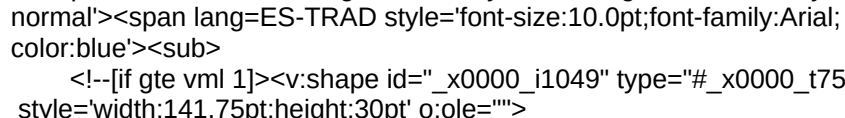


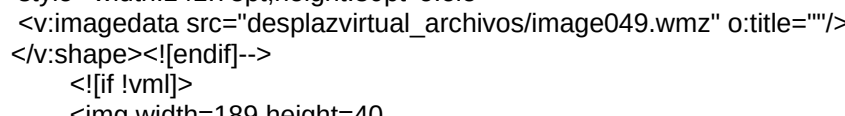


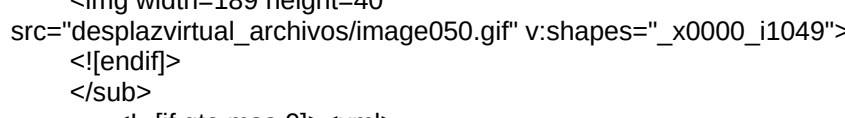


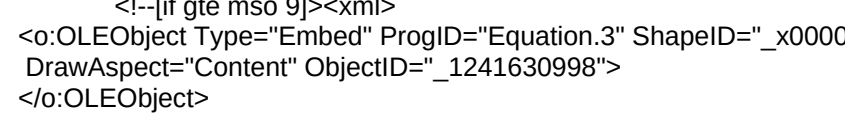


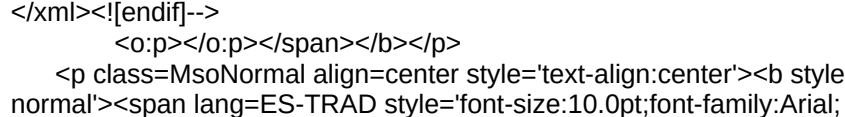


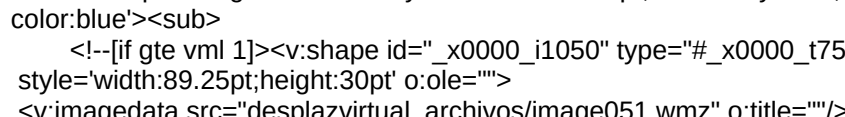


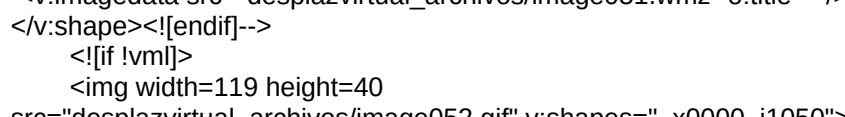


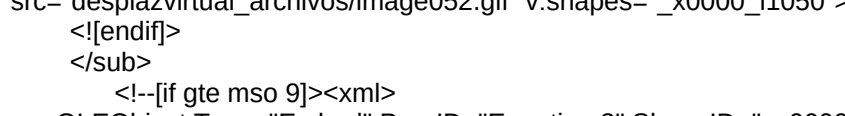


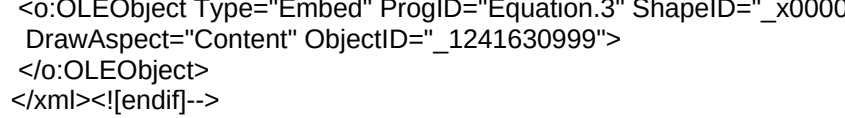


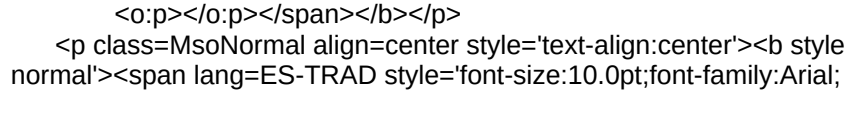












```

color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1051" type="#_x0000_t75"
 style='width:230.25pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="desplazvirtual_archivos/image053.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
</sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1051"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241631000">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>por<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1052" type="#_x0000_t75" style='width:110.25pt;height:35.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="desplazvirtual_archivos/image055.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
</sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1052"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241631001">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 </div></td>
</tr>
</table>
</body>

</html>

```

### 3.35. Mecánica. Métodos variacionales

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>

```

```

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="metvariacionales_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="metvariacionales_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="metvariacionales_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>METODOS VARIACIONALES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>5</o:Revision>
<o:TotalTime>21</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-26T17:43:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:05:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>4</o:Pages>
<o:Words>1529</o:Words>
<o:Characters>8411</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>70</o:Lines>
<o:Paragraphs>19</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>9921</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;

```

```

 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:434325660;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:-2036018808;}
@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
ol
 {margin-bottom:0cm;}
ul
 {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;

```

```

font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>METODOS VARIACIONALES<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Enunciaremos el principio integral de Hamilton. Este
principio es para sistemas conservativos y dice: El movimiento del sistema
entre los tiempos t_1 y t_2 es tal que la ecuación de la
integral curvilínea:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:36pt;
height:35.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image001.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790808">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>donde L = T - V es una extremal. o sea máxima o mínima respecto a la trayectoria del movimiento. Este principio es válido admitiendo potenciales generalizados dados por la ecuación:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:95.25pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image003.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790809">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Esto siempre que las fuerzas generalizadas se obtengan de la ecuación anterior de una función U que depende de:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:36.75pt;height:15.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image005.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790810">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Esto significa que todas las posibles trayectorias que pueda describir el punto representativo entre los tiempos t_1 y t_2 , describirá en realidad aquella para la cual sea extremal la integral I, es decir máxima o mínima. Se puede resumir diciendo que las variación de la Integral I entre t_1 y t_2 fijos es cero.<o:p></o:p></p>

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

Considerando este problema como el más importante trataremos de construir la mecánica de los sistemas conservativos a partir del principio de Hamilton como postulado básico en vez de hacerlo a partir de las leyes de Newton. Para hacer lo anterior revisaremos algunas cosas del cálculo de variaciones, ya que uno de los principales problemas consiste en encontrar la curva que hace extremal una integral curvilínea dada.

$$y(x) = y \text{ entre dos valores } x_1 \text{ y } x_2$$
 tal que la integral curvilínea sea función de:

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

donde:

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

y x hace el papel del tiempo, por lo que la integral:

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$

o:ole="">
<v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image013.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790814">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>ha<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de ser máxima o
mínima.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En este caso la variable está limitada a considerar la
diversas trayectorias para las cuales $y(x^{>1}) = y^{>1}$ y $y(x^{>2}) = y^{>2}$. Le daremos a cada curva
posible un diferente parámetro <span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>a<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por lo
que $y = f(x^{>1})$, <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>a<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>), $y(x^{>1})$, <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) = $y(x,0) +$ <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>h<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x), donde <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>h<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) es una función
cualquiera de $x^{>1}$, que es cero para $x^{>1} = x^{>1}$ y $x^{>2} =$
 $x^{>2}$.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Para cualquier representación paramétrica, J será función

de a:</p></p><p class=MsoNormal></p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:125.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariaciones_archivos/image015.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790815"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></p></p></p></p><p class=MsoNormal>y la condición para un máximo es:</p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:56.25pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariaciones_archivos/image017.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790816"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></p></p></p></p><p class=MsoNormal>Derivando J(a), tenemos:</p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:117.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariaciones_archivos/image019.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790817"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></p></p></p></p><p class=MsoNormal>tomando:</p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:131.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790818"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>y sustituyendo en:_{<o:p></o:p>}</p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:26.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image023.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790819"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>tenemos:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:117pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790820"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>e integrando por partes:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:194.25pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790821"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>Llamamos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1042" type="#_x0000_t75" style='width:141pt;height:32.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image035.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790825">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>donde dy representa una variaci3n arbitraria y(x) obtenida al variar a en un entorno al valor cero, lo que es un desplazamiento virtual, por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1043" type="#_x0000_t75" style='width:125.25pt;height:35.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image037.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790826">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>Pero lo anterior s3lo es posible si:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1044" type="#_x0000_t75" style='width:68.25pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image039.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790828">

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>por lo que J es extremal sólo para las curvas y(x) tales que f satisfaga la ecuación diferencial anterior. En el caso en que f sea una función de variables independientes y_i y sus derivadas <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1045" type="#_x0000_t75" style='width:12.75pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariaciones_archivos/image041.wmz" o:title=""></v:shape><!--[if !vml]><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790829">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->, y de una función paramétrica x, la ecuación de J será:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1046" type="#_x0000_t75" style='width:180.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariaciones_archivos/image043.wmz" o:title=""></v:shape><!--[if !vml]><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790830">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>considerando un parámetro a y a J = J(a) que caracteriza a cada posible curva:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>y₁(x,a</p>

$$y = y_{1(x, 0)} + y_{n(x, 0)}$$

donde y_1 , ..., y_n son soluciones del problema extremal y y_n son funciones arbitrarias de x que son cero en los puntos extremos. La variación de J es:

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1051" type="#_x0000_t75" style='width:65.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image053.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790835"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>y<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1052" type="#_x0000_t75" style='width:78.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image055.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790836"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>como dJ = 0<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1053" type="#_x0000_t75" style='width:134.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image057.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790837"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>lo que implica que:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1054" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image059.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1054">

DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790838">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Como las y y sus derivadas son independientes, los coeficientes de las dy_i se anulan por separado y:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1055" type="#_x0000_t75" style='width:129.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image061.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1055" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790839"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Este conjunto de ecuaciones son las ecuaciones de Euler-Lagrange. La integral del principio de Hamilton:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1056" type="#_x0000_t75" style='width:68.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image063.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1056" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790840"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>es la ecuación <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:

Symbol'>dJ en varias variables si: x ® t, y_i® q_iy_i_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1057" type="#_x0000_t75" style='width:11.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariaciones_archivos/image065.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1057" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790841"></o:OLEObject></xml><![endif]-->, x) ® L(q,_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1058" type="#_x0000_t75" style='width:11.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariaciones_archivos/image067.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1058" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790842"></o:OLEObject></xml><![endif]-->t), por lo que las ecuaciones de Euler son:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1059" type="#_x0000_t75" style='width:81pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariaciones_archivos/image069.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1059" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790843"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:

10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que son las de Lagrange.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Se puede generalizar el principio de Hamilton de modo que incluya fuerzas no conservativas y se tiene la ecuación:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1060" type="#_x0000_t75" style='width:75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariaciones_archivos/image071.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1060" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790844">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>con extremos fijos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1061" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariaciones_archivos/image073.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1061" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790845">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>dW es de gran importancia física. Las d<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r_{i} o d<span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>>q_i se pueden pensar como desplazamientos virtuales de las coordenadas por no implicar variación del tiempo. Cabe por lo tanto imaginar las diferentes trayectorias en el espacio de configuración como una sucesión de desplazamientos virtuales a partir de la trayectoria real del movimiento. dW representa el trabajo realizado por el desplazamiento virtual desde la trayectoria real hasta la variada. El principio de Hamilton en este caso dice: La integral de la variación de la energía cinética más el trabajo virtual realizado en la variación debe ser cero.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Las d<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r_{i} se expresan como dq_i por las ecuaciones de transformación entre <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r y q, donde cada q depende de la trayectoria elegida por L. <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r_i = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r[q(x, t), t], pero:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1062" type="#_x0000_t75" style='width:86.25pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image075.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1062" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790846"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

Arial;color:blue">Como las ligaduras son holonómicas cada término se anula por si mismo y:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1066" type="#_x0000_t75" style='width:1in;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image083.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1066" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790850"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal>o sea:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1067" type="#_x0000_t75" style='width:75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image085.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1067" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790851"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Esta es la generalización adecuada del principio de Hamilton para obtener expresiones de Lagrange cuando las fuerzas no derivan de un potencial. En sistemas no holonómicos las coordenadas generalizadas no son independientes entre sí, ni se pueden reducir por ecuaciones de constricción de la forma $f(q_1, \dots, q_n, t) = 0$ pero se puede operar con estos sistemas si las ecuaciones de constricción son reducibles a la forma:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1068" type="#_x0000_t75" style='width:90.75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image087.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1068" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790853"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>que es una relación entre diferenciales de las q's. En el principio de Hamilton el tiempo

correspondiente a cada punto de la trayectoria es constante y los desplazamientos virtuales deben de satisfacer ecuaciones de ligadura del tipo:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i$$

donde Q_i es la fuerza generalizada correspondiente a cada punto de la trayectoria.

Hay m de estas ecuaciones.

Por multiplicadores de Lagrange se ve que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i}$$

donde λ_j son constantes indeterminadas.

Combinando estos con las ecuaciones correspondientes a sistemas conservativos tenemos:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i}$$

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1071" type="#_x0000_t75" style='width:128.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image093.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1071" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790856"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1072" type="#_x0000_t75" style='width:84pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image095.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1072" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790857"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>combinando tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1073" type="#_x0000_t75" style='width:171.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image097.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1073" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790858"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Todavía las dq_k no son independientes entre sí, pero tenemos las l_{L}<span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Supongamos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1074" type="#_x0000_t75" style='width:189pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image099.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1074" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790859"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>que tiene la forma de las ecuaciones de movimiento respecto a las m variables restantes q_k y se puede escribir:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1075" type="#_x0000_t75" style='width:174.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image101.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1075" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790860"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde las q_k's son independientes y por lo tanto:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1076" type="#_x0000_t75" style='width:189pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image103.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1076" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790861"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1077" type="#_x0000_t75" style='width:168pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image105.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1077" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790862"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>Tenemos ahora $n + m$ incógnitas que son las n q_k y las m |_{L} y sólo tenemos m ecuaciones. Las ecuaciones faltantes son las relaciones de ligadura Q_k's y:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1078" type="#_x0000_t75" style='width:81.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image107.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1078" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790863"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>Pero la ecuación:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1079" type="#_x0000_t75" style='width:90.75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image109.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1079" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790864"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>no es del tipo más general de constricción no holónoma, ya que no incluye las desigualdades, incluye ligaduras holonómicas donde la ecuación $f(q_{₁}, q_{₂}, \dots, q_{_n}) = 0$ es una ecuación diferencial:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1082" type="#_x0000_t75" style='width:114pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image115.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1082" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790867"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>que son ecuaciones diferenciales de 1º orden. Consideremos un sistema de masas puntuales bajo la influencia de fuerzas derivadas de potenciales que dependen de la posición, en tal caso:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1083" type="#_x0000_t75" style='width:183.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image117.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1083" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790868"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>con base en esto se puede pensar en un momento generalizado como: <o:p></o:p></p>

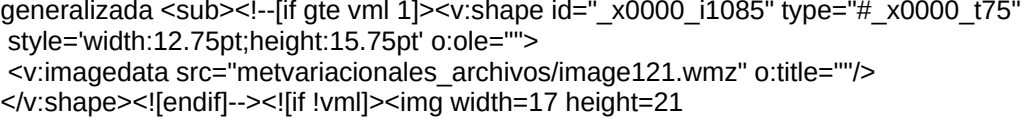
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1084" type="#_x0000_t75" style='width:38.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image119.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1084" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790869"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

pero al no ser las cartesianas no tiene porque tener unidades de momento lineal.

Si la Lagrangiana de un sistema no incluye una coordenada particular, aunque contenga la velocidad generalizada



se dice que ésta es una coordenada cíclica, y la ecuación de Lagrange de movimiento es:

se reduce, por una coordenada cíclica en:

o sea:

src="metvariacionales_archivos/image128.gif" v:shapes="_x0000_i1088"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1088"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790873">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>que implica:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>p_i = cte.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Por lo que se puede enunciar un teorema de conservación generalizado: El momento generalizado conjugado de una coordenada cíclica se conserva.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Consideremos una coordenada q_i en la que un cambio dq_i represente una traslación del sistema en conjunto en una dirección dada. q_j
 no aparecerá en T puesto que las velocidades no se alteran al trasladar el origen y por lo tanto:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1089" type="#_x0000_t75" style='width:36pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image129.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1089"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790875">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal> Sea el sistema conservativo en donde V no depende de las velocidades, por lo que la ecuación de Lagrange será:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1090" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image131.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1090"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790876">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>pero:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1091" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:30pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image133.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1091"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790877">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>así que:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1092" type="#_x0000_t75" style='width:171.75pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image135.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1092"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790878">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>donde <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n es un vector unitario en la dirección de traslación, por lo que:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1093" type="#_x0000_t75" style='width:57pt;height:24.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image137.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1093"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790879">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>que<span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la componente de la fuerza total en la dirección de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Sea un sistema conservativo <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>F = - ÑV<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>con ligaduras independientes del tiempo, o sea que L no es una función explícita de t, por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1094" type="#_x0000_t75" style='width:134.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image139.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1094" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790880"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>pero:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1095" type="#_x0000_t75" style='width:57pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image141.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1095" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790881"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1096" type="#_x0000_t75" style='width:201.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image143.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1096" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790882">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo tanto:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1097" type="#_x0000_t75" style='width:119.25pt;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image145.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1097" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790883">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1098" type="#_x0000_t75" style='width:134.25pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image147.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1098" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790884">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>pero por el teorema de Euler:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1099" type="#_x0000_t75" style='width:62.25pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image149.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1099" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790885">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1100" type="#_x0000_t75" style='width:63.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="metvariacionales_archivos/image151.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1100"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790886">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> $H = 2T - (T - V) = T + V$ <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la energía total
del sistema.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

### 3.36. Mecánica. Fuerzas centrales entre dos cuerpos

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="fuercentrales_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="fuercentrales_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="fuercentrales_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]>
<title>FUERZAS CENTRALES ENTRE DOS CUERPOS</title>

```

```

<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>HHMM</o:Author>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>49</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-26T17:45:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-26T18:34:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>5</o:Pages>
 <o:Words>1783</o:Words>
 <o:Characters>9809</o:Characters>
 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
 <o:Lines>81</o:Lines>
 <o:Paragraphs>23</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>11569</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";

```

```

 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:21.0cm 842.0pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:36.0pt;
 mso-footer-margin:36.0pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:1845434774;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:-2036018808;}
@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
ol
 {margin-bottom:0cm;}
ul
 {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>FUERZAS CENTRALES ENTRE DOS
CUERPOS<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>

```

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Consideremos un sistema conservativo constituido por dos masas puntuales  $m_1$  y  $m_2$  sometidas s&oacute;lo a fuerzas derivadas de un potencial de interacci&oacute;n V. Se puede suponer a V como una funci&oacute;n del vector que une las dos masas<span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span><b style='mso-bidi-font-weight: normal'>r</b><sub>2</sub> - <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>r</b><sub>1</sub>, o de su velocidad relativa <sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:27pt; height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image001.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691818"></o:OLEObject></xml><![endif-->

. La <span class=SpellE>Lagrangiana</span> ser&aacute;:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight: normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:99.75pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image003.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif--><![if !vml]>

<![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691819">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>-->  
 <o:p></o:p></span></b></p>  
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>La energ&iacute;a Cin&eacute;tica se expresa como la suma<b style='mso-bidi-font-  
 weight:  
 normal'> </b>de la del Centro de Masa m&aacute;s la del movimiento alrededor de  
 &eacute;l;<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:102.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]>-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691820">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image007.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]>-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691821">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

$\vec{r}$  y  $\vec{r}'$  son los radios vectores de las dos partículas respecto del centro de masa, y se relacionan por:

T en función de  $\theta$ :



<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691824">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:168.75pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image015.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]>-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691825">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'>Por lo que las tres coordenadas son c&iacute;licas para <b  
style='mso-bidi-font-weight:normal'>R</b> y esto significa que el Centro de Masa est&aacute; en  
reposo o en movimiento uniforme. Como las dos ecuaciones relativas a <b style='mso-bidi-font-  
weight:normal'>r</b> no tienen t&eacute;rminos con <b  
style='mso-bidi-font-weight:normal'>R</b> o <sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1124" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:14.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image017.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]>-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1124"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691826">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>-->  
es sencillo eliminar los t&eacute;rminos referentes a coordenadas ignorables, por lo que el  
primer t&eacute;rmino es el que obtendr&iacute;amos si se tuviera un centro de fuerzas fijo y una  
part&iacute;cula a una distancia <b style='mso-bidi-font-weight:  
normal'>r</b> de &eacute;l, con una masa:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:57pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image019.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691827">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se llama masa reducida.</span></p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Considerando este problema como que la energ&iacute;a potencial s&oacute;lo depende de la derivada radial y el problema tiene simetr&iacute;a esf&eacute;rica, cualquier coordenada angular que sea un giro alrededor de un eje fijo es c&iacute;lica y se conserva el momento angular total, ya que <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> es perpendicular a la direcci&oacute;n fija de l en el espacio. Esta conservaci&oacute;n proporciona tres constantes independientes, tres coordenadas cartesianas, de las cuales dos se han empleado para expresar la direcci&oacute;n constante de L. La tercera es la conservaci&oacute;n del m&oacute;dulo de L. Expresando la <span class=SpellE>Lagrangiana</span> en coordenadas polares se tiene:</span></p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:141pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691828">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'>Pero </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es c&iacute;clica y su momento can&oacute;nico correspondiente es el momento angular del sistema:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:69.75pt;height:27.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image023.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691829">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Por lo tanto una ecuaci&oacute;n de movimiento ser&aacute;:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:75pt;height:27pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image025.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691830">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Integrando <o:p></o:p></span></p>

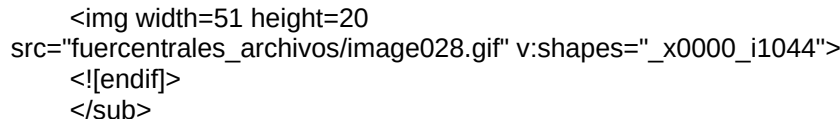
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

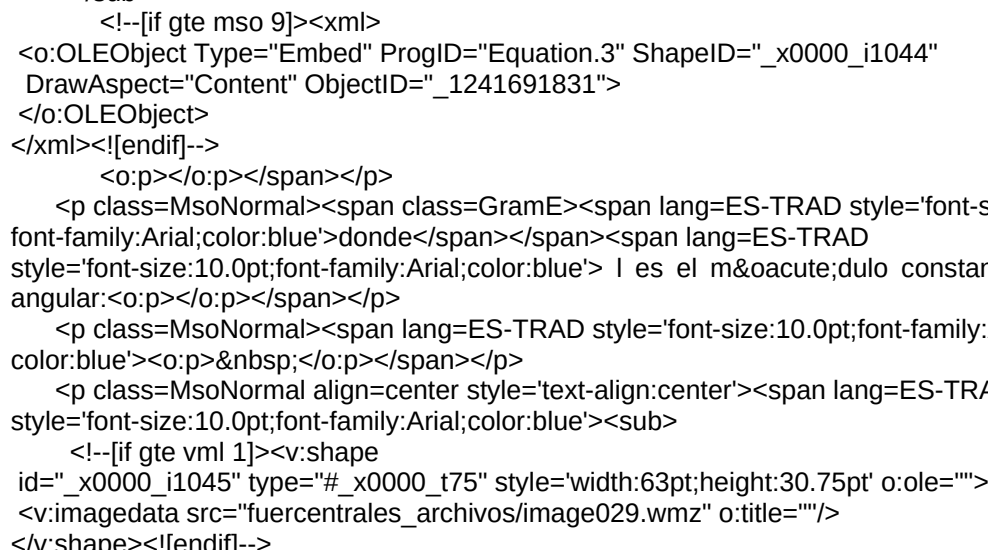
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:38.25pt;height:15pt' o:ole="">

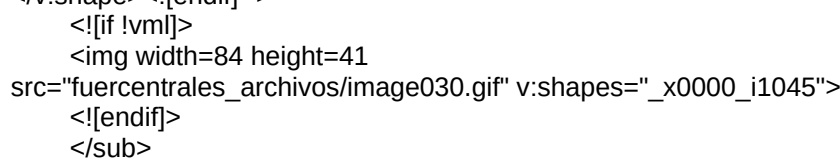
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image027.wmz" o:title="">

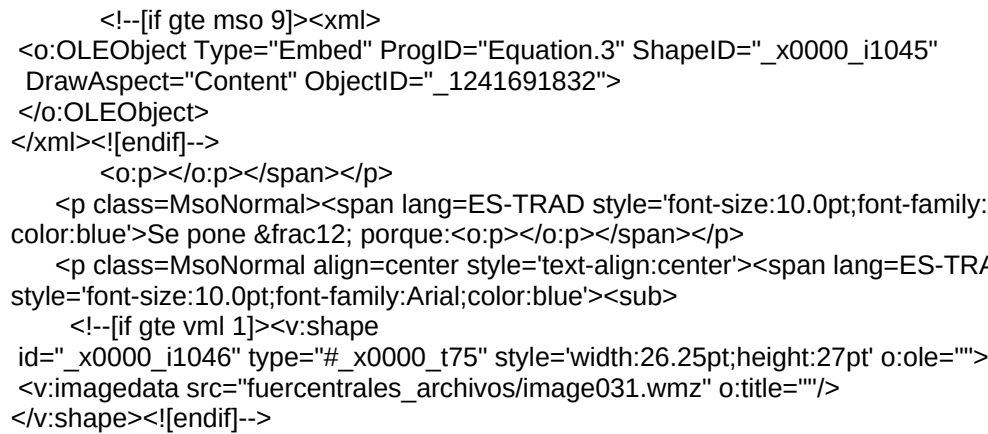
</v:shape><![endif]-->

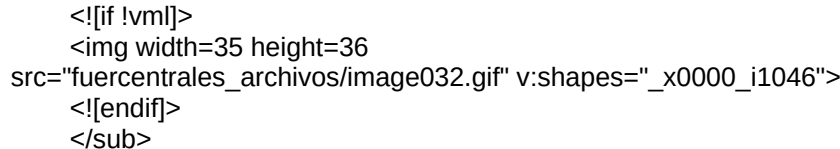
<![if !vml]>

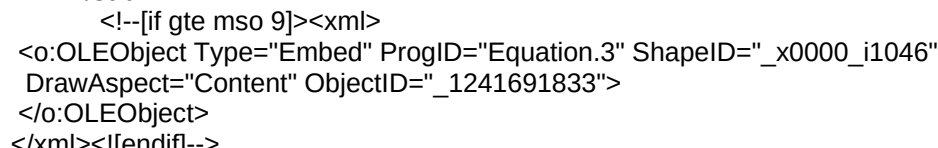


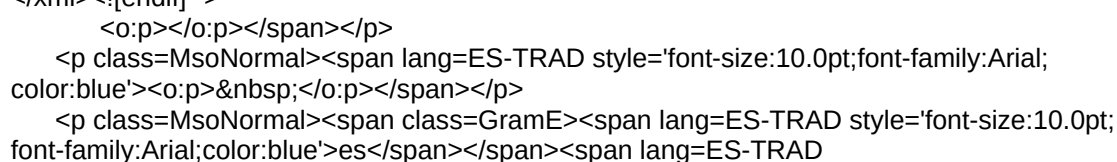












style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la velocidad areolar barrida por el radio vector en la unidad de tiempo. El &acute;rea diferencial barrida en <span class=SpellE>dt</span> es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:60pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]><![endif]></sub>

<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691834"></o:OLEObject></xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image035.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]><![endif]></sub>

<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691835"></o:OLEObject></xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que la conservaci&acute;n del momento angular es equivalente a la constancia de la velocidad <span class=SpellE>aerolar</span>. Esta es prueba de la tercera ley de <span class=SpellE>Kepler</span>, pero la constancia de la velocidad <span class=SpellE>aerolar</span> es una propiedad general del movimiento de fuerzas centrales. La ecuaci&acute;n de <span class=SpellE>lagrange</span> para r es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>

```

 <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1119" type="#_x0000_t75" style='width:231pt;height:114.75pt'>
<v:imagedata src="fuercentrales_archivos/image037.png" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:107.25pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="fuercentrales_archivos/image039.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

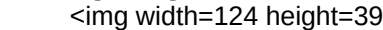
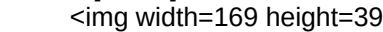
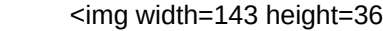
 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241691837">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>sea<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:48.75pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="fuercentrales_archivos/image041.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241691838">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
 <sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75"
style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="fuercentrales_archivos/image043.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>

```

</sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691839">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>tenemos</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image045.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691840">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:38.25pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image047.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691841">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:93pt;height:29.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image048.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>  
 width=124 height=39  
src="fuercentrales\_archivos/image049.gif" v:shapes="\_x0000\_i1053">  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691842">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo tanto:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:126.75pt;height:29.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image050.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><!-->  
<![if !vml]>  
 width=169 height=39  
src="fuercentrales\_archivos/image051.gif" v:shapes="\_x0000\_i1054">  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691843">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>del</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> teorema de conservaci&oacute;n de la  
energ&iacute;a:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:107.25pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image052.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><!-->  
<![if !vml]>  
 width=143 height=36  
src="fuercentrales\_archivos/image053.gif" v:shapes="\_x0000\_i1055">  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691844">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;



font-family:Arial;color:blue'>o</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sea:<o:p></o:p></span></p>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:98.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image054.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691845"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>multiplicando</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por <sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:12pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image056.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691846"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1057" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image058.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1057" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691847"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El 2º y 3º miembro serían:<o:p></o:p></span></p>

<sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1058" type="#\_x0000\_t75" style='width:29.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image060.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1058" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691848"></o:OLEObject></xml><![endif]></p></span></p>

<span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sea:<o:p></o:p></span></p>

<sub>

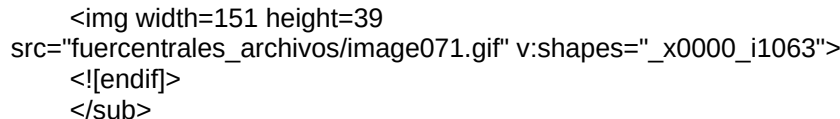
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1059" type="#\_x0000\_t75" style='width:69.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image062.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1059" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691849"></o:OLEObject></xml><![endif]></p></span></p>

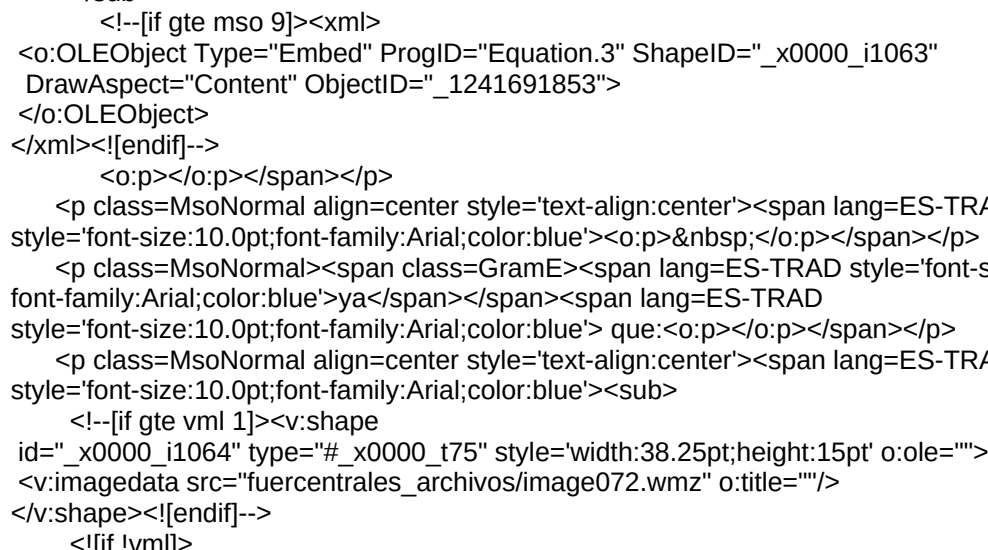
<span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que la ecuaci&oacute;n ser&aacute;:<o:p></o:p></span></p>

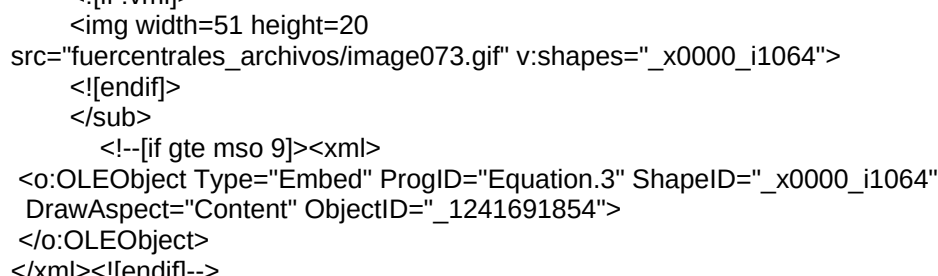
<sub>

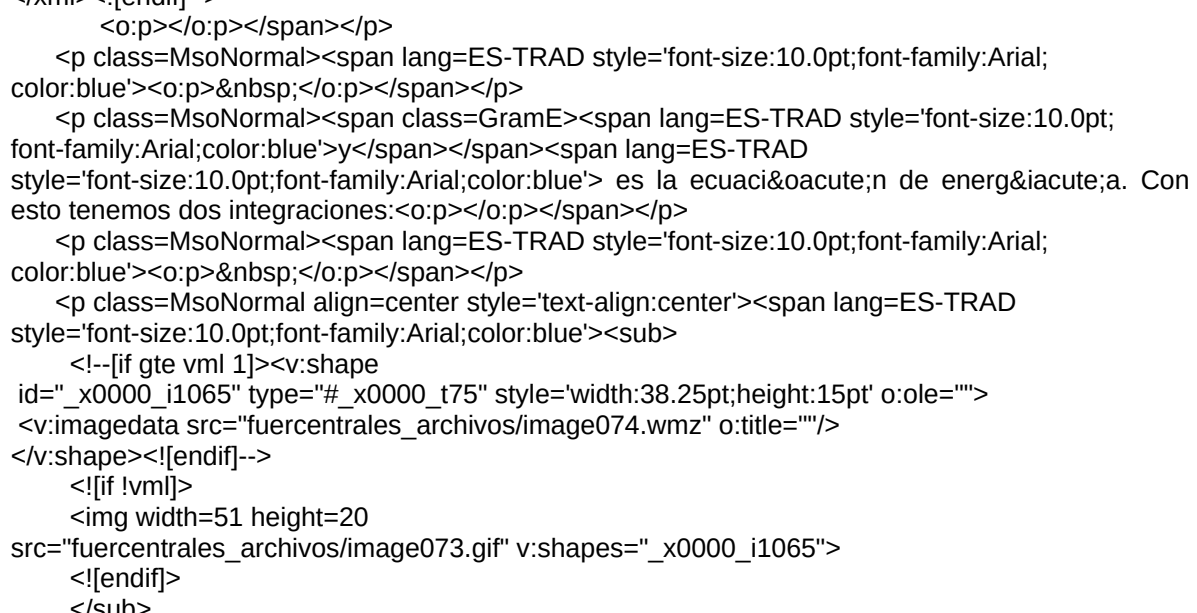
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1060" type="#\_x0000\_t75" style='width:116.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image064.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1060" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691850"></o:OLEObject>

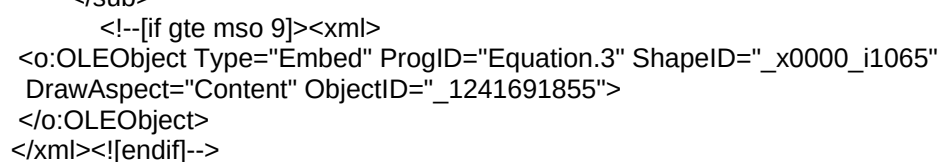
</xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>o</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1061" type="#\_x0000\_t75" style='width:113.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image066.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1061" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691851">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1062" type="#\_x0000\_t75" style='width:99pt;height:29.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image068.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1062" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691852">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Que es la conservaci&oacute;n de la energ&iacute;a total y:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1063" type="#\_x0000\_t75" style='width:113.25pt;height:29.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image070.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>











<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1066" type="#\_x0000\_t75" style='width:116.25pt;height:29.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image075.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1066" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691856">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De la &uacute;tima ecuaci&oacute;n despejamos <sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:12pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image077.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691857">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1067" type="#\_x0000\_t75" style='width:104.25pt;height:36pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image079.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1067">

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691858">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>o</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sea:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1068" type="#\_x0000\_t75" style='width:111pt;height:50.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image081.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1068"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691859">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Sea T = 0 en r = r<sub>0</sub>, entonces:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1069" type="#\_x0000\_t75" style='width:111.75pt;height:51.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image083.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1069"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691860">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>De la integraci&oacute;n:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1070" type="#\_x0000\_t75" style='width:38.25pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image085.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1070"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691861">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>tenemos</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1071" type="#\_x0000\_t75" style='width:45pt;height:27.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image086.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1071"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691862">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Si </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><sub><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>0</span></sub><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el valor inicial <span  
 class=GramE>de </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
 Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>q</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1072" type="#\_x0000\_t75" style='width:75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image088.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1072"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691863">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Por lo que el problema se reduce a s&oacute;lo cuatro constantes de integraci&oacute;n E, l, r<sub>0</sub> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>0</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Aunque con esto queda resuelto el problema formalmente las &uacute;ltimas integrales son poco manejables y es preferible buscar la integraci&oacute;n de otra forma. Trataremos de analizar el movimiento en el caso general a partir de las ecuaciones de movimiento. En un sistema donde se conozca la energ&iacute;a y el momento angular se determinan el m&oacute;dulo y la direcci&oacute;n de la velocidad de la part&iacute;cula en funci&oacute;n de la distancia r. El m&oacute;dulo de v se deduce de la ecuaci&oacute;n de conservaci&oacute;n de la energ&iacute;a:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1073" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image090.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1073" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691864"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1074" type="#\_x0000\_t75" style='width:75.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image092.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub></span></p>



</sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1074"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691865">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:12pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image094.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691866">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 ser&aacute;;<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1075" type="#\_x0000\_t75" style='width:104.25pt;height:36pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image095.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1075"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691867">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>combinando</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> con v conocemos la direcci&oacute;n de la  
 velocidad.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Plantearemos el problema de una part&iacute;cula de masa m sometida a una  
 fuerza:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1078" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:29.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image096.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1078"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691868">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 , <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1077" type="#\_x0000\_t75" style='width:59.25pt;height:29.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image098.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1077"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691869">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 , <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1076" type="#\_x0000\_t75" style='width:93.75pt;height:29.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image100.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1076"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691870">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
, <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> el teorema de conservaci&oacute;n de la energ&iacute;a ser&aacute;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1079" type="#\_x0000\_t75" style='width:56.25pt;height:27.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image102.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1079" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691872">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Consideremos una fuerza atractiva del tipo: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> $f = - \frac{k}{r^2}$ </span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>para</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> k > 0 el menos indica que la fuerza est&aacute; dirigida al centro de fuerzas. <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La energ&iacute;a potencial ser&aacute;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1080" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:29.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image104.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1080"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691873">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> nos da la gr&aacute;fica  
 siguiente:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>para</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la energ&iacute;a E<sub>1</sub> es claro que  
 nunca pasar&aacute; de r<sub>1</sub>, ya que de otro modo V' &gt; E y v ser&iacute;a imaginaria  
 por lo que una part&iacute;cula que viene del infinito rebotar&aacute; en la barrera de potencial  
 dirigi&eacute;ndose de nuevo al infinito. El punto r<sub>1</sub> es el punto de  
 retroceso.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Para la energ&iacute;a E<sub>2</sub> se tiene lo mismo que E<sub>1</sub>, pero  
 para E<sub>3</sub> tendremos dos puntos de retroceso r<sub>1</sub>' y r<sub>2</sub>' y el  
 movimiento est&aacute; limitado por ellos. Estos puntos se llaman distancias <span  
 class=SpellE>absidales</span>. Lo anterior no da a entender &oacute;rbitas cerradas, sino  
 m&aacute;s bien a moverse entre dos circunferencias de radio r<sub>1</sub>' y  
 r<sub>2</sub>'.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1120" type="#\_x0000\_t75" style='width:224.25pt;height:307.5pt'>  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image106.png" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Para la energ&iacute;a E<sub>4</sub> s&oacute;lo hay movimiento posible para un  
 radio y <sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75"  
 style='width:9pt;height:12pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image094.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
 

<![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691874">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 = 0 y la &acute;rbita es una circunferencia. Lo anterior significa que la  
 condi&acute;n:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1081" type="#\_x0000\_t75" style='width:93pt;height:29.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image108.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1081"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691875">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span><span class=GramE>ya</span> que f'  
 = 0 se puede escribir: Las fuerzas aplicadas equilibran la fuerza invertida.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Para E &lt; E<sub>4</sub> <sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1082"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt;height:12pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image110.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1082"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691876">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 ser&iacute;a imaginario por lo tanto se tendr&acute;:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Para E<sub>1</sub> se tiene una hip&eacute;rbole<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Para E<sub>2</sub> se tiene una par&aacute;bola<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Para E<sub>3</sub> se tiene una elipse<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Para E<sub>4</sub> se tiene una circunferencia.<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Esto mismo es v&aacute;lido para cualquier potencial atractivo que:<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo1'>
 <![if !supportLists]>
 <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span style='mso-list:ignore'>1.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span>
 <![endif]>
 <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>Disminuya m&aacute;s lento que 1/r<sup>2</sup> cuando r
 </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&reg;</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&yen;</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, o sea que el potencial predomine sobre el t&aacute;rmino centr&iacute;fugo para r muy grande.<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo1'>
 <![if !supportLists]>
 <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span style='mso-list:ignore'>2.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span>
 <![endif]>
 <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>Tienda al infinito m&aacute;s lento que 1/r<sup>2</sup> cuando r
 </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&reg;</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0, o sea que para r peque&ntilde;o el t&aacute;rmino m&aacute;s importante es el centr&iacute;fugo.<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'>Otra propiedad del movimiento producido por fuerzas centrales se puede deducir del teorema del

```
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1121" type="#_x0000_t75" style='width:29.25pt;height:15pt' o:ole="">
<v:imagedata src="fuercentrales_archivos/image112.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1121"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241691877">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
</p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>sea<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1122" type="#_x0000_t75" style='width:159.75pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="fuercentrales_archivos/image114.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1122"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241691878">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
</p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>pero<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1123" type="#_x0000_t75" style='width:333.75pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="fuercentrales_archivos/image116.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
```

</sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1123"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691879">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>la</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> media temporal de lo anterior  
 ser&aacute;</o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1083" type="#\_x0000\_t75" style='width:203.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image118.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1083"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691880">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Si </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es grande el segundo miembro  
 es cero y:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1084" type="#\_x0000\_t75" style='width:63.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image120.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>



<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1084" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691881">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el teorema del <span class=Spelle>virial</span>. Si las fuerzas derivan de un potencial el teorema del <span class=Spelle>virial</span> ser&aacute;<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1085" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image122.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<!--[if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1085" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691882">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> para una sola part&iacute;cula que se mueve bajo una fuerza central:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1086" type="#\_x0000\_t75" style='width:308.25pt;height:36.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image124.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<!--[if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1086" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691883">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Trataremos ahora de averiguar la ecuaci&oacute;n de la &oacute;rbita. Una relaci&oacute;n de movimiento como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1087" type="#\_x0000\_t75" style='width:38.25pt;height:15pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image126.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1087"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691884">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> s&oacute;lo una relaci&oacute;n determinada entre un cambio diferencial <span class=SpellE>dt</span> y el cambio hom&oacute;logo d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. <span class=SpellE><span class=GramE>ldt</span></span> = mr<sup>2</sup>d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, o sea:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1088" type="#\_x0000\_t75" style='width:68.25pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image127.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1088"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691885">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>tenemos</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la ecuaci&oacute;n:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1089" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image129.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1089"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691886">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que la ecuaci&oacute;n de <span  
 class=SpellE>Lagrange</span> para r es: la primera<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1090" type="#\_x0000\_t75" style='width:69.75pt;height:29.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image131.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1090"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691887">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>ser&aacute;</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

<sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1091" type="#\_x0000\_t75" style='width:126.75pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image133.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]>>  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1091"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691888">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>>  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1092" type="#\_x0000\_t75" style='width:75pt;height:30.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image135.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]>>  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1092"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691889">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>>  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>sea</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> U = 1/r, luego:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1093" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image137.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]>>  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1093"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691890">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]>>

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> &eacute;sta es la ecuaci&oacute;n diferencial de la &oacute;rbita. Si las coordenadas se eligen para que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0 se puede hacer la <span class=GramE>reflexi&oacute;n :</span><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1094" type="#\_x0000\_t75" style='width:102.75pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image139.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1094" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691891">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0 no se alteran, la &oacute;rbita es invariante respecto a reflexiones sobre los vectores <span class=SpellE>absidales</span>.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Integrando la ecuaci&oacute;n diferencial se obtiene:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1095" type="#\_x0000\_t75" style='width:111pt;height:50.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image141.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1095"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691892">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>empleando</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>: <span class=SpellE>ldt</span> =  
mr<sup>2</sup>d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, y  
tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1096" type="#\_x0000\_t75" style='width:141pt;height:50.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image142.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1096"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691893">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se convierte en:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1097" type="#\_x0000\_t75" style='width:147.75pt;height:48.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image144.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1097"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691895">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>cambiando</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> U = 1/r<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1098" type="#\_x0000\_t75" style='width:152.25pt;height:48.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image146.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1098"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691896">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>no</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> siempre es posible resolver esta integral por medio de funciones conocidas. S&oacute;o se han estudiado ciertos tipos de leyes de fuerzas como las potenciales de r. <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>V = <span class=SpellE>ar<sup>n+1</sup></span><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>con</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> este potencial la fuerza es <span class=SpellE>br<sup>n</sup></span> y la ecuaci&oacute;n se convierte en:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1099" type="#\_x0000\_t75" style='width:171.75pt;height:48.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image148.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1099"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691897">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Si el integrando tiene un radicando de grado dos respecto a U, el denominador  
 ser&aacute; de la forma:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1100" type="#\_x0000\_t75" style='width:66pt;height:20.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image150.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1100"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691898">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se integra por funciones circulares. Cuando n =  
 1:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1101" type="#\_x0000\_t75" style='width:165pt;height:48.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image152.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1101"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691899">  
 </o:OLEObject>



</xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>si</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1102" type="#\_x0000\_t75" style='width:81pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image154.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1102"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691900">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1103" type="#\_x0000\_t75" style='width:164.25pt;height:48.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image156.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1103"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691901">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se puede expresar por medio de funciones elementales.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Para otros exponentes la ecuaci&ocute;n toma la forma de una integral el&iacute;ptica cuyas soluciones se expresan mediante funciones el&iacute;pticas. <span class=GramE>la</span> definici&ocute;n de una integral el&iacute;ptica es: </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&ograve;</span></span><span lang=ES-TRAD

$R(x, w)$ , donde  $R$  es una funci3n racional de  $x$  y  $y$

$w, y$

se define por:

$$w = \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4y}$$

$y = \frac{1}{2} (w^2 - 1)$

no son cero

simult3neamente.

color:blue'>La ley con fuerza y potencial de la forma:  $f = -k/r^2$  y  $V = -k/r$ . Sustituyendo en la ecuaci&oacute;n diferencial de la &oacute;rbita tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1105" type="#\_x0000\_t75" style='width:117pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image160.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1105" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691903">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Sea  $y = U - \text{mk}^2$ , la ecuaci&oacute;n diferencial ser&aacute;:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1106" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image162.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1106" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691904">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>cuya</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> soluci&oacute;n es  $y = b \cos$ </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> - </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>)</span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Poniendo la soluci&acute;n en funci&acute;n de r:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1107" type="#\_x0000\_t75" style='width:156.75pt;height:29.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image164.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1107"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691905">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Obtendremos tambi&eacute;n la soluci&acute;n de la &acute;rbita a partir de la soluci&acute;n formal. Esta nos permite calcular la constante de integraci&acute;n </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en funci&acute;n de E y el momento angular l del sistema.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1108" type="#\_x0000\_t75" style='width:149.25pt;height:48.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image166.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1108"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691906">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>La <span class=GramE>cantidad </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>' es una constante de integraci&oacute;n determinada por las condiciones iniciales y no tiene porque coincidir con el &aacute;ngulo inicial </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>0</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> para t = 0. La integral es de la forma:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1109" type="#\_x0000\_t75" style='width:176.25pt;height:32.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image168.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1109" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691907">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>q = b<sup>2</sup> - 4ac.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Sean por lo tanto:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1110" type="#\_x0000\_t75" style='width:116.25pt;height:27.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image170.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1110"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691908">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>\</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1111" type="#\_x0000\_t75" style='width:99pt;height:33.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image172.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1111"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691909">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la soluci&oacute;n es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1112" type="#\_x0000\_t75" style='width:108pt;height:59.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image174.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1112"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691910">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> poniendo  $U = 1/r$ :<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1113" type="#\_x0000\_t75" style='width:143.25pt;height:36.75pt'

o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image176.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1113"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691911">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=Grame><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la ecuaci&acute;n de la &acute;rbita y  
</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>' es su &acute;ngulo de  
retroceso. Es necesario obtener la constante que falta si deseamos completar la soluci&acute;n  
hallando r y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>q</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en funci&acute;n de t.  
Integrando el teorema de conservaci&acute;n del momento angular  

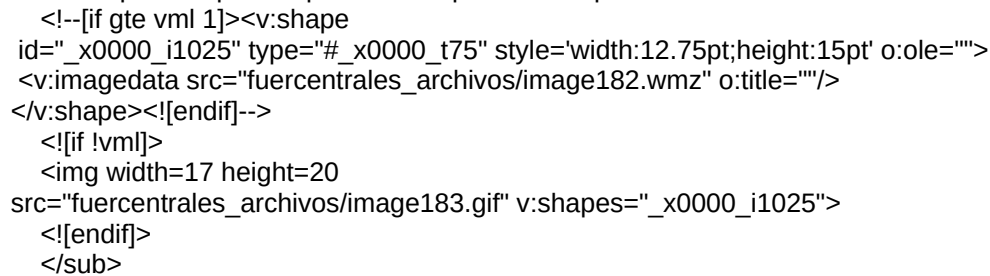
$$mr^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{d}{dt} \left( \frac{d\theta}{dt} \right)$$
</span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = <span class=SpellE>ldt</span>, la  
ecuaci&acute;n general de una c&acute;nica con un foco en el origen es  $\frac{1}{r} = c [1 +$   
</span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> cos (</span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> - </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>), donde </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:

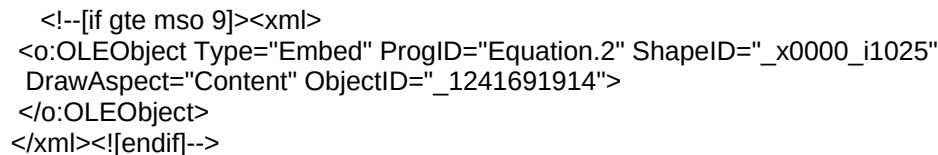






Para circulares T y V son constantes en t, y el teorema del virial es  $T = -\frac{1}{2}E$  y la energía total es:  $E = \frac{1}{2}kV$ ;  $V = -\frac{K}{2r}$  y con este valor la condición para órbitas circulares es  $\frac{k}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$

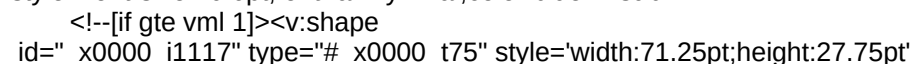




, lo que nos dice que la fuerza de atracción es la equilibrada con la centrífuga. En el caso de órbitas elípticas el semieje mayor depende sólo de E y es igual a la semisuma de ambas distancias  $r_1$  y  $r_2$  y  $r_1 + r_2 = 2a$



que  $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$  y  $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a}$  est de acuerdo con la ecuación para órbitas circulares. Con base en el teorema de conservación de la velocidad areolar y el momento angular tenemos:



o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image186.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1117"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691916">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'>El &acute;rea de la &acute;bita A ser&acute; integrando en un periodo <span  
class=GramE>completo </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'></span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id=" \_x0000\_i1118" type="# \_x0000\_t75" style='width:75pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="fuercentrales\_archivos/image188.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1118"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241691917">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'>El &acute;rea de la elipse es <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>A = </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'>p</span></span><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial'>ab</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>pero</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <o:p></o:p></span></p>



```

xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="difucampocentral_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="difucampocentral_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="difucampocentral_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>DIFUSION EN UN CAMPO DE FUERZA CENTRAL</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-26T19:09:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-26T19:12:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>252</o:Words>
<o:Characters>1388</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>11</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1637</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>

```

```

<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">

```

```

<tr>
 <td><p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>DIFUSION EN UN CAMPO DE FUERZA
CENTRAL<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>La sección eficaz para la difusión en una dirección dada
<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>W<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>)<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se define por:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:342.75pt;
height:27.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="difucampocentral_archivos/image001.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]>
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241693885">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]>-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> d<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es un elemento diferencial de ´ngulo
 s´lido en la direcci´n <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>W<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Para fuerzas centrales hay simetría
 completa alrededor del eje del haz incidente, por lo que el elemento de ´ngulo
 s´lido es: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>d<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>W<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial'> = 2<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>Sen<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>q<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>d<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>q<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">q es el ángulo formado por las direcciones de incidencia y difusión, y es el ángulo de difusión.</p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Para una partícula dada, las constantes de las órbitas, y por lo tanto la magnitud de la difusión, vienen dadas por su energía y momento angular. Conviene expresar el momento angular en función de la energía y del parámetro de impacto definido como la distancia perpendicular entre el centro de fuerzas y la velocidad incidente

$$v \sin \theta </sub> </p>$$

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:87.75pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="difucampocentral_archivos/image003.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif-->

<![if !vml]><![endif]></sub></p>

<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241693886"></o:OLEObject></xml><![endif-->

<o:p></o:p></p>

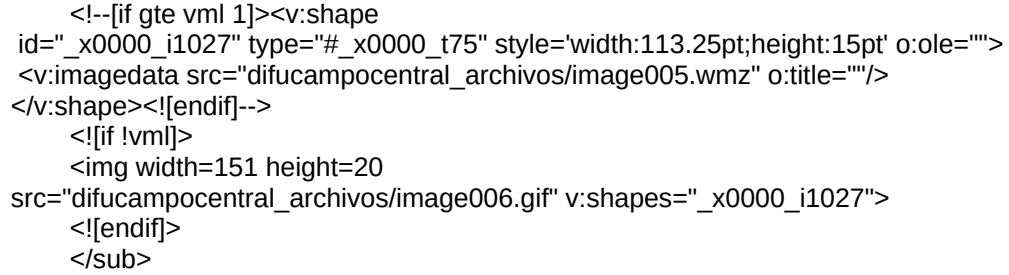
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

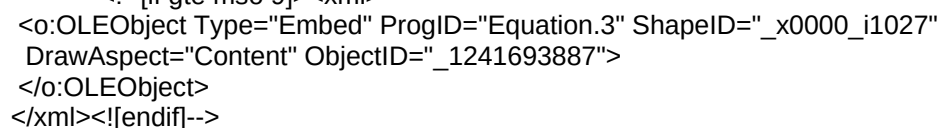
<p class=MsoNormal>Con E y s fijos se determina q por lo que número de partículas difundidas en el interior del ángulo sólido dW comprendido entre q y q<span lang=ES-TRAD

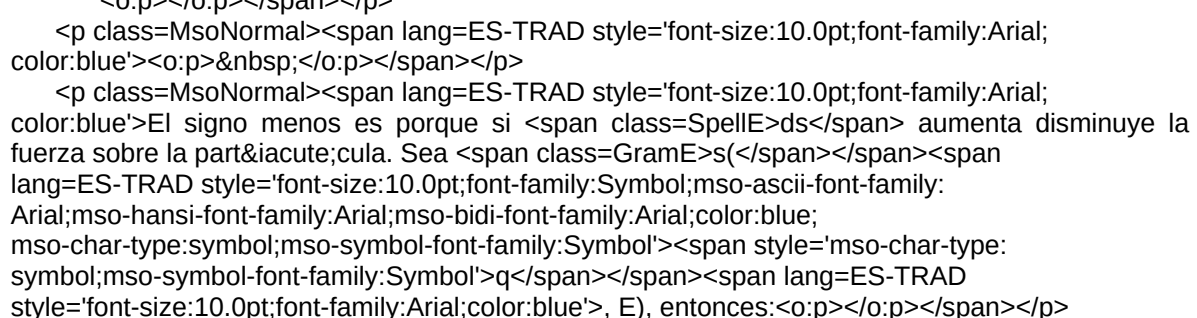
d

q

deber^á; ser igual al n^ºmero de part^ículas incidentes cuyo par^ámetro de impacto est^á; entre s y s +









<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Analizamos el problema de la difusión de una partícula por un centro de fuerzas fijo. Para el caso de dos cuerpos, sea el ángulo de difusión medido realmente en el laboratorio y está determinado por las direcciones final e incidente de la partícula difundida. El ángulo q calculado a partir del problema equivalente de un cuerpo es el formado por las direcciones final e inicial del vector relativo entre las dos partículas.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p></td>

</tr>

</table>

<p class=MsoNormal><o:p></o:p></p>

</div>

</body>

</html>

3.38. Mecánica. Ecuación de movimiento del cuerpo rígido

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

<meta name=ProgId content=Word.Document>

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

<link rel=File-List href="ecmovcuerporigido_archivos/filelist.xml">

<link rel=Edit-Time-Data href="ecmovcuerporigido_archivos/editdata.mso">

<link rel=OLE-Object-Data href="ecmovcuerporigido_archivos/oledata.mso">

<!--[if !mso]>

<style>

v\:.* {behavior:url(#default#VML);}

o\:.* {behavior:url(#default#VML);}

w\:.* {behavior:url(#default#VML);}

.shape {behavior:url(#default#VML);}

</style>

<![endif]-->

<title>ECUACION DE MOVIMIENTO DEL CUERPO RIGIDO</title>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:DocumentProperties>

<o:Author>HHMM</o:Author>

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

<o:Revision>2</o:Revision>

<o:TotalTime>28</o:TotalTime>

```

<o:Created>2007-05-26T19:12:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T19:39:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>2180</o:Words>
<o:Characters>11995</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>99</o:Lines>
<o:Paragraphs>28</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>14147</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:612.1pt 792.1pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;

```

```

        mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
    <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACION DE MOVIMIENTO
DEL CUERPO RIGIDO<o:p></o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El teorema de <span class=Spelle>Chasles</span> establece
que cualquier desplazamiento general de un sólido rígido se puede representar
por una traslación más una rotación. Esto nos sugiere la posibilidad de
desdoblar el problema del movimiento de un sólido en dos fases, una relativa
a la traslación y otra a la rotación. Si hay un punto fijo esta constricción
nos hace obvia la simplificación a sólo una rotación. Las seis coordenadas
necesarias para describir el movimiento, las tres coordenadas cartesianas
necesarias que localizan un punto fijo y describen la traslación, y tres
ángulos de <span class=Spelle>Euler</span> que definen el movimiento
alrededor del punto fijo.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Arial;color:blue">Si el centro de gravedad coincide con el origen del sistema del cuerpo, el momento angular total se dividirá en la parte correspondiente a la traslación del centro de gravedad, más la correspondiente a la rotación alrededor de aquel. La energía cinética tendrá un desdoblamiento análogo:

<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
 <v:stroke joinstyle="miter"/>
 <v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
 </v:formulas>
 <v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
 <o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
 </v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:102pt; height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image165.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782017">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>es decir considera como si toda la masa estuviera concentrada en el centro de masa, más la energía correspondiente al movimiento alrededor de él. Se puede también en muchos casos desdoblar la energía potencial.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Cuando un cuerpo rígido se mueve de tal forma que uno de sus puntos permanece fijo, el momento angular total respecto a este punto es:
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:72.75pt;height:24.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image166.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782018">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>como <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>r_i es un vector fijo respecto al cuerpo, la
velocidad <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>v_i
respecto al sistema espacial de ejes se deberá únicamente al movimiento de
rotación: <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial'>v<sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial'>i</sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial'> = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'>'<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial'>
<b style='mso-bidi-font-
weight:normal'>r_i<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:90.75pt;height:24.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image167.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782019">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>o por el triple producto vectorial tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:104.25pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image168.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782020"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo tanto:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:3in;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image169.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782021"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal> con análogos para las otras componentes de L. Así cada componente de L es función lineal de todas las componentes de éste y se afirma: El vector momento angular y el vector velocidad angular están relacionados mediante una transformación lineal. Por lo anterior:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:105pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image170.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782022"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image171.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><img width=141 height=21

src="ecmovcuerporigido_archivos/image014.gif" v:shapes="_x0000_i1031"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782023">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:105pt;height:15.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image172.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782024">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Los elementos Y son la matriz de transformación. Las diagonales se denominan momentos de inercia y son:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:86.25pt;height:24.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image173.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782025">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal> los otros son de la forma:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:63pt;height:24.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image174.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782026">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>y se llaman productos de inercia, que en cuerpos continuos

son:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:95.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image175.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782027"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Sabemos que <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>L = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>Y<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>w donde <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>I es el operador anterior y corresponde a una transformación del vector <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>w y no del sistema coordenado. Y = masa w long² y no tiene condiciones de ortogonalidad, así que: <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>I = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>L<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>w. Esto no es un vector es un tensor de segundo orden. Un tensor T de orden n se define como una magnitud de 3ⁿ componentes y se transforma como:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:101.25pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image176.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782028"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782028">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que un escalar es
un tensor de orden cero, y un vector es un tensor de orden uno.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Las nueve componentes de un tensor de segundo orden se
transforman:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:69pt;height:24.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image177.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782029">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La matriz se transforma por una semejanza: <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>I' =<b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>AIA⁻¹, como <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A
es ortogonal <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>I' = <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>AIA y el elemento ij
de la matriz transformada será:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:78pt;height:27.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image178.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1038"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782030">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>lo que confirma la identificación de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>I con un tensor de segundo orden. Se puede también considerar al operador <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>I como una diada, que no es más que un par de vectores dados, en cierto orden <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>AB donde <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A es el antecedente y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>B es el consecuente. Se define un diádico como un polinomio lineal de diadas: <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>AB + <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>CD + ... poniendo <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>AB en forma de diádico en función de los vectores unitarios:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:351.75pt;height:15.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image179.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782031">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Que es el nónico de la diada. En notación diádica es:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1040" type="#_x0000_t75" style='width:75pt;height:24.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image180.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782032">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>así que:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75" style='width:131.25pt;height:24.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image181.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782033">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Así que <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>I es el tensor diádico de Inercia.</p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>La energía cinética de rotación en función del diádico es:</p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1042" type="#_x0000_t75" style='width:63.75pt;height:30pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image182.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1042"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782034">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>osea<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1043" type="#_x0000_t75" style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image183.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1043"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782035">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1044" type="#_x0000_t75" style='width:93pt;height:30pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image184.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1044"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782036">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>De aquí:</p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1045" type="#_x0000_t75" style='width:74.25pt;height:27pt' o:ole="">

<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image185.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1045"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782037">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>si <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n es unitario
 y en la direcci3n de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
 family:Symbol'>w<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>n<b style='mso-bidi-font-weight:
 normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, por lo
 que:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1046" type="#_x0000_t75" style='width:93pt;height:27.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image186.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1046"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782038">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1047" type="#_x0000_t75" style='width:131.25pt;height:24.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image187.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1047"

DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782039">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>El valor del momento de inercia depende de la dirección del eje de rotación. Como <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>w puede variar con el tiempo, y el momento de inercia respecto de un eje dado está relacionado, de manera muy sencilla, con el momento respecto a un eje paralelo que pase por el centro de gravedad. Sea <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R el vector de 0 al centro de gravedad, y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r los radios vectores desde 0 y el centro de gravedad de la partícula. <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1048" type="#_x0000_t75" style='width:355.5pt;height:209.25pt'><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image047.png" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>El momento de inercia respecto al eje a es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:231.75pt;height:51pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image188.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782040">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Pero el último término es cero y entonces: <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>I_{a} = <b style='mso-bidi-font-weight:

normal'>I_b + M(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>'<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>n²<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>dada<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la importancia del
tensor de inercia se puede estudiar algunos casos de él. Se ve claro que
si:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:102pt;height:24.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image189.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782041">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por lo tanto es igual
a su adjunto o sea hermitico. Los coeficientes de inercia dependen tanto de
la situación del origen del sistema de coordenadas fijo al cuerpo, como de la
orientación de los ejes respecto de éste. Sería cómodo que se pudiese hallar
una orientación que para un origen dado hiciese diagonal dicho tensor con lo
cual podríamos expresar el diádico en la forma. <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>I' = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>I_{1ii} +
<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>I_{2jj} + <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>I_{3kk}. Respecto a tal
sistema de ejes, cada una de las componentes de <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>L sólo sería función de la componente correspondiente <span
class=GramE>de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>L_x = <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>I₁<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>x</sub><span

style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>l x <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n. Sean a, b, g los cosenos directores del eje:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1052" type="#_x0000_t75" style='width:66.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image191.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782043"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>l se puede escribir así de la forma:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1053" type="#_x0000_t75" style='width:195pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image192.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782044"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>ya que <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>| es simétrico. Si definimos: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1054" type="#_x0000_t75" style='width:30.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image193.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782045"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></p></p>

<p class=MsoNormal>en función de este nuevo vector tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1055" type="#_x0000_t75" style='width:231.75pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image194.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1055" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782046"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>que como función de r_{1}r_{2}r_{3} esta ecuación es un elipsoide de inercia. Se puede pasar a un sistema de ejes

cartesianos en el cual la ecuación del elipsoide tenga la forma normal: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

Coincidiendo los nuevos ejes coordenados con los ejes principales del elipsoide. Esto nos dice que la transformación principal y la que permite escribir la ecuación de un elipsoide en forma normal son idénticas.

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

Una magnitud relacionada con el momento de inercia es el radio de giro R , definido por:

$$I = MR^2$$

así que:

$$I = MR^2$$

El radio vector de un punto del elipsoide de inercia es inversamente proporcional al radio de giro, respecto a la dirección del vector. Aunque formalmente basta con las ecuaciones de Lagrange para resolver el problema, en el caso de movimientos con un punto fijo conviene a menudo emplear las ecuaciones de Euler.

Con fuerzas conservativas la Lagrangiana en tal caso será:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1058" type="#_x0000_t75" style='width:192pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image197.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1058" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782049"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde Y₁, Y₂, Y₃ son los momentos principales de inercia respecto al punto fijo. Las componentes w_{x}, w_{y}, w_{z}, son:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1107" type="#_x0000_t75" style='width:123pt;height:17.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image198.emz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1107" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782050"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1059" type="#_x0000_t75" style='width:125.25pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image200.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1059"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782051">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1060" type="#_x0000_t75" style='width:71.25pt;height:17.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image201.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1060"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782052">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Así se tiene la Lagrangiana sólo en función de los ángulos
 de giro. Las fuerzas generalizadas correspondientes a estos ángulos son los
 componentes del par según la línea de nodos del eje z del espacio y el eje z
 del cuerpo. Así de estos tres sólo la correspondiente a <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> da una componente del
 par total aplicado según uno de los ejes principales.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>La ecuación de Lagrange para <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> será:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1061" type="#_x0000_t75" style='width:84pt;height:30.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image202.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1061"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782053">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">De las ecuaciones de las w tenemos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1062" type="#_x0000_t75" style='width:123pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image203.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1062" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782054">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]></o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Con lo anterior y la expresi3n para T se tiene:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1063" type="#_x0000_t75" style='width:48.75pt;height:29.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image204.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1063" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782055">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]></o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1064" type="#_x0000_t75" style='width:93.75pt;height:29.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image205.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1064" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782056">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>y la ecuaci3n de Lagrange para y<span lang=ES-TRAD

es:

$\frac{1}{2} \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta$

de esta forma el sistema de ecuaciones es:

$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0$

que

son las ecuaciones de Euler.

que

Otra deducción de estas ecuaciones parte de la ecuación fundamental del movimiento para el momento angular total:

que

$\frac{dL}{dt} = 0$

pero tenemos que:

$\frac{dL}{dt} = 0$

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>F(r)<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r<b style='mso-bidi-font-weight:normal'> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x<b style='mso-bidi-font-weight:normal'> I <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x<b style='mso-bidi-font-weight:normal'> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde las superficies para F = cte son elipsoides y en particular para $F = 1$ tenemos el elipsoide de inercia. Si varía con el tiempo el eje de rotación en su dirección, variará el vector r y su extremo describirá una curva sobre el elipsoide de inercia. Al variar con el tiempo la dirección del eje de rotación variará del mismo modo el vector<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>De la definición de F y recordando la forma diagonal de I en los ejes principales tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1072" type="#_x0000_t75" style='width:84.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image213.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1072" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782065"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>pero como:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1073" type="#_x0000_t75" style='width:38.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image214.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1073" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782066"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>la componente del gradiente de F se escribirá:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1074" type="#_x0000_t75" style='width:128.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image215.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1074" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782067"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left'>por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1075" type="#_x0000_t75" style='width:80.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image216.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1075" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782068"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

</o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte
 vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1076" type="#_x0000_t75" style='width:74.25pt;height:33pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image217.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1076"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782069">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>De aquí que <span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:
 Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
 family:Symbol'>w<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se mueve
 siempre de tal forma que la normal correspondiente al elipsoide de inercia
 tenga la dirección de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>L.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1077" type="#_x0000_t75" style='width:165pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image218.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1077"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782070">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Tanto T como L son constantes de movimiento y el plano
 tangente estará a distancia fija del centro del elipsoide. El plano tangente
 como su normal es fijo y por tener la dirección de L se llama plano
 invariante, estando el centro del elipsoide a una distancia fija sobre él. La
 curva trazada por el punto de contacto se llama Polodia
 y la curva correspondiente sobre el plano invariable <span
 class=Spelle>hirpolodia.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> el caso especial de
 cuerpos simétricos el elipsoide de inercia es de revolución, por lo que la <span
 class=Spelle>polodia será una circunferencia base de un cono, o sea

que éste se mueve sobre la superficie de un cono. Esto significa que la dirección de

Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w efectúa un movimiento de presesión alrededor del eje de simetría.</p></p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Daremos una solución analítica: tomemos como eje de simetría el eje principal z de modo que $I_{z^2} = Y_{z^2}$. Las ecuaciones de Euler serán:</p></p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1078" type="#_x0000_t75" style='width:90pt;height:48.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image219.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1078" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782071"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>De la última ecuación w_{z} = cte y es la condición inicial del problema. De la 1ª ecuación:</p></p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1079" type="#_x0000_t75" style='width:83.25pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image220.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1079" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782072"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>de la 2ª ecuación:</p></p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1080" type="#_x0000_t75" style='width:80.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image221.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1080" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782073"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1081" type="#_x0000_t75" style='width:135.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image222.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1081" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782074"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>de aquí:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1082" type="#_x0000_t75" style='width:167.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image223.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1082" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782075"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1083" type="#_x0000_t75" style='width:93.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image224.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1083" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782076"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">Que es la ecuación de movimiento de un oscilador armónico simple de frecuencia:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1084" type="#_x0000_t75" style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image183.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1084" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782077"></o:OLEObject></xml><!--[endif]>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1085" type="#_x0000_t75" style='width:57.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image225.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1085" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782078"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Por lo que: w_{x} = AsenWt, sustituyendo:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>I₁WACosWt = (I₁ - I₃w_{x}<span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w_{y}<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1086" type="#_x0000_t75" style='width:111.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image226.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1086" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782079"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>pero:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1087" type="#_x0000_t75" style='width:45.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image227.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1087" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782080"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1088" type="#_x0000_t75" style='width:2in;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image228.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1088" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782081"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>estas soluciones hacen ver que el vector: w_{x}<b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

donde ω es la velocidad angular total y T es el periodo de rotación.

La velocidad angular ω es constante en magnitud y tiene un movimiento de precesión alrededor del eje z . Mientras más próximo se encuentre $I_{\perp}$ a $I_{\parallel}$ menor será ω .

La velocidad angular ω en relación con la rotación

font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>w<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>A y <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>w<sub><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>z</sub><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se
calculan tanto de l como L²<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1089" type="#_x0000_t75" style='width:81.75pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image229.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1089"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782082">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1090" type="#_x0000_t75" style='width:69pt;height:17.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image230.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1090"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782083">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Resolveremos el movimiento de un trompo simétrico con un
punto fijo. Tomaremos el origen común de los dos sistemas de coordenadas
fijas en el punto 0 del trompo, y al eje z según la vertical. La Lagrangiana
en el campo gravitacional será:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1091" type="#_x0000_t75" style='width:255.75pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image231.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1091"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782084">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>ya que:</p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1092" type="#_x0000_t75" style='width:108.75pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image232.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1092"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782085">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>pero:</p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1093" type="#_x0000_t75" style='width:120pt;height:51.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image233.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1093"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782086">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>y</p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>V = mgLq</p>
 <p class=MsoNormal></p>
 <p class=MsoNormal>Las coordenadas y</p>

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y f son cíclicas y tenemos dos integrales de movimiento:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1094" type="#_x0000_t75" style='width:161.25pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image234.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><!--[endif]></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1094" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782087"></o:OLEObject></xml><!--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1095" type="#_x0000_t75" style='width:237.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image235.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><!--[endif]></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1095" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782088"></o:OLEObject></xml><!--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde l'₃ = l₃ + mL². las magnitudes Py y Pf son los componentes

según los ejes x y z respectivamente, del movimiento angular de rotación definido respecto al punto 0.

La energía E será:

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

de las primeras ecuaciones:

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Arial;color:blue'>Eliminando de la ecuación de energía a <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>E' = ½ Y₁<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>q<sup><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</sup><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> + U_{ef}<sub>
 </sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>),<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1100" type="#_x0000_t75" style='width:78.75pt;height:32.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image239.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1100"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782092">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte
 vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1101" type="#_x0000_t75" style='width:170.25pt;height:33pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image240.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1101"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782093">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">Despejando <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1102" type="#_x0000_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image241.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1102" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782094">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]> y separando
 variables:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1103" type="#_x0000_t75" style='width:84.75pt;height:47.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image242.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1103" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782095">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>que es una integral
 elíptica. Los ángulos y y f se expresan como fq) por
 medio de integrales obtenidas de las expresiones para ellos.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>El dominio de la variación del ángulo q<span lang=ES-TRAD

[illegible]

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">q<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y tiene un mínimo en
 el intervalo comprendido entre estos dos valores. La ecuación E' = <span
 class=SpellE>U_{ef}<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>(<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>q<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>)<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> tiene dos razones que
 determinan los ángulos límites <span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:
 Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
 family:Symbol'>q<sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q<sub><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de la
 inclinación del eje del trompo sobre la vertical. <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Cuando <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
 family:Symbol'>q<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> varía de <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q<sub><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> a <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q<sub><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la
 derivada <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1104" type="#_x0000_t75"
 style='width:9.75pt;height:18pt' o:ole="">

$$\cos z = \frac{1}{2} \left(e^{iz} + e^{-iz} \right)$$

cambia de signo solamente si $\cos z$ - $\cos 3z$ Cos

cambia de signo en ese intervalo de $\cos z$

Si no cambia de signo el eje del trompo tiene un movimiento de presesión monótono alrededor de la vertical y oscila de arriba a abajo como en la figura a.

Si $\cos z$

Si uno de los valores cambia de signo

o

se hace cero, la diferencia $\cos z$ - $\cos 3z$ Cos

Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q se anulan las derivadas de q y q en el círculo límite correspondiente y la trayectoria del eje del trompo es la de la figura c.<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1106" type="#_x0000_t75" style='width:252pt;height:138.75pt'><v:imagedata src="ecmovcuerporigido_archivos/image163.png" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p></td></tr></table><p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p></div></body></html>

3.39. Mecánica. Transformación de Legendre y Ecuaciones de Hamilton

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml" xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office" xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word" xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40"><head><meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252"><meta name=ProgId content=Word.Document><meta name=Generator content="Microsoft Word 10"><meta name=Originator content="Microsoft Word 10"><link rel=File-List href="translegendrey%20hamilton_archivos/filelist.xml"><link rel=Edit-Time-Data href="translegendrey%20hamilton_archivos/editdata.mso"><link rel=OLE-Object-Data href="translegendrey%20hamilton_archivos/oledata.mso"><!--[if !mso]>

```

<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TRANSFORMACION DE LEGENDRE Y ECUACIONES DE HAMILTON</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>4</o:Revision>
<o:TotalTime>17</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-27T18:45:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:55:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>1857</o:Words>
<o:Characters>10215</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>85</o:Lines>
<o:Paragraphs>24</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>12048</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;

```

```

        font-family:"Times New Roman";
        mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
        mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:612.1pt 792.1pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
  <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TRANSFORMACION DE
LEGENDRE Y ECUACIONES DE HAMILTON</span></b><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Un sistema con n grados de libertad posee n ecuaciones de Lagrange:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:81pt; height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image161.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793785"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Como éste es un sistema de 2º orden, el movimiento del sistema en cualquier instante sólo se determinará completamente si se conocen los valores iniciales de las nq_i y las _n </sub>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:11.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image162.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793786"></o:OLEObject></xml><![endif]-->. La formulación Lagrangiana de la mecánica es una descripción en función de las coordenadas y las velocidades generalizadas con el tiempo como parámetro. Reduciremos esta formulación donde las variables independientes son las coordenadas y los momentos generalizados <span

class=SpellE>p_i definidos por:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:62.25pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image163.wmz" o:title=""/>
</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793787">
</o:OLEObject>
</xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Para cambiar la base (q, <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:9pt;height:14.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image164.wmz" o:title=""/>
</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793788">
</o:OLEObject>
</xml><!--[endif]> t) a la base (q, p, t) aplicaremos una transformación de Legendre. Sea una función f(x, y) de sólo dos variables tal que la diferencial de f tenga la forma:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:68.25pt;height:15pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image165.wmz" o:title=""/>
</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793789">
</o:OLEObject>
</xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>donde:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:35.25pt;height:27.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image166.wmz" o:title=""/>
</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793790">
</o:OLEObject>
</xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

y

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

Se pasa de la base (x, y) a la base (U, y) de tal modo que las magnitudes diferenciales estén expresadas en función de dy y dU . Sea $g(U, y)$ definida como:

$$g = f - \frac{dy}{dU}$$

La diferencial

$$dy = \frac{dy}{dU} dU + \frac{dy}{dy} dy$$

o sea

$$dg = \frac{dg}{dU} dU + \frac{dg}{dy} dy$$

donde:

$$\frac{dg}{dU} = \frac{df}{dU} - \frac{d^2y}{dU^2}$$

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793792">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:33pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image169.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793793">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El paso de (q, <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:9pt;height:14.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image170.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793794">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--> t) a (g, p, t) sólo difiere de los casos anteriores en que es necesario transformar más de una variable. En lugar de la Lagrangiana operaremos con la función definida por analogía con la ecuación <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>g = f - Ux</p>

<p class=MsoNormal>tenemos<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:117pt;height:24.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image171.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793795">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:

10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde H es la Hamiltoniana.
Considerada como una función de q, p, t la diferencial de H será:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:180pt;height:33pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image172.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793796">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>Pero de acuerdo a la definición de H:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:237pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image173.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793797">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>pero:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:36.75pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image174.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793798">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:105pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image175.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793799">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>La ecuación de Lagrange nos dice:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1040" type="#_x0000_t75" style='width:159.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image176.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793800"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que la ecuación para dH es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75" style='width:2in;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image177.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793801"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>comparando con la ecuación:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1042" type="#_x0000_t75" style='width:237pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image178.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793802"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1043" type="#_x0000_t75" style='width:48pt;height:86.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image179.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793803"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->, ..., <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1048" type="#_x0000_t75" style='width:12.75pt;height:15pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image184.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793808">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->, t). Aparecen todas las velocidades generalizadas. En la hamiltoniana una coordenada cíclica es ignorable ya que en la misma situación
p_n = cte y H es de la forma $H(q₁, \dots, q_n₋₁, p₁, \dots, p_n₋₁, a,
t), que es un problema con n - 1 grados de libertad ya que la coordenada cíclica no aparece a sólo como a = cte, es una constante de integración que se determina de las condiciones iniciales. El comportamiento de esta coordenada con el tiempo se obtiene integrando la ecuación de movimiento:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:39pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image185.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793809">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>El método de Routh consiste en pasar de la base q, <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:9pt;height:14.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image186.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793810">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->a la base (q, p) pero sólo para las coordenadas cíclicas obteniendo las ecuaciones de movimiento en la forma de Hamilton y las$

src="translegendrey%20hamilton_archivos/image056.gif"

v:shapes="_x0000_i1054"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1054"

DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793814">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde R es la Lagrangiana.</o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>En la Routhiana R los momentos p₁,p_s son constantes y se pueden remplazar por las constantes a<sub>1,a<sub>s que se determinan de las condiciones iniciales, así que las variables de R son las n - s coordenadas no cíclicas y sus velocidades generalizadas </o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1055" type="#_x0000_t75" style='width:126pt;height:15pt' o:ole="">

<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image191.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1055"

DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793816">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que las ecuaciones de Lagrange se pueden resolver sin considerar las coordenadas cíclicas.</o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El hecho de que una coordenada cíclica en L sea también cíclica en H significa que los teoremas de conservación del momento quedan generalizados a la formulación hamiltoniana sin más que sustituir L por H. En particular, la relación entre las propiedades de simetría del sistema físico

y las constantes del movimiento se pueden deducir también en función de la Hamiltoniana.

Si L no era función explícita de t , H es una constante de movimiento. A la misma conclusión llegamos examinando las ecuaciones de movimiento sin más que escribir la derivada total de H respecto a t en la forma:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial H}{\partial p} \dot{p}$$

pero:

$$\frac{\partial H}{\partial q} = p \quad \frac{\partial H}{\partial p} = \dot{q}$$

por lo que:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t}$$

o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image195.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID=" _x0000_i1059"
DrawAspect="Content" ObjectID=" _1241793820">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id=" _x0000_i1060" type="# _x0000_t75" style='width:1in;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image196.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID=" _x0000_i1060"
DrawAspect="Content" ObjectID=" _1241793821">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Pero además si las ecuaciones de transformación que definen
las coordenadas generalizadas <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><span style='position:
relative;top:5.0pt;mso-text-raise:-5.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" _x0000_i1108"
type="# _x0000_t75" style='width:83.25pt;height:15pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image197.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID=" _x0000_i1108"
DrawAspect="Content" ObjectID=" _1241793822">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>no<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> dependen
explícitamente del tiempo y si el potencial no depende de las velocidades, H
es la energía total T + V. <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Se ha visto que las ecuaciones de Lagrange
son consecuencia de un principio variacional, el de Hamilton para este caso.
Del mismo modo sería bueno encontrar un principio variacional que nos llevase
directamente a las ecuaciones de Hamilton. El principio de Hamilton.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>y a lo anterior se le llama el principio modificado de Hamilton. La única variación con respecto al método empleado para deducir la ecuación de Lagrange a partir del principio de Hamilton es que en este caso las variaciones de p y q son independientes, ya que en la formulación Hamiltoniana ambas tienen la misma categoría como coordenadas necesarias para determinar el movimiento del sistema. <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>En función del parámetro a<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1065" type="#_x0000_t75" style='width:48.75pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image203.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1065" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793827">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1066" type="#_x0000_t75" style='width:212.25pt;height:35.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image204.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1066" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793828">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Como los tiempos inicial y final no varían y no son funciones de a diferenciamos dentro de la integral:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1067" type="#_x0000_t75" style='width:227.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image205.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1067" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793829"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Se pueden permutar las derivaciones respecto a t y a a en el segundo término del paréntesis por lo que la variación es a tiempo constante. Las integrales donde aparece este término se transforman por integración por partes:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1068" type="#_x0000_t75" style='width:200.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image206.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1068" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793830"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Como las trayectorias variadas tienen los mismos extremos, para t₁ y t₂:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1069" type="#_x0000_t75" style='width:35.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image207.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1069" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793831"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></p>

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>Además:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1070" type="#_x0000_t75" style='width:59.25pt;height:27.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image208.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1070" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793832">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>y<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1071" type="#_x0000_t75" style='width:56.25pt;height:27.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image209.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1071" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793833">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>y la ecuación del principio modificado de Hamilton es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1072" type="#_x0000_t75" style='width:180pt;height:35.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image210.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1072" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793834">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Como <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:

Symbol'>dq_iy dp_i son independientes, la integral será cero si los coeficientes se anulan por separado, por lo que tenemos:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1073" type="#_x0000_t75" style='width:54pt;height:59.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image211.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1073" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793835"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>y de aquí:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1074" type="#_x0000_t75" style='width:45pt;height:59.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image212.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1074" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793836"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>que son las ecuaciones de Hamilton.<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>A partir del principio de Hamilton modificado hemos obtenido ecuaciones de primer orden por considerar a la variación d<span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>p_i en vez de d_{ }_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1075" type="#_x0000_t75" style='width:11.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image213.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1075" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793837"></o:OLEObject></xml><!--[endif]>dq_i, por lo que a los p_i los consideramos como variables independientes con la misma categoría que las coordenadas, y relacionados con estos y con el tiempo, sólo a través de las propias ecuaciones de movimiento y no por ninguna relación previa de definición.<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>Existe otro principio variacional asociado con la formulación Hamiltoniana y denominado principio de mínima acción. En mecánica se define la acción como:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1076" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image214.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1076" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793838"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>Este principio dice que en un sistema en el que H = cte<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

$$D = \frac{dH}{dt}$$

donde D representa un nuevo tipo de variación de la trayectoria. El proceso D representa un nuevo tipo de variación de la trayectoria. El proceso D se aplica a desplazamientos que implican un cambio dt en el tiempo, por lo que la trayectoria variada se obtiene de una sucesión de desplazamientos, cada uno de los cuales incluye un cambio diferencial dt , por lo que será posible exigir además que la trayectoria variada resulte compatible con el movimiento físico, es decir que si en la trayectoria real se conserva H , también se conserva en la trayectoria variada. El tiempo requerido para recorrer las diversas trayectorias no tiene porque ser el mismo. El punto representativo se ha de acelerar o frenar para que H se conserve y en consecuencia en el proceso D varía t aún en los puntos extremos, donde la variación de las q

$$= 0.$$

La trayectoria real variada puede ser la misma tanto en la variación d como en la la

Symbol'>D, aunque el punto representativo la recorrerá con velocidades diferentes. En la d la velocidad debe de ser de tal forma que el tiempo de tránsito sea el mismo en las trayectorias real y variada. En la D es tal que $H =$ cte.<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>Se puede representar D asociada a un parámetro a como en d y Dq será:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1078" type="#_x0000_t75" style='width:132.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image216.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1078" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793840"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'>pero:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1079" type="#_x0000_t75" style='width:57.75pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image217.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1079" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793841"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1080" type="#_x0000_t75" style='width:48.75pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image218.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1080" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793842"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1081" type="#_x0000_t75" style='width:60.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image219.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1081" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793843"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Esta relación es válida para toda f(q, t) <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1082" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image220.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1082" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793844">

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>y en general Df será:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1083" type="#_x0000_t75" style='width:95.25pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image221.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1083" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793845">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>que de acuerdo a: <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1084" type="#_x0000_t75" style='width:60pt;height:15pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image222.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1084" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793846">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>se escribe:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1085" type="#_x0000_t75" style='width:149.25pt;height:33pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image223.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1085" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793847">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>La acción A se escribe:<o:p></o:p></p>

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt}$$

Como $H = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 - \frac{k}{r}$, la derivada de H con respecto a t es:

$$\frac{dH}{dt} = m \dot{r} \ddot{r} + \frac{k}{r^2} \frac{dr}{dt}$$

Como $\frac{dH}{dt} = 0$, se tiene:

$$m \dot{r} \ddot{r} + \frac{k}{r^2} \frac{dr}{dt} = 0$$

Integrando, se obtiene:

$$\frac{1}{2} m \dot{r}^2 - \frac{k}{r} = E$$

donde E es la energía total. Si la integral es igual a:

$$\frac{1}{2} m \dot{r}^2 - \frac{k}{r} = E$$

de acuerdo con la ecuación:

$$\frac{1}{2} m \dot{r}^2 - \frac{k}{r} = E$$

src="translegendrey%20hamilton_archivos/image112.gif"

v:shapes=" _x0000_i1089"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID=" _x0000_i1089"

DrawAspect="Content" ObjectID=" _1241793851">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>se puede escribir como:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" _x0000_i1090" type="# _x0000_t75" style='width:170.25pt;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image228.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID=" _x0000_i1090"

DrawAspect="Content" ObjectID=" _1241793852">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>o:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" _x0000_i1091" type="# _x0000_t75" style='width:99pt;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image229.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID=" _x0000_i1091"

DrawAspect="Content" ObjectID=" _1241793853">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>En este método D

class=Spelle>q_i = 0 en los extremos, por lo que el valor real de este término será:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" _x0000_i1092" type="# _x0000_t75" style='width:2in;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image230.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID=" _x0000_i1092"

DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793854">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>que por las ecuaciones de Lagrange<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1093" type="#_x0000_t75" style='width:258.75pt;height:35.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image231.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1093" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793855">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Aplicando: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1094" type="#_x0000_t75" style='width:60pt;height:15pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image232.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1094" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793856">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>tenemos<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1095" type="#_x0000_t75" style='width:276.75pt;height:39pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image233.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1095" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793857">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>que con base en la definición de H es nula y se prueba el principio de mínima acción.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>En la mecánica no relativista, si las ecuaciones de transformación no tienen el tiempo explícitamente:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1096" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image234.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1096" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793858"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y el principio será:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1097" type="#_x0000_t75" style='width:48pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image235.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1097" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793859"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal> si no hay fuerzas externas sobre el sistema T se conserva junto con la H y el principio es: D(t₂-t₁) = 0 o sea que entre todas las trayectorias posibles entre dos puntos, compatibles con la conservación de la energía, el sistema sigue aquella para la cual el tiempo de tránsito es mínimo. Si el sistema se compone de una sola partícula, la energía cinética está dada por:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1098" type="#_x0000_t75" style='width:96pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image236.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1098" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793860"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1099" type="#_x0000_t75" style='width:63pt;height:35.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image237.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1099" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793861">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>que nos da dt en función de la longitud de la trayectoria seguida por la partícula. En este caso la forma del principio de mínima acción se puede escribir como:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1100" type="#_x0000_t75" style='width:192pt;height:21pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image238.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1100" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793862">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>donde: <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1101" type="#_x0000_t75" style='width:42pt;height:18.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image239.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1101" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793863">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>esta forma es aplicable a sistemas de más de una partícula descritas por cualquier conjunto de coordenadas generalizadas. Para ello empleamos una expresión más general de <span

class=Spelle>dt en función del elemento de arco de la trayectoria.
 Como las ecuaciones que definen las q no han de contener el tiempo, la energía cinética será siempre una función cuadrática homogénea de sus velocidades.

donde m ik

$2a$ ik

que se puede escribir como:

$sea d$

24

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y la energía cinética será:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1105" type="#_x0000_t75" style='width:108pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image243.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1105" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793867"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Con esta relación el principio de mínima acción se escribe como:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1106" type="#_x0000_t75" style='width:96pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image244.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1106" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793868"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>o finalmente:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1107" type="#_x0000_t75" style='width:86.25pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="translegendrey%20hamilton_archivos/image245.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1107" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793869"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Esta ecuación se conoce como la forma de Jacobi del principio de mínima acción. La dr</p>

por geometría diferencial es la forma más general de la longitud de una trayectoria en un espacio n-dimensional de coordenadas $q_1, \dots, q_n$.

Los coeficientes m_{ik} son los elementos del tensor métrico. En un sistema coordenado cartesiano el tensor métrico es muy sencillo, sus elementos son $m_{ik} = \delta_{ik}$.

Comparando con:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

es el elemento de longitud de la trayectoria en el espacio de configuración de coordenadas $q_1, \dots, q_n$ que en general no serán cartesianas sino curvilíneas. La $\frac{1}{2} \dot{q}^2$ es la velocidad del punto representativo en el espacio de configuración. Si no actúan fuerzas sobre el cuerpo, T es constante y el movimiento será tal que el punto representativo se desplace por el camino más corto en el espacio de configuración, es decir, recorrerá una de las geodésicas del espacio.

3.40. Mecánica. Parentesis de Poisson

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="parentpoisson2_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="parentpoisson2_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="parentpoisson2_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>PARENTESIS DE POISSON</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-27T18:46:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:10:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>382</o:Words>
<o:Characters>2102</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>17</o:Lines>
<o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2480</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
```

```

</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:612.1pt 792.1pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
    {mso-list-id:327825717;
    mso-list-type:simple;
    mso-list-template-ids:-264845218;}
@list l0:level1
    {mso-level-tab-stop:none;
    mso-level-number-position:left;
    mso-level-legacy:yes;
    mso-level-legacy-indent:14.15pt;
    mso-level-legacy-space:0cm;
    margin-left:14.15pt;
    text-indent:-14.15pt;}
ol
    {margin-bottom:0cm;}
ul
    {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable

```

```

        {mso-style-name:"Tabla normal";
        mso-tstyle-rowband-size:0;
        mso-tstyle-colband-size:0;
        mso-style-noshow:yes;
        mso-style-parent:"";
        mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
        mso-para-margin:0cm;
        mso-para-margin-bottom:.0001pt;
        mso-pagination:widow-orphan;
        font-size:10.0pt;
        font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
  <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PARENTESIS DE POISSON</span></b><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Sea <span class=Grame>f(</span>p, q, t) una función de las
coordenadas, ímpetus y tiempo. La derivada total respecto al tiempo es:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

```

</v:formulas>
 <v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
 <o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
 </v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:135.75pt; height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="parentpoisson2_archivos/image019.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
 mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790981">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Sustituyendo <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026"
 type="#_x0000_t75" style='width:15pt;height:15pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="parentpoisson2_archivos/image020.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
 mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790982">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:14.25pt;height:15pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="parentpoisson2_archivos/image021.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
 mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790983">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--> <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por los
 valores obtenidos en las ecuaciones de Hamilton, se tiene:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:63pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="parentpoisson2_archivos/image022.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
 mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790984">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>donde<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:135pt;height:33pt' o:ole="">

f

También:

$\frac{f}{g}$

$\frac{f}{g} + \frac{f}{g}$

$\frac{f}{g^2}$

mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">x f₂, g] = f₁[f₂, g] + f₂[f₁, g]<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Tomando la derivada parcial con respecto al tiempo tenemos:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:107.25pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="parentpoisson2_archivos/image026.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790988">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Si una de las funciones f o g coincide con una coordenada o con un ímpetu, los paréntesis de Poisson se reducen a una derivada parcial:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:60pt;height:59.25pt'

o:ole="">
<v:imagedata src="parentpoisson2_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241790989">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si f es q_i y <span
class=SpellE>p_i se tiene: <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-
family:Arial'>q_i
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, <span
class=SpellE>q_k<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>j<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0, <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>p_i<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, <span
class=SpellE>p_k<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>j<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0, <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>p_i<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, <span
class=SpellE>q_k<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>j<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'>d<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>ik</sub><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>. <o:p></o:p></p>

$\frac{d}{dx} \left(e^x \right) = e^x$

Entre los paréntesis de $Poisson$ formados por tres funciones existe la relación:

$e^x = e^{ax + b}$

+ $e^{cx + d}$

+ $e^{fx + g}$

= $e^{hx + i}$

que se llama identidad de e^x

class=Spelle>Jacobi.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Otra propiedad importante de los paréntesis de Poisson es que si f y g son integrales de movimiento, sus paréntesis de Poisson son también una integral de movimiento. [f, g, h] = cte y este es el teorema de Poisson. Por supuesto, aplicando este teorema no siempre se obtendrán nuevas integrales de movimiento, ya que su número es limitado (2s - 1) donde s son los grados de libertad. En algunos casos se puede obtener un resultado trivial: El paréntesis de Poisson es una constante. En otros casos la integral que se obtiene es simplemente una función de las integrales originales f y g. Si no se trata de ninguno de estos casos, el paréntesis de Poisson es una nueva integral de movimiento.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 </td>
 </tr>
 </table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

3.41. Mecánica. Principio de Maupertius

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">
```

```
<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="princmaupertius_archivos/filelist.xml">
```

```

<link rel=Edit-Time-Data href="princmaupertius_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="princmaupertius_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>PRINCIPIO DE MAUPERTIUS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>14</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-27T18:51:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:23:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>434</o:Words>
<o:Characters>2392</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>19</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2821</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;

```



```

text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}
@page Section1
{size:612.1pt 792.1pt;
margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD

```

DE

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PRINCIPIO

MAUPERTIUS<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El movimiento de un sistema mecánico está perfectamente determinado por el principio de mínima acción. Resolviendo las ecuaciones de movimiento que se deducen de este principio, se puede hallar la forma de la trayectoria, así como la función sobre la trayectoria en función del tiempo. Si el problema se restringe a únicamente determinar la trayectoria sin hacer referencia al tiempo, se puede emplear una forma simplificada del principio de mínima acción. Supongamos que la lagrangiana, y por lo tanto la hamiltoniana no dependen explícitamente del tiempo, de modo que la energía del sistema se conserva,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>H(p, q) = E = cte<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>De acuerdo con el principio de mínima acción, la variación de la acción para valores iniciales y finales, dadas las coordenadas y el tiempo, es nula. Si permitimos la variación del tiempo final t, permaneciendo fijas las coordenadas inicial y final, tenemos: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>ds = -Hdt.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Ahora vamos a comparar, no todos los desplazamientos virtuales del sistema, sino solamente aquellos que satisfacen la ley de la conservación de la energía. Para tales trayectorias podemos sustituir H en la ecuación anterior por la constante E, y tenemos: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>ds + E<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:

Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">dt = 0.<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>Si la acción la escribimos de la forma:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:87pt; height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image028.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791804"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>y sustituimos de nuevo H por E, tenemos:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image029.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791805"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>El primer término de la ecuación:<o:p></o:p></p>

$$S = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \left(\dot{q}^2 - V(q) \right) dt$$

Si sustituimos la expresión $\frac{1}{2} \dot{q}^2 - V(q)$ en S tenemos $S = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \left(\dot{q}^2 - V(q) \right) dt$, de modo que la acción abreviada tiene un mínimo con respecto a todas las trayectorias que satisfacen la ley de la conservación de la energía, y pasan por el punto final en un instante arbitrario. Para aplicar este principio variacional, los ímpetus y todo el integrando de $\frac{1}{2} \dot{q}^2 - V(q)$ se deben expresar en función de las coordenadas q y sus diferenciales $\dot{q}$. Para ello empleemos la definición de ímpetu: $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$

$$p = \frac{\partial}{\partial \dot{q}} \left(\frac{1}{2} \dot{q}^2 - V(q) \right) = \dot{q}$$

o:ole="">
<v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image031.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791807">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>y la ley de la conservación de la energía:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:57.75pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image032.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791808">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Despejando:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:86.25pt;height:35.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image033.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791809">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>si<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo sustituimos en la
ecuación anterior, y expresamos los ímpetus en función de q y <span
class=Spelle>dq, con la energía E como parámetro, el principio
variacional así obtenido determina la trayectoria del sistema, y usualmente
se le llama principio de Maupertius.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Cuando la lagrangiana tiene su forma habitual, los cálculos
anteriores se pueden realizar explícitamente, como la diferencia entre
energía cinética y potencial:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:110.25pt;height:30pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image034.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791810">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Los ímpetus son entonces:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:93.75pt;height:30pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image035.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791811">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>y la energía:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:111pt;height:30pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image036.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791812">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>de aquí se obtiene:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:86.25pt;height:35.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image037.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791813">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>que si lo sustituimos en:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:99.75pt;height:30pt'

o:ole="">
<v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image038.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791814">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>da la expresi3n siguiente para la acci3n abreviada:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:128.25pt;height:21.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image039.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791815">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En el movimiento libre de una partcula $U = o$ y la
ecuaci3n:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:54pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image040.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791816">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>nos da el resultado trivial:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:39pt;height:21pt' o:ole="">
<v:imagedata src="princmaupertius_archivos/image041.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241791817">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

```

</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

```

3.42. Mecánica. Transformaciones canónicas

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="transfcanonicas_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="transfcanonicas_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="transfcanonicas_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TRANSFORMACIONES CANONICAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>13</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-27T19:06:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T22:45:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>1018</o:Words>
<o:Characters>5601</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>46</o:Lines>
<o:Paragraphs>13</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>6606</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

```



```

<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}

span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}

@page Section1
    {size:612.1pt 792.1pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}

div.Section1
    {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;

```

```

mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:imap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TRANSFORMACIONES
CANONICAS</span></b></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La elección de las coordenadas generalizadas q's no está
limitada por ninguna condición, pueden ser s magnitudes cualesquiera que
definan unívocamente la posición del sistema en el espacio, El aspecto formal
de las ecuaciones de <span class=SpellE>Lagrange</span> no depende de esta
elección, y en este sentido se puede decir que las ecuaciones de <span
class=SpellE>lagrange</span> son invariables respecto a una transformación de
las coordenadas  $q_1, q_2, \dots$  Q_1, \dots 
```


<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
 </v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt; height:68.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="transfcanonicas_archivos/image019.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
 mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793123">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>con<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> una nueva hamiltoniana
 H'(P, Q) que significa que la transformación es canónica.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Las ecuaciones de Hamilton se pueden deducir del principio
 de mínima acción en la forma:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:99.75pt;height:33pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="transfcanonicas_archivos/image020.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
 mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793124">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la cual la variación
 se aplica a todas las coordenadas y los ímpetus independientemente. Si las
 nuevas variables P y Q satisfacen también a las ecuaciones de Hamilton, se
 debe de verificar el principio de mínima acción:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:105pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="transfcanonicas_archivos/image021.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
 mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793125">
 </o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>estas dos formas del principio de mínima acción son equivalentes solamente si sus integrantes difieren en una diferencial total de una función arbitraria $F(q, p, t)$. La diferencia entre los dos integrandos será una constante cuya variación es nula, por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:159.75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfcanonicas_archivos/image022.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793126"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Toda transformación canónica se caracteriza por esta función F llamada generatriz de la transformación, o sea:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:156.75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfcanonicas_archivos/image023.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793127"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>se tiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:51pt;height:86.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfcanonicas_archivos/image024.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793128"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde se ha supuesto que la transformación generatriz está dada como función de q, Q, t, o sea <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>F = F(q, Q, t).<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Cuando F es conocida las ecuaciones anteriores nos dan las relaciones entre las antiguas variables (p, q) y las nuevas (P, Q), así como la nueva hamiltoniana.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Puede convenir expresar la función generatriz en función de las q y de las P. Para deducir en este caso las ecuaciones de las transformaciones canónicas debemos realizar la adecuada transformación de Legendre para dF, volviendo a escribirla como:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:204pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfcanonicas_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793129"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El argumento de la diferencial del primer miembro expresado en función de las variables q y P es una nueva función generatriz. Llamemos f(q, P, t) y se tiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:50.25pt;height:86.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfcanonicas_archivos/image026.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793130">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>De modo análogo se pueden obtener las ecuaciones para las transformaciones canónicas que encierran funciones generatrices dependientes de las variables p y Q, o de las p y P.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>La relación entre la nueva y antigua hamiltoniana es siempre de la misma forma: La diferencia H' - H es la derivada parcial de la función generatriz respecto al tiempo. En particular si la función generatriz es independiente del tiempo, entonces H' = H, es decir, la nueva hamiltoniana se obtiene al sustituir en H las magnitudes p y q por P y Q.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>A las variables p y q en el método de Hamilton se les llaman magnitudes canónicamente conjugadas. Estas condiciones se pueden expresar con paréntesis de Poisson. Lo demostraremos: Sea [f, g_{p,q} el paréntesis de Poisson de las magnitudes f y g, en el cual la diferenciación se hace respecto a las variables p y q y [f, g_{p,q}, el paréntesis de Poisson de las mismas magnitudes diferenciales con respecto a las variables canónicas P y Q. Entonces:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;

mso-symbol-font-family:Symbol">[f, g]_{p,q} = [f, g]_{P,Q}<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>Esta relación se demuestra de la siguiente forma: en las transformaciones canónicas el tiempo aparece como un parámetro, por lo que se puede demostrar el teorema para magnitudes que no dependen explícitamente del tiempo. Consideremos ahora de modo puramente formal a la magnitud q como la hamiltoniana de un sistema ficticio, luego se tendrá que:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:51.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfcanonicas_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241793131"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>La derivada df/dt sólo puede depender de las propiedades del movimiento del sistema ficticio, y no de la particular elección de las variables. De aquí que el paréntesis de Poisson [f, g]</p>

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'] sea inalterable por el paso de un conjunto de variables canónicas a otras. Las condiciones que debe satisfacer para que la transformación p, q @ P, Q sea canónica

son:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>[Q_i, Q_k]_{p, q} = 0, [P_i, P_k]_{p, q} = 0, [P_i, Q_k]_{p, q} = <span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d_{ik}<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>En la interpretación geométrica de los fenómenos mecánicos, se hace frecuentemente uso del concepto de espacio fase. Este es un espacio de 2s dimensiones cuyos ejes coordenados corresponden a las coordenadas generalizadas y a los s ímpetus del sistema mecánico considerado. Cada punto en este espacio corresponde a un estado definido del sistema. Cuando el sistema se mueve, el punto representativo en el espacio físico describe una línea denominada trayectoria fase. El producto de diferenciales <o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dG = dq₁,dq_s, dp₁,dp_s<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>se puede considerar común elemento de volumen en el espacio fase. Consideremos la integral ðdG extendida a una región cualquiera de este espacio, y que representa al volumen en dicha región. esta integral tiene la propiedad de ser invariante respecto a las transformaciones canónicas, o sea si las variables p, q se transforman canónicamente en la variables P, Q, los volúmenes de las regiones correspondientes de los espacios p, q y P, Q, serán los mismos:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>ðð</p>

[illegible]

```

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

```

3.43. Mecánica. Ecuacion de Hamilton-Jacobi

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ecuahamilton2_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ecuahamilton2_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ecuahamilton2_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ECUACION DE HAMILTON-JACOBI</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-27T19:11:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T19:41:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>553</o:Words>
<o:Characters>3045</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>25</o:Lines>
<o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3591</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>

```

```

</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:612.1pt 792.1pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";

```

```

mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
  <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACION DE
HAMILTON-JACOBI</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Al considerar la acción S como una función de las
coordenadas y del tiempo, se ha demostrado que la derivada parcial respecto
al tiempo de esta función S(q, t) está relacionada con la hamiltoniana por la
expresión:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>

```


es la base de un modelo general de integrar las ecuaciones de movimiento.

Las variables independientes en la ecuación de Hamilton-Jacobi son las coordenadas y el tiempo, y por lo tanto en un sistema con s grados de libertad, una integral completa de esta ecuación debe de contener $s + 1$ constantes arbitrarias. Como s sólo interviene en la ecuación por sus derivadas, una de dichas constantes será aditiva, o sea que una integral completa de la ecuación de Hamilton-Jacobi será de la forma

$$S = f(t, q_1, \dots, q_s, a),$$

donde a es una constante arbitraria, t es el tiempo, $q_1, \dots, q_s$ son las coordenadas y a es una constante arbitraria.

siendo a una constante arbitraria, t es el tiempo, $q_1, \dots, q_s$ son las coordenadas y a es una constante arbitraria. Buscaremos la relación entre la integral completa de la ecuación de Hamilton-Jacobi y la solución de las ecuaciones de movimiento que nos interesa. Efectuaremos una transformación canónica de las variables p, q a las nuevas variables eligiendo la función $f(t, q, a)$ como generatriz, y las magnitudes p, q como las nuevas variables.

Buscaremos la relación entre la integral completa de la ecuación de Hamilton-Jacobi y la solución de las ecuaciones de movimiento que nos interesa. Efectuaremos una transformación canónica de las variables p, q a las nuevas variables eligiendo la función $f(t, q, a)$ como generatriz, y las magnitudes p, q como las nuevas variables.

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">a_{1},..., a_{s} como los nuevos ímpetus. Designaremos a las nuevas coordenadas por b_{1},..., b_{s}. Como la función generatriz depende de las antiguas coordenadas y los nuevos ímpetus, tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:48.75pt;height:87.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="ecuahamilton2_archivos/image021.wmz" o:title=""/>

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782035">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>pero como la función f satisface a la ecuación de Hamilton-Jacobi, se ve que la nueva hamiltoniana es nula:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:108pt;height:27.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="ecuahamilton2_archivos/image022.wmz" o:title=""/>

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782036">

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Por lo tanto, las ecuaciones canónicas en las nuevas variables son: <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:30.75pt;height:15pt' o:ole="">
<v:imagedata src="ecuahamilton2_archivos/image023.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782037">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>y<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:29.25pt;height:17.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="ecuahamilton2_archivos/image024.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782038">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>de donde resulta que a_{i} = cte y b_{i} = cte, Por otro lado las s ecuaciones <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

La solución de un problema a partir de este método consiste en que a partir de la hamiltoniana formamos la ecuación de Hamilton-Jacobi y se encuentra su integral completa. Derivando esta integral respecto a las constantes arbitrarias α y β , e igualándolas a las x y t se obtiene un sistema de ecuaciones

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha} = x, \quad \frac{\partial W}{\partial \beta} = t$$

mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">a_{i }= b_{i}, cuya solución nos da las coordenadas q como función del tiempo y de las 2s constantes arbitrarias. Se encuentran entonces las relaciones entre los ímpetus y el tiempo mediante ¶S¶q_i_{ }= p_i. Si se tiene una integral incompleta de la ecuación de Hamilton-Jacobi, dependiente de un número de constantes arbitrarias inferior a s, aunque no se puede por medio de esta integral encontrar la integral general de las ecuaciones de movimiento, se puede sin embargo simplificar el problema. Si la S conocida tiene una constante arbitraria a, la relación <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:45.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="ecuahamilton2_archivos/image026.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241782040">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p>

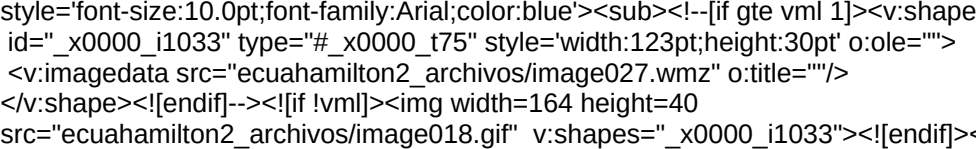
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:

10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>nos dará una ecuación entre $q^{(1)}, \dots, q^{(s)}$ y t . La ecuación de Hamilton-Jacobi toma una forma más sencilla en el caso en que la función H no dependa explícitamente del tiempo, es decir, si el sistema es conservativo. La dependencia de la acción con respecto al tiempo se reduce entonces al término $-Et$.

$S = S^{(0)}(q) - Et$

y se obtiene la ecuación de Hamilton-Jacobi con la acción reducida $S^{(0)}(q)$ en la forma:



$S^{(0)}(q) + H(q, \frac{\partial S^{(0)}}{\partial q}, t) = 0$

3.44. Mecánica. Invariantes adiabáticos

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">
```

```
<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
```

```

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="invadiabaticos_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="invadiabaticos_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="invadiabaticos_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>INVARIANTES ADIABATICOS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>4</o:Revision>
<o:TotalTime>7</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-27T19:16:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T21:32:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>791</o:Words>
<o:Characters>4355</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>36</o:Lines>
<o:Paragraphs>10</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>5136</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;

```

```

        mso-layout-grid-align:none;
        punctuation-wrap:simple;
        text-autospace:none;
        font-size:12.0pt;
        mso-bidi-font-size:10.0pt;
        font-family:"Times New Roman";
        mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
        mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:21.0cm 842.0pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:36.0pt;
    mso-footer-margin:36.0pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>

```

INVARIANTES
ADIABATICOS

Consideremos un sistema mecánico que realiza un movimiento finito unidimensional caracterizado por un parámetro θ que especifica las propiedades del sistema, o del campo exterior en el que está colocado. Supongamos que bajo la influencia de ciertas causas exteriores el parámetro θ varía lentamente (adiabáticamente) con el tiempo. Entendemos por lenta una transformación en la cual θ varía sólo ligeramente durante el periodo Δt del movimiento del sistema:

$$\frac{d\theta}{dt} \ll \omega$$

donde ω es la frecuencia de las causas exteriores.

Si el sistema está en un estado estacionario, las propiedades del sistema son independientes del tiempo. Si el sistema está en un estado no estacionario, las propiedades del sistema dependen del tiempo. En el primer caso, el sistema está en un estado de equilibrio. En el segundo caso, el sistema está en un estado de no equilibrio.

En el presente trabajo, vamos a estudiar el caso de un sistema mecánico que realiza un movimiento finito unidimensional caracterizado por un parámetro θ que especifica las propiedades del sistema, o del campo exterior en el que está colocado. Supongamos que bajo la influencia de ciertas causas exteriores el parámetro θ varía lentamente (adiabáticamente) con el tiempo. Entendemos por lenta una transformación en la cual θ varía sólo ligeramente durante el periodo Δt del movimiento del sistema:

$$\frac{d\theta}{dt} \ll \omega$$

donde ω es la frecuencia de las causas exteriores.

Si el sistema está en un estado estacionario, las propiedades del sistema son independientes del tiempo. Si el sistema está en un estado no estacionario, las propiedades del sistema dependen del tiempo. En el primer caso, el sistema está en un estado de equilibrio. En el segundo caso, el sistema está en un estado de no equilibrio.

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
 </v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:45pt; height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image001.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
 mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788754">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Un sistema como éste no es cerrado y no se conserva su
 energía E. Sin embargo como <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
 family:Symbol'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> varía
 lentamente el ritmo de variación <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026"
 type="#_x0000_t75" style='width:9.75pt;height:14.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image003.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
 mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788755">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--> de la energía es
 proporcional al ritmo de variación <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027"
 type="#_x0000_t75" style='width:11.25pt;height:17.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image005.emz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
 mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788756">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--> del <span
 class=GramE>parámetro <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
 family:Symbol'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Esto
 significa que cuando <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
 family:Symbol'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> varía, la
 energía del sistema se comporta como si fuese una cierta función de V, en
 otras palabras existirá una relación entre E y <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;

mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"> que permanece constante durante el movimiento del sistema. Esta magnitud se denomina invariante adiabático.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Sea H(p, q, |) la hamiltoniana del sistema, la cual depende de |. La derivada total de la energía con respecto al tiempo es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:98.25pt;height:30.75pt'o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image007.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788757"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Tomemos el valor medio de esta ecuación durante un periodo del movimiento, teniendo en cuenta que | varía lentamente, no es necesario tomar el valor medio de |:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:74.25pt;height:42.75pt'o:ole="">

<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788758">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>y en la función valor medio<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:27pt;height:42.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image011.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788759">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>podemos<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> considerar como variables
p y q, y no a <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>l<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. En un
movimiento de este tipo, se toman los valores medios como si el movimiento
tuviese lugar con <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>l<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = <span
class=SpellE>cte. El valor medio de la energía se puede escribir
explícitamente como:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:87.75pt;height:36.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image013.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788760">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>de acuerdo con las ecuaciones de Hamilton: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:42pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image015.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788761"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal>o<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:48.75pt;height:45pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image017.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788762"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La integración respecto al tiempo puede por lo tanto reemplazarse por una integración respecto a la coordenada, expresando el periodo en la forma:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:72.75pt;height:47.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image019.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788763"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:92.25pt;height:89.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image021.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788764">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Estas integrales deben de formarse sobre la trayectoria para un valor constante de I. A lo largo de esta trayectoria , la <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>H = cte = E,<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>y el ímpetu es una función definida de la coordenada variable q y de los parámetros constantes e independientes E y I. Poniendo por lo tanto: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>p = p(q, E, I<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>y derivando <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>H(p, q, I>) = E<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>con respecto a I>) se

tiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:150pt;height:60pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image023.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788765"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Sustituyendo esta expresión en el numerador de dE/dt y escribiendo el integrando del denominador en la forma ¶p¶E, tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:198pt;height:53.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image025.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788766"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Finalmente esto se puede escribir como:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:32.25pt;height:33.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image027.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788767"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:59.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image029.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788768"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Este resultado muestra que en la aproximación que hemos considerado, la magnitud $I =$ cte cuando varía el parámetro |, es un invariante adiabático.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1040" type="#_x0000_t75" style='width:68.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image031.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788769"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>es salvo 2p el periodo del movimiento. <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75" style='width:42pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Las ecuaciones de movimiento de un sistema cerrado con parámetros constantes se pueden formular en función de I. Efectuamos una transformación canónica de p y q, donde I sea el nuevo ímpetu. la función generatriz es la acción abreviada S_0 expresada como función de q e I. Como S_0 se define para una energía dada del sistema, y en un sistema cerrado Y es sólo función de la energía, S_0 se puede escribir como: S_0 (q, t).
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>La:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1045" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt;height:32.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image041.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788774">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>coincidirá con:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1046" type="#_x0000_t75" style='width:33.75pt;height:32.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image043.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788775">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>para $I =$ cte, por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1047" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt;height:29.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image045.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788776">

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>correspondiente a la 1ª de las fórmulas para una transformación canónica. La 2ª de estas fórmulas nos da la nueva coordenada llamada w:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1048" type="#_x0000_t75" style='width:56.25pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image047.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788777">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>las variables l y w se llaman variables canónicas donde l es la variable de acción y w es la variable angular. Puesto que la generatriz S₀(q. Y) no depende del tiempo, la nueva H' = H, expresada en función de las nuevas variables, en otras palabras H' representa la E(l). Consecuentemente las ecuaciones de Hamilton con nuevas variables canónicas son: <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:24pt;height:17.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image049.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788778">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:44.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image051.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788779"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La primera ecuación da $I =$ cte, ya que la energía es constante. De la 2ª ecuación se deduce que la variable angular es función lineal del tiempo:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1051" type="#_x0000_t75" style='width:80.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image053.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788780"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La acción $S_{>0}$ (q, Y) es una función multiforme de las coordenadas. Al cabo de cada periodo esta función no toma su valor inicial, sino que aumenta en D $S_{>0}$ q, Y) = 2pY. Como es evidente de la ecuación:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="_x0000_i1052" type="#_x0000_t75" style='width:48.75pt;height:21pt' o:ole="">
<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image055.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1052"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788781">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>y de<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1053" type="#_x0000_t75" style='width:51pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image057.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1053"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788782">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Durante el mismo tiempo la variable angular se incrementa
en:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1054" type="#_x0000_t75" style='width:120.75pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="invadiabaticos_archivos/image059.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1054"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241788783">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si expresamos q y p en
función de las variables canónicas, permanecerán invariantes cuando <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> aumenta en 2<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p<span lang=ES-TRAD

```

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, o sea cualquier
función uniforme <span class=GramE>F(</span>p, q) expresada por medio de las
variables canónicas, es función periódica de </span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, con periodo 2</span><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

```

4. Termodinámica. Introducción

```

<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="introduccion_archivos/filelist.xml">
<title>INTRODUCCION</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>1</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-29T20:14:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T20:15:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>540</o:Words>
<o:Characters>2975</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>24</o:Lines>

```

```

<o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3508</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */

```

```

table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="789" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
    <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>INTRODUCCION</span></b><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>El sujeto de la Mec&aacute;nica incluyendo elasticidad e hidrodin&aacute;mica, es el
estudio de un conjunto de coordenadas sobrevivientes. El sujeto de la electricidad, incluyendo
electrost&aacute;tica, <span class=SpellE>magnetost&aacute;tica</span> y ferromagnetismo, es
el conjunto de otras coordenadas sobrevivientes.<o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>La termodin&aacute;mica es el estudio de las consecuencias macrosc&oacute;picas de
<span class=SpellE>miriadas</span> de coordenadas at&oacute;micas, las cuales en virtud del
promedio estad&iacute;stico no aparecen expl&iacute;citamente en la descripci&oacute;n
macrosc&oacute;pica del sistema.<o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Recordemos que la mec&aacute;nica y la electricidad est&aacute;n muy relacionadas
con el concepto de energ&iacute;a. La energ&iacute;a se puede transferir de modo
mec&aacute;nico a un sistema, y un flujo de energ&iacute;a se llama trabajo mec&aacute;nico.
Pero &aacute;ste se tipifica por el t&aacute;rmino -<span class=SpellE>PdV</span>, pero es
posible transferir energ&iacute;a a los ocultos modelos at&oacute;micos de movimiento, as&iacute;
como a aquellos que pueden ser <span class=SpellE>macrosc&oacute;picamente</span>
observables.<o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Mirando el sistema macrosc&oacute;pico como la aglomeraci&oacute;n de un enorme
n&uacute;mero de electrones y n&uacute;cleos interactuando con fuerzas complejas, pero
definidas, a las cuales se les aplica el principio de la conservaci&oacute;n de la energ&iacute;a, se
concluye que los sistemas macrosc&oacute;picos tienen energ&iacute;as definidas y sujetas a un
principio de conservaci&oacute;n. As&iacute; en termodin&aacute;mica podemos aceptar la

```

existencia de una energía bien definida, como una manifestación macroscópica de una ley de conservación, muy desarrollada, probada y de extrema precisión, aparentemente de completa generalidad a nivel atómico.

Es convencional elegir un estado con la energía cero. La energía de un sistema en cualquier otro estado relativo a la energía del estado cero, se denomina energía interna y se denomina por U . La energía interna como el volumen y el número de moles es un parámetro extensivo. Debe existir un estado particular llamado estado de equilibrio de un sistema simple, que

se caracteriza completamente por la energía interna, el volumen y el número de moles: U, V, N ,..., N de los componentes químicos. Es posible medir la diferencia de energía de dos estados, procurando que un estado pueda ser alcanzado por el otro por medio de algún proceso mecánico cuando el sistema está encerrado por una pared adiabática impermeable. Deben entonces existir paredes llamadas adiabáticas con la propiedad que el trabajo realizado en llevar un sistema adiabáticamente cerrado entre dos estados sea determinado totalmente por los estados independientemente de todas las condiciones extremas. El trabajo realizado es la diferencia en la energía interna de dos estados. Para un sistema cerrado por una pared adiabática impermeable, cualesquiera dos estados de equilibrio con el mismo conjunto de números molares N ,..., N se puede alcanzar por algún proceso mecánico, lo que significa que los métodos de la mecánica nos permiten medir la diferencia de energía de cualquier dos estados con igual número de moles. En suma, si empleamos paredes adiabáticas, y medimos sólo el trabajo mecánico, se puede medir la energía de cualquier sistema termodinámico relativo al estado de $U = 0$. Así, podemos decir que el flujo de calor de un sistema en cualquier proceso, con número constante de moles, es simplemente la diferencia de energía interna entre el estado inicial y final, menos el trabajo realizado por el proceso, o sea:

$$dQ = dU + PdV$$

De esta forma el trabajo mecánico de la termodinámica es determinar el estado de equilibrio que eventualmente resulta después de remover las constricciones internas en un sistema compuesto cerrado.

4.1. Termodinámica. Introducción. Marco 4

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"


```

"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
    background-color: #FFFFFF;
    margin-left: 10px;
    margin-top: 0px;
    margin-right: 0px;
    margin-bottom: 0px;
}
.style12 {
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    font-size: 10px;
    color: #FFFFFF;
}
.style13 {color: #FFFFFF}
a:link {
    color: #FFFF99;
    text-decoration: none;
}
a:visited {
    text-decoration: none;
    color: #FFFF99;
}
a:hover {
    text-decoration: none;
    color: #990033;
}
a:active {
    text-decoration: none;
    color: #FF0000;
}
.style24 {color: #FFFFFF; font-weight: bold; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;}
.style26 {font-size: 12px}
-->
</style></head>

<body>
<table width="789" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0">
<tr>
<td width="830" height="14" bgcolor="#336666"><span class="indicador style4 style12"><a
href="..fisicaavanzada.htm" target="_parent">P&acute;gina Principal </a>&gt; Curso de
F&iacute;sica Avanzada &gt; Termodin&acute;mica </span></td>
<tr>
<td align="center" valign="middle" background="..fisicaavanz2.gif"><div align="center"
class="titulogrande style5 style13"><strong>Curso de F&iacute;sica Avanzada -
Termodin&acute;mica</strong></div></td>
</tr>
</table>
<div align="left">

```

```





```

4.2. Termodinámica. Introducción. Marco 5

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
    background-color: #B8C9C8;
}
.style1 {
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    font-size: 12px;
    font-weight: bold;
    color: #0000CC;
}
a:link {
    color: #990033;
    text-decoration: none;
}
a:visited {
    text-decoration: none;
    color: #990033;
}
a:hover {
    text-decoration: none;
    color: #0000FF;
}

```

```

}
a:active {
    text-decoration: none;
    color: #FF0000;
}
a {
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    font-size: 9px;
}
.style14 {
    color: #FFFFFF;
    font-size: 10pt;
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
}
.style15 {color: #B8C9C8}
.style19 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 9px; color: #990033; }
.style22 {color: #990033}
.style25 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 9px; }
.style26 {font-size: 9px}
.style28 {
    color: #990033;
    font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
    font-size: 9px;
}
-->
</style>
</head>

<body>
<div align="center">
    <table width="169" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0" bgcolor="#6699CC">
        <tr>
            <td bgcolor="#78C7A9"><div align="center"><span class="style14">INDICE TERMODINAMICA
</span></div></td>
        </tr>
        <tr>
            <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style28"><a
href="introduccion.htm" target="mainFrame">INTRODUCCION</a></span></span></div></td>
            </tr>
            <tr>
                <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style19"> <a
href="termoclasica.htm" target="mainFrame">TEMODINAMICA CLASICA
</a></span></span></div></td>
                </tr>
                <tr>
                    <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style15"><a href="helmholtz.htm"
target="mainFrame"><span class="style19"> HELMHOLTZ </span></a></div></td>
                    </tr>
                    <tr>
                        <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style25">
<span class="style22">
                        <a href="entalpia.htm"
target="mainFrame">ENTALPIA</a></span></span></span></div></td>
                        </tr>
                        <tr>
                            <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style19"> <a
href="gibbs.htm" target="mainFrame">FUNCION DE GIBBS </a></span></span></div></td>

```

```

</tr>
<tr>
  <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style15"><span class="style19"> <a
href="chatelier.htm" target="mainFrame">CHATELIER-BRAUN</a></span></span></div></td>
</tr>
<tr>
  <td bgcolor="#B8C9C8"> <div align="center" class="style19"> <a href="postulados.htm"
target="mainFrame">POSTULADOS</a></div></td>
</tr>
<tr>
  <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a href="estabilidad.htm"
target="mainFrame">ESTABILIDAD </a></span></div></td>
</tr>
<tr>
  <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><span class="style19"> <a href="propiedt=0.htm"
target="mainFrame">PROPIEDADES DE T = 0 </a></span></div></td>
</tr>
</table>
<p class="style1">&nbsp;</p>
</div>
</body>
</html>

```

4.3. Termodinámica. Termodinámica Clásica

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="termoclasica_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="termoclasica_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="termoclasica_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TERMODINAMICA CLASICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
  <o:Author>HHMM</o:Author>
  <o:Template>Normal</o:Template>
  <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
  <o:Revision>8</o:Revision>
  <o:TotalTime>69</o:TotalTime>
  <o:Created>2007-01-21T18:12:00Z</o:Created>
  <o:LastSaved>2007-05-29T20:16:00Z</o:LastSaved>

```

```

<o:Pages>2</o:Pages>
<o:Words>2541</o:Words>
<o:Characters>13977</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>116</o:Lines>
<o:Paragraphs>32</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>16486</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:612.0pt 792.0pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1

```

```

        {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
    {mso-list-id:124935964;
    mso-list-type:simple;
    mso-list-template-ids:147871664;}
@list l0:level1
    {mso-level-tab-stop:none;
    mso-level-number-position:left;
    mso-level-legacy:yes;
    mso-level-legacy-indent:14.15pt;
    mso-level-legacy-space:0cm;
    margin-left:14.15pt;
    text-indent:-14.15pt;}
@list l1
    {mso-list-id:717631367;
    mso-list-type:simple;
    mso-list-template-ids:147871664;}
@list l1:level1
    {mso-level-tab-stop:none;
    mso-level-number-position:left;
    mso-level-legacy:yes;
    mso-level-legacy-indent:14.15pt;
    mso-level-legacy-space:0cm;
    margin-left:14.15pt;
    text-indent:-14.15pt;}
@list l2
    {mso-list-id:807161046;
    mso-list-type:simple;
    mso-list-template-ids:-252808320;}
@list l2:level1
    {mso-level-start-at:2;
    mso-level-tab-stop:none;
    mso-level-number-position:left;
    mso-level-legacy:yes;
    mso-level-legacy-indent:14.15pt;
    mso-level-legacy-space:0cm;
    margin-left:14.15pt;
    text-indent:-14.15pt;}
ol
    {margin-bottom:0cm;}
ul
    {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;

```

mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}

</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="5122"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<td><p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>TERMODINAMICA CLASICA<o:p></o:p></p> <p class=MsoNormal><o:p>&nbsp;</o:p></p> <p class=MsoNormal>Con base en este problema b&acute;sico, se puede postular que debe existir una funci&acute;n de cualquier sistema compuesto llamada entrop&iacute;a, definida para todo estado en equilibrio y con las siguientes propiedades: Es funci&acute;n de un par&acute;metro extensivo del sistema compuesto y los valores asumidos por el par&acute;metro extensivo en la ausencia de una constricci&acute;n interna son aquellos que maximizan la entrop&iacute;a sobre el marco de estados constringidos de equilibrio.<o:p></o:p></p> <p class=MsoNormal><o:p>&nbsp;</o:p></p> <p class=MsoNormal>En ausencia de equilibrio constringido el sistema es libre de seleccionar cualquiera de un n&uacute;mero de estados, cada uno de los cuales sea realizado en presencia de una posible constricci&acute;n. En ausencia de constricciones el estado alcanzado ser&acute; el de m&acute;xima entrop&iacute;a. La relaci&acute;n que nos da la entrop&iacute;a como funci&acute;n de un par&acute;metro extensivo se conoce como una relaci&acute;n fundamental, y entonces si se conoce la relaci&acute;n fundamental de un sistema particular, toda la informaci&acute;n termodin&acute;mica concebible se obtiene de ella. La entrop&iacute;a de un sistema compuesto es aditiva bajo los subsistemas constituyentes. La entrop&iacute;a es continua y diferenciable y es tambi&eacute;n, una funci&acute;n mon&acute;tona creciente de la energ&iacute;a.<o:p></o:p></p> <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'> <!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"> <v:stroke joinstyle="miter"/> <v:formulas> <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/> <v:f eqn="sum @0 1 0"/> <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
--


```
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> ... ,<span
```

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">|S(U, V, N₁, ... , N_r</p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:14.15pt;text-align:center;text-indent:-14.15pt;mso-list:skip'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'>

<!--[if !supportLists]>

2. </p></p>

<!--[endif]>

La propiedad monotónica postulada implica que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:14.15pt;text-align:center'>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:74.25pt;height:33pt' o:ole="">

<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image003.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]>

<!--[if !vml]>

<!--[endif]>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957069">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]>

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:14.15pt;text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='mso-list:skip'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'>

<!--[if !supportLists]>

3. </p></p>

<!--[endif]>

La propiedad de continuidad y diferenciabilidad implica que la energía es una función continua, diferenciable y univaluada de S, V, N₁, ... , N_r, y la función:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:14.15pt;text-align:center'><span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S(U, V, N₁, ... , N_r</p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:skip'>sólo se puede resolver para U en la forma:</p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>U(S, V, N₁, ... , N_r</p></p>

<p class=MsoNormal> </p></p>

<p class=MsoNormal>La entropía de cualquier estado es cero en el estado para el cual:</p></p>

<p class=MsoNormal> </p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:74.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image005.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957070">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

</p>

<p class=MsoNormal>lo que implica temperatura igual a cero.</p></p>

<p class=MsoNormal> </p></p>

<p class=MsoNormal>Se puede escribir la ecuación fundamental de la forma: U(S, V, N₁, ... , N_r). Calculando la diferencial:</p></p>

<p class=MsoNormal> </p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:270.75pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image007.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957071">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Las derivadas parciales se denominan parámetros intensivos, y las
 notaciones siguientes son convencionales:</p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75"
 style='width:78.75pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957072">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 Temperatura<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75"
 style='width:81.75pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image011.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957073">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 Presión<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75"
 style='width:89.25pt;height:36.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image013.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957074">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]>-->
Potencial electroquímico de la j-
componente<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Por lo que: <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span
class=GramE><span style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:
ES'>dU<span style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
mso-ansi-language:ES'> = TdS + PdV
+ <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>m<sub><span
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES'>1</sub><span
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES'>N₁ + <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>×<span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>×<span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>×<span
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES'> + <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>m<sub><span
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES'>r</sub><span
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-
language:ES'>N_r
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES'>.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue;mso-ansi-language:ES'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El término - PdV = <span
class=Spelle>dW₂₁ que es el trabajo mecánico. Para el caso de un
número constante de moles:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=FR
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:FR'>dU = TdS - dW_m
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Þ

lang=FR style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:FR'> TdS = dU - dW_m</p></p>

<p class=MsoNormal>pero:</p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dQ = dU - dW_m</p></p>

<p class=MsoNormal>así que:</p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dQ = TdS</p></p>

<p class=MsoNormal></p> </p></p>

<p class=MsoNormal>Lo anterior significa que el flujo de calor dentro de un sistema está asociado con el incremento de entropía en un sistema.</p></p>

<p class=MsoNormal>El término: </p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:1in;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image015.emz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957075"></o:OLEObject></xml><![endif]></p></p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'></p> </p></p>

<p class=MsoNormal>se llama trabajo químico cuasiestático, por lo que representa el incremento de la energía interna con la suma de material al sistema, y por lo tanto: </p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dU = dQ + dW_m + dW_c.</p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'></p> </p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'>Podemos con todo esto tener un conjunto de relaciones funcionales llamadas ecuaciones de estado y expresan parámetros intensivos en términos de los parámetros extensivos independientes y son:

$$T = T(S, V, N)$$

$$P = P(S, V, N)$$

$$j = j(S, V, N)$$

$$m = m(S, V, N)$$

$$T = T(S, V, N)$$

De estas se sigue que las ecuaciones de estado son homogéneas de orden cero, o sea:

$$T(\lambda S, \lambda V, \lambda N) = T(S, V, N)$$

$$P(\lambda S, \lambda V, \lambda N) = P(S, V, N)$$

$$j(\lambda S, \lambda V, \lambda N) = j(S, V, N)$$

$$m(\lambda S, \lambda V, \lambda N) = m(S, V, N)$$

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|T(S, V, N₁, ... , N_r</p></p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p></p>

<p class=MsoNormal>Para resumir denotaremos los parámetros extensivos (V, N₁, ... , N_r) por (x₁, x₂, ... , x_t), así que:<o:p></o:p></p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>U = U(S, x₁, x₂, ... , x_t</p></p></p>

<p class=MsoNormal>Los parámetros intensivos se denotan por:<o:p></o:p></p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:137.25pt;height:33pt' o:ole="">

<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image017.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957076">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:171.75pt;height:36.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image019.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957077">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'>luego:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:90pt;height:32.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image021.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957078">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>La ecuación fundamental por mol

es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:209.25pt;height:27pt' o:ole="">

<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image023.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957079">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Tomando la variación infinitesimal:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:101.25pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image025.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037">

DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957080">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>donde:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:138pt;height:32.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957081">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 ,<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left'>igualmente: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:60pt;height:33.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image029.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1039"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957082">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 ,<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left'>luego: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>du = Tds - Pdv<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Si ahora consideramos a S como dependiente y denotamos a u por x₀, tenemos:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>S = S(x₀, x₁, ..., x_t</p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>se toma la variación infinitesimal y se tiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1040" type="#_x0000_t75" style='width:1in;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image031.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957083">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>La cantidad:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75" style='width:41.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957084">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y así<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1042" type="#_x0000_t75" style='width:116.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image035.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1042"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957085">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Así; la relación; n <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S = S(x₀, ..., <span
 class=SpellE>x_j, ...) <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la relación; n entrópica
 fundamental y el conjunto de parámetros x₀, ..., <span
 class=SpellE>x_j, ..., x_t son los
 parámetros entrópicos extensivos, y al conjunto de variables F₀, ...,
 F_j, ..., F_t se le
 llaman los parámetros intensivos. La relación; n <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>U = U(S, x₁, ..., <span
 class=SpellE>x_j, ...) <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la relación; n energética;
 fundamental. El conjunto de variables S, x₁, ..., <span
 class=SpellE>x_j, ..., x_t son los
 parámetros extensivos energéticos y el conjunto de variables P₁, ...,
 P_t son los parámetros intensivos
 energéticos. <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Considerando un sistema compuesto cerrado que consiste de dos sistemas
 simples separados por una pared rígida e impermeable a la materia, pero no al flujo de
 calor. Los volúmenes y números de moles para cada sistema simple están
 fijos, pero las energías U¹ y
 U⁽²⁾ son tales que maximicen la entropía, y por la condición para un
 extremo, la transferencia de energía del sistema de 1 a 2 no cambia la entropía en
 estado de equilibrio. dS =
 0. <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Por la aditividad de la entropía para los dos
 subsistemas: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>S = S⁽¹⁾(U⁽¹⁾, V⁽¹⁾, ..., N_j⁽¹⁾, ...) = S⁽²⁾(U⁽²⁾, V⁽²⁾, ..., N_j⁽²⁾, ...)<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Como U⁽¹⁾ y U⁽²⁾ cambian por la transferencia virtual de energ&iacuta;a:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1043" type="#_x0000_t75" style='width:207pt;height:36pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image037.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957086">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>pero tenemos que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1044" type="#_x0000_t75" style='width:74.25pt;height:33.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image039.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957087">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape

id="_x0000_i1045" type="#_x0000_t75" style='width:117.75pt;height:27.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image041.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1045"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957088">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>por condición de conservación <span
class=SpellE>dU⁽²⁾ = - dU⁽¹⁾ por lo
que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1046" type="#_x0000_t75" style='width:101.25pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image043.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1046"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957089">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Por la condición de equilibrio dS = 0 para
valores arbitrarios de dU⁽¹⁾,&br/>
luego:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1047" type="#_x0000_t75" style='width:50.25pt;height:27.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image045.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1047"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957090">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]>-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>La propiedad de homogeneidad de primer orden en la relación
 fundamental, permite escribir la ecuación enla forma de <span
 class=Spelle>Euler. De la definición de la propiedad homogénea de primer
 orden se tiene para cualquier <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>I<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que U<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>I<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>S, <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>I<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>x₁<span
 class=GramE>, ... , <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
 family:Symbol'>I<span
 class=Spelle><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>x_r<span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) = <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>I<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>U(S, x₁, ... , <span
 class=Spelle>x_r). Diferenciando respecto a <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>I<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

```

<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1048" type="#_x0000_t75" style='width:264.75pt;height:32.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image047.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1048"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957091">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:227.25pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image049.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957092">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Para </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>|</span></span><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 1:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:147pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image051.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957093">

```



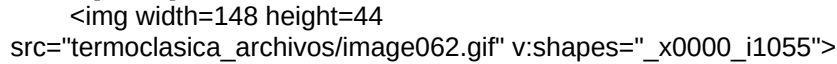
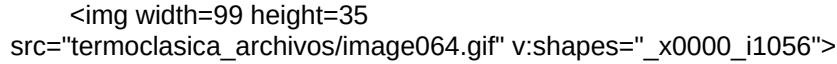
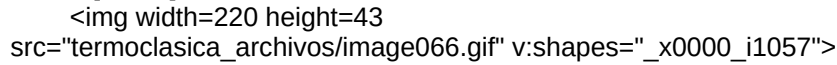
```

</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
    <o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
    <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1051" type="#_x0000_t75" style='width:1in;height:32.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image053.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
    <![if !vml]>
    
    <![endif]>
    </sub>
    <!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1051"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957094">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
    <o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Para un sistema simple:<o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
    <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1052" type="#_x0000_t75" style='width:126.75pt;height:15pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image055.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
    <![if !vml]>
    
    <![endif]>
    </sub>
    <!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1052"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957095">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
    <o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En la relaci&oacute;n entr&oacute;pica la relaci&oacute;n de <span
class=SpellE>Euler</span> es:<o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
    <!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1053" type="#_x0000_t75" style='width:50.25pt;height:32.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image057.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
    <![if !vml]>
    
    <![endif]>
    </sub>
    <!--[if gte mso 9]><xml>

```

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957096">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>así;<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1054" type="#_x0000_t75" style='width:107.25pt;height:30.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image059.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <!--[if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957097">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Supongamos que tenemos una relación fundamental en (t + 1) variables extensivas:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>U = U(S, x₁, x₂, ..., x_t</p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>que da t + 1 ecuaciones de estado P_k = P_k(S, x₁, x₂, ..., x_t). Si | = 1/x_t tenemos:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1055" type="#_x0000_t75" style='width:111pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image061.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1055"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957098">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]>-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Luego cada uno de los $t + 1$ parámetros metros intensivos es una función de t variables. La eliminación de estas t variables con $(T + 1)$ ecuaciones, nos lleva a la relación deseada entre los parámetros metros intensivos. Una forma diferencial de la relación entre los parámetros metros intensivos se puede directamente obtener de la relación de Euler y se conoce como la relación Gibbs-Dubem. Tomando la ecuación:
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1056" type="#_x0000_t75" style='width:74.25pt;height:26.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image063.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]>-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1056"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957099">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]>-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>una variación infinitesimal:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1057" type="#_x0000_t75" style='width:165pt;height:32.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image065.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]>-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1057" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957100">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>Pero conocemos que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1058" type="#_x0000_t75" style='width:108.75pt;height:32.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image067.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1058" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957101">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Para un sistema simple de una simple componente se tiene:
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>SdT - VdP + Ndm = 0,<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>o sea <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dm = - sdT + vdp.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>El número de parámetros intensivos eficientes de variaciones independientes se llama el número de grados de libertad termodinámicos de un

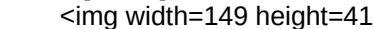
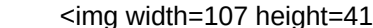
sistema dado. Un sistema simple de una componente tiene $r + 1$ grados de libertad.

Considerando todos los n meros molares constantes daremos las siguientes definiciones:

El coeficiente de expansi $\acute{o}$ n t $\acute{e}$ rmica es:

La compresibilidad isot $\acute{e}$ rmica es:

El calor espec $\acute{i}$ fico a presi $\acute{o}$ n constante es:

o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image073.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

src="termoclasica_archivos/image074.gif" v:shapes="_x0000_i1061">
<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1061"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957104">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>que es el flujo cuasiestático de calor por mol requerido para producir un incremento unitario de la temperatura de un sistema mantenido a presión constante.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>La cantidad: (¶T¶V_S representa el incremento en la temperatura por unidad de incremento de volumen en un proceso cuasiestático y adiabático.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>La cantidad:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1062" type="#_x0000_t75" style='width:80.25pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image075.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

src="termoclasica_archivos/image076.gif" v:shapes="_x0000_i1062">
<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1062">

DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957105">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>es el cambio requerido de la presión para inducir un flujo unitario de calor a volumen constante y a un número molar constante.</o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Sea la ecuación del cáculo:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1063" type="#_x0000_t75" style='width:81pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image077.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1063"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957106">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>pero:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1064" type="#_x0000_t75" style='width:129.75pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image079.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1064"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957107">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1065" type="#_x0000_t75" style='width:135.75pt;height:33pt'

o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image081.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1065"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957108">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1066" type="#_x0000_t75" style='width:87.75pt;height:32.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image083.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1066"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957109">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La ecuaci&ocute;n fundamental de un sistema simple se puede considerar
como la defini&ocute;n de una superficie en un espacio termodin´mico de <span
class=SpellE>configuraci&ocute;n. Las coordenadas en este espacio son los
par´metros extensivos U, V, N₁,..., <span
class=SpellE>N_r y S. La ecuaci&ocute;n fundamental S = <span
class=GramE>S(U, V, N₁,..., N_r),
define una superficie como la de la figura (1). Se notar´ que de acuerdo a
que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1067" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:33pt' o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image085.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>


```

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1067"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957110">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> positiva, y U es una funci&oacute;n univaluada
de S, ..., <span class=SpellE>x<sub>j</sub></span>, .... Por definici&oacute;n cada punto en el
espacio de configuraci&oacute;n representa a un estado de equilibrio. Una curva arbitraria como la
de la figura (1), que va de un estado inicial a un final en la <span
class=SpellE>hipersuperficie</span> que representa la ecuaci&oacute;n fundamental del sistema
en el espacio de configuraciones, se conoce como un proceso <span
class=SpellE>cuasiest&aacute;tico</span>, definido como una sucesi&oacute;n de estados de
equilibrio.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Para un sistema dado con un tiempo de <span class=GramE>relajaci&oacute;n
</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, los procesos que ocurren en
tiempos comparados con </span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, son aproximadamente <span
class=SpellE>cuasiest&aacute;ticos</span>. para estos procesos se puede decir que
aproximadamente:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1068" type="#_x0000_t75" style='width:42.75pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image087.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1068"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957111">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->

```

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El tipo idealizado de procesos en los cuales el incremento de entropía es cero, se llama un proceso reversible, y coinciden con un proceso cuasiestático. No es posible tener procesos cuasiestáticos que no coinciden con lugares de entropía constante, lo que implica que no son procesos reversibles.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Se dice que un proceso es irreversible si está asociado con un incremento en la entropía. Todos los procesos reales caen dentro de esta categoría. Para invertir uno de estos procesos y decrecer la entropía de un sistema, un incremento en la entropía correspondiente debe ocurrir en algún sistema acoplado.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Una fuente de trabajo reversible se define como un sistema cerrado por paredes rígidas e impermeables, caracterizado por un tiempo de relajamiento suficientemente corto, de forma que todos los procesos de interés dentro de él son cuasiestáticos. El único flujo posible de energía de una fuente reversible de calor, es en forma de calor, así que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1069" type="#_x0000_t75" style='width:232.5pt;height:243.75pt'><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image089.png" o:title=""/></v:shape><![endif]>

<![if !vml]>

<![endif]>

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>Figura (1)<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Una fuente de trabajo reversible se define como un sistema cerrado por paredes rígidas e impermeables, caracterizado por un tiempo de relajamiento suficientemente corto, de forma que todos los procesos de interés dentro de él son cuasiestáticos. El único flujo posible de energía de una fuente reversible de calor, es en forma de calor, así que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dU = dQ = TdS<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si todos los procesos ocurren entre estados dados inicial y final de uun sistema, el flujo de calor a una fuente reversible de trabajo asociada es máximo para procesos reversibles. Los flujos de trabajo y calor son los mismos para todos los procesos reversibles entre los estados dados.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Sea DQ^c el calor transferido a la fuente reversible de calor. Sea T^c(S^c) la temperatura de la fuente reversible de calor. La temperatura es una función solamente de la entropía para V y N'_S constantes de la fuente reversible de calor. Sea la entropía inicial de la fuente reversible de calor S^c₀ de forma que su valor terminal sea S^c₀ = (S_B - S_A). El calor transferido a la fuente reversible de calor es:<o:p></o:p></p>

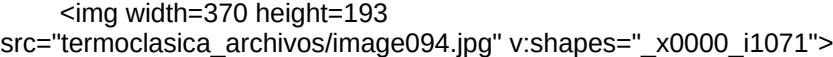
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1070" type="#_x0000_t75" style='width:104.25pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image091.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1070" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957112"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1071" type="#_x0000_t75" style='width:277.5pt;height:144.75pt'><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image093.png" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]>



El problema formal es el siguiente: dada la relación fundamental $Y = Y(x)$, se desea encontrar el m que todo para el cual $P = k$

$Y = Y(x)$ es la pendiente de la curva. Si se desea considerar a P como una variable independiente en lugar de x , lo simple es eliminar a x y obtener a Y como $Y(P)$, pero se perderá una parte del contenido matemático de la relación fundamental, o sea que conocer Y como función de x

dY/dx no nos permite reconstruir la curva $Y = Y(x)$

Una solución es que justo como cualquier punto en el plano está descrito por dos puntos x , y , así toda línea recta se puede describir por dos puntos P y Q

donde P es la pendiente y Q es la ordenada al origen. Una relación $Y = Y(x)$ selecciona un subconjunto de todos los posibles puntos (x, y) . La relación

</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1073"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957114">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Si suponemos la relaci´n $Y = Y(x)$ y por diferenci´n tenemos: $P = P(x)$, eliminando x y Y de las anteriores ecuaciones se obtiene la
 relaci´n entre <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'> y <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y P .<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>En termodin´mica la relaci´n fundamental es $U(S, V,$
 $x_{₁}, \dots,$ $x_{_t}$), o $U(S, V, N_{₁}, \dots,$
 <span
 class=SpellE> $N_{_t}$). Las derivadas correspondientes $P_{₀},$
 $P_{₁}, \dots$ corresponden a los par´metros intensivos $T - P,$ <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'> m <sub><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 1 </sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, ... y las funciones
 transformadas de Legendre se llaman potenciales
 termodin´micos, y son los siguientes:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
 mso-list:l1 level1 lfo4'>
 <![if !supportLists]>
 <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;
 color:blue'>1.<span style='font:7.0pt "Times New
 Roman"'>
 <![endif]>
 <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>El potencial de Helmholtz, que es una
 transformaci´n parcial de Legendre de U que reemplaza la
 entropía por la temperatura como variable independiente, y tiene la relaci´n: $F =$
 $F(T, V, N_{₁}, N_{₂}, \dots)$.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;

</sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1075"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957117">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
 mso-list:skip'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
 mso-list:l2 level1 lfo6'>
 <![if !supportLists]>
 <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;
 color:blue'>3.<span style='font:7.0pt "Times New
 Roman"'>
 <![endif]>
 <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>La función de Gibbs es una
 transformación parcial de Legendre de U que reemplaza
 simultaneamente la entropía por la temperatura y el volumen
 por la presión como variables independientes.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='margin-left:14.15pt;text-align:center'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1076" type="#_x0000_t75" style='width:182.25pt;height:65.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image103.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1076"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957118">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Para la entalpía <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>dQ<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span
 class=SpellE>TdS<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>por lo que <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=FR
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:FR'>dH = <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">dQ + VdP,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>pero <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dQ = dU + PdV,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dH = dU + PdV +VdP<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dH = dQ + VdP<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>dividiendo entre T:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1077" type="#_x0000_t75" style='width:78pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image105.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1077" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957119">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>a P = cte:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1078" type="#_x0000_t75" style='width:95.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="termoclasica_archivos/image107.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1078" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957120">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>por lo que:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1079" type="#_x0000_t75" style='width:54pt;height:30.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image109.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1079"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957121">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>lo que implica:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dH = C_p dT<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Para un proceso isobárico:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1080" type="#_x0000_t75" style='width:77.25pt;height:33pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image111.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1080"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957122">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>además:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dH<span

$$H = H(S, P)$$

por lo que:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_P = T$$

comparando con
$$dH = T dS - P dV + \sum \mu_i dN_i$$
se tiene:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_P = T$$

pero

$$H = U + PV$$

por lo que:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_P = T$$

G = H - TS.<o:p></o:p></p>

<o:p> </o:p></p>

Dado que U, H, F y G son funciones reales, sus diferenciales son exactas, del tipo: dz = Mdx + Ndy, donde z, M, N son funciones de x y y, por lo que:<o:p></o:p></p>

<sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1083" type="#_x0000_t75" style='width:68.25pt;height:32.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image117.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]>

<!--[if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1083" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957125">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]>

<o:p></o:p></p>

<o:p>&asiacute;</o:p></p>

<sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1084" type="#_x0000_t75" style='width:188.25pt;height:113.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image119.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]>

<!--[if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1084" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957126">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]>

<o:p></o:p></p>

<o:p> </o:p></p>

<o:p>&y estas son las ecuaciones de Maxwell:</o:p></p>

<o:p> </o:p></p>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1085" type="#_x0000_t75" style='width:149.25pt;height:147pt'>

<v:imagedata src="termoclasica_archivos/image121.png" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Consideremos un sistema en contacto diatérmico con una fuente de
 calor. Supondremos que algunas constricciones internas dentro del sistema compuesto se han
 removido, y estamos interesados en la condición matemática que permita predecir
 el estado de equilibrio del sistema compuesto. En el estado de equilibrio la energía total del
 sistema compuesto, más la fuente es mínima:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>d(U + U^r) =
 0 y d²(U + U^r) = <span
 class=SpellE>d²U > 0<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>sujeto<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>a la condición isentrópica; d(S +
 S') = 0. La cantidad d²U' = 0 en la ecuación,
 porque d²U' es una suma de productos de la
 forma:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1086" type="#_x0000_t75" style='width:192pt;height:36.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="termoclasica_archivos/image123.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1086"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241957127">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Si la pared interna es movable e impermeable tenemos: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

$$dN_{j(1)} = dN_{j(2)} = d(V_{(1)} + V_{(2)}) = 0$$

para el k-ésimo componente se tiene que:

$$dN_{k(1)} = dN_{k(2)} = dN_{j(2)} = dV_{(1)} = dV_{(2)} = 0$$

$$K$$

Estas ecuaciones son suficientes para determinar el estado de equilibrio.

La diferencial dU involucra términos:

$$dS + T dS_{(2)} - dV - P dV_{(2)}$$

que aparecen del flujo de calor entre el sistema compuesto y la fuente, y términos tales como:

$$-P dV_{(2)}$$

y otros como:

$$-P dV_{(2)}$$

Symbol'>m_{R}^{(1)}dN_R^{(1)} + m_{R}^{(2)}dN_R^{(2)}<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>que aparecen del proceso virtual de interés dentro del sistema compuesto. Los términos <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>T⁽¹⁾ dS⁽¹⁾ + T⁽²⁾ dS⁽²⁾<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>combinan con el término <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dU^r = T^r^{dS}^r<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y se tiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>T⁽¹⁾⁽¹⁾ + T⁽²⁾⁽²⁾ + T^r^{dS}^r = T⁽¹⁾^{dS}⁽¹⁾ + T⁽²⁾^{dS}⁽²⁾ - T^r^{d(S}⁽¹⁾ + S⁽²⁾) = 0<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>T⁽¹⁾ + T⁽²⁾ = T^r<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Un aspecto evidente del estado final de equilibrio es el hecho de que la fuente mantiene una temperatura constante en todo el sistema. Examinaremos la primera ecuación con el fin de darle otra representación. Se puede escribir; <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

$$d(U + TS) = dU + TdS + SdT = 0, \text{ o } dU = -TdS.$$

Como T es constante la conmutamos con el operador diferencial $\rightarrow$ para:

$$d(U - TS) = dU - TdS - SdT = 0, \text{ o } d(U - TS) = dU - TdS$$

como T es constante

$$d_2(U - TS) = 0 \text{ y } d_2(U - TS) = d(U - TS) > 0$$

$$y \text{ la cantidad } (U - TS) \text{ tiene la forma de un potencial de Helmholtz.}$$

Se ha visto que una característica evidente del equilibrio es que la temperatura del sistema compuesto es T . Si se acepta esta parte de la solución puede restringir nuestra investigación para el estado de equilibrio sobre el marco de estados para los cuales $T = T_S$, pero bajo este marco de estados $U - TS$ es idéntico a $U - TS$ y se tiene:

$$d(U - TS) = dU - TdS - SdT = 0$$

$$dF = d(U - TS) = dU - TdS - SdT = 0$$

la condición de que $T = T_S$, luego el estado de equilibrio minimiza el potencial de Helmholtz, no de forma absoluta, sino sobre el marco de estados para los cuales $T = T_S$.


```

</div>

</body>

</html>

```

4.4. Termodinámica. Principio del mínimo para el potencial de Helmholtz

```

<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="helmholtz_archivos/filelist.xml">
<title>PRINCIPIO DEL MINIMO PARA EL POTENCIAL DE HELMHOLTZ</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
  <o:Author>HHMM</o:Author>
  <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
  <o:Revision>2</o:Revision>
  <o:TotalTime>4</o:TotalTime>
  <o:Created>2007-01-21T18:39:00Z</o:Created>
  <o:LastSaved>2007-05-27T23:13:00Z</o:LastSaved>
  <o:Pages>1</o:Pages>
  <o:Words>148</o:Words>
  <o:Characters>820</o:Characters>
  <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
  <o:Lines>6</o:Lines>
  <o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
  <o:CharactersWithSpaces>967</o:CharactersWithSpaces>
  <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]>>
<style>
<!--
/* Style Definitions */

```

```

p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}

span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}

@page Section1
    {size:612.0pt 792.0pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}

div.Section1
    {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}

</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="789" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
    <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD

```

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PRINCIPIO DEL MINIMO PARA EL POTENCIAL DE HELMHOLTZ<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El valor de equilibrio de cualquier parámetro interno sin constricciones en un sistema en contacto distérmico con una fuente de calor minimiza el potencial de Helmholtz a temperatura constante, igual a la de la fuente.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El establecer que el potencial de Helmholtz del sistema sólo es mínimo, es una forma de decir que. <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dF = d(U - TS)<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>y el término d(-TS) representa el cambio en la energía de la fuente si: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>T = T^r<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>-dS = dS^r. <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Consideremos un sistema compuesto en el cual cada subsistema está con una fuente simple de presión, de paredes no restrictivas con respecto al volumen. También consideremos que algunas constricciones internas dentro del sistema compuesto se han eliminado. La primera condición de equilibrio se puede escribir:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>d(U + U^r) = dU - P^rdV^r = dU + P^rdV^r = 0,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>ooo

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>d(U+P^rV)</p>

<p class=MsoNormal>Aceptando la evidente condición de que <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>P = P^r<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>se escribe: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dH)</p>

<p class=MsoNormal>con la condición auxiliar <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>P = P^r<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

</div></td>

</tr>

</table>

</body>

</html>

4.5. Termodinámica. Principio mínimo para la Entalpía

<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office" xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word" xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

<meta name=ProgId content=Word.Document>

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

<link rel=File-List href="entalpia_archivos/filelist.xml">

<title>PRINCIPIO MINIMO PARA LA ENTALPIA</title>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:DocumentProperties>

<o:Author>HHMM</o:Author>

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

<o:Revision>2</o:Revision>

<o:TotalTime>64</o:TotalTime>

<o:Created>2007-01-21T18:43:00Z</o:Created>

<o:LastSaved>2007-05-27T23:08:00Z</o:LastSaved>

<o:Pages>1</o:Pages>

```

<o:Words>81</o:Words>
<o:Characters>450</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>3</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>530</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:612.0pt 792.0pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}

```

```

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="789" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
    <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PRINCIPIO MINIMO PARA LA
ENTALPIA</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:red'><o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>El valor de equilibrio de alg&uacute;n par&aacute;metro interno sin constricciones en un
sistema en contacto con una fuente de presi&oacute;n minimiza la entalp&iacute;a a
presi&oacute;n constante, igual que la presi&oacute;n de la fuente.<o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Finalmente consideremos un sistema en contacto simult&aacute;neo con fuentes de
calor y presi&oacute;n. De nuevo:<o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><span
style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span></span><span class=GramE><span
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES-MX'>d(</span></span><span
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES-MX'>U + <span
class=SpellE>U<sup>r</sup></span>) = <span class=SpellE>dU</span> - <span
class=SpellE>T<sup>r</sup></span>dS</span> + <span class=SpellE>P<sup>r</sup></span><span
class=SpellE>dV</span> = 0, <o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>si</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> aceptamos la evidencia de las
condiciones:<o:p></o:p></span></p>
    <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

```

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>T = T^r y P =
 P^r <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>se<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> puede escribir: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>dG<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = d(U - TS +
 PV) = 0<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>con<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> las condiciones auxiliares:
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>T = <span
 class=SpellE>T^r<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>y<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>P = <span
 class=SpellE>P^r<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 </div></td>
 </tr>
 </table>
 </body>
 </html>

4.6. Termodinámica. Principio de mínimo para la función de Gibbs

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="gibbs_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="gibbs_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="gibbs_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>PRINCIPIO DE MINIMO PARA LA FUNCION DE GIBBS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
```

```

<o:DocumentProperties>
  <o:Author>HHMM</o:Author>
  <o:Template>Normal</o:Template>
  <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
  <o:Revision>3</o:Revision>
  <o:TotalTime>13</o:TotalTime>
  <o:Created>2007-01-21T19:46:00Z</o:Created>
  <o:LastSaved>2007-05-28T13:02:00Z</o:LastSaved>
  <o:Pages>1</o:Pages>
  <o:Words>726</o:Words>
  <o:Characters>3995</o:Characters>
  <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
  <o:Lines>33</o:Lines>
  <o:Paragraphs>9</o:Paragraphs>
  <o:CharactersWithSpaces>4712</o:CharactersWithSpaces>
  <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
  <w:WordDocument>
    <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
    <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
    <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
    <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
    <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
    <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
    <w:Compatibility>
      <w:BreakWrappedTables/>
      <w:SnapToGridInCell/>
      <w:WrapTextWithPunct/>
      <w:UseAsianBreakRules/>
    </w:Compatibility>
    <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
  </w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
  {mso-style-parent:"";
  margin:0cm;
  margin-bottom:.0001pt;
  text-align:justify;
  mso-pagination:widow-orphan;
  mso-layout-grid-align:none;
  punctuation-wrap:simple;
  text-autospace:none;
  font-size:12.0pt;
  mso-bidi-font-size:10.0pt;
  font-family:"Times New Roman";
  mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
  mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
  {mso-style-name:"";
  mso-spl-e:yes;}
span.GramE
  {mso-style-name:"";

```



```

        mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:612.0pt 792.0pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table width="789" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PRINCIPIO DE MINIMO PARA LA FUNCION DE
GIBBS</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El valor de equilibrio de alg&uacute;n par&aacute;metro interno sin constricciones
en un sistema en contacto con una fuente de presi&oacute;n y temperatura, minimiza la
funci&oacute;n de <span class=Spelle>Gibbs</span> a presi&oacute;n y temperatura constantes,
igual a aquellas de las respectivas fuentes.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```


separados por una pared adiabática e impermeable movable. Los sistemas también están en contacto diatérmico con una fuente de calor de temperatura T ^{r} . El problema es predecir los volúmenes V_1 y V_2 de los dos subsistemas.

$\Delta T = 0$

$F = F_1 + F_2$

$$T^r = T_1 = T_2$$

$\Delta T = 0$

$dF = 0$

$\Delta T = 0$

$\Delta T = 0$

Diagrama de flujo de energía y materia:

Diagrama de flujo de energía y materia:

Diagrama de flujo de energía y materia:

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>y con la condición de conservación: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dV^{(1)} = - dV⁽²⁾, <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>encontramos como se esperaba: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>P⁽¹⁾ =

P⁽²⁾<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La entalpía es una función natural de las variables S, P, N₁, N₂, ... y esta representación es conveniente en el análisis de problemas en los cuales la presión se mantiene constante por una fuente de presión.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La entropía se puede ver como una variable de trabajo de sistema en contacto con una fuente de presión. Consideremos un sistema en contacto con una fuente de presión y con una fuente reversible de trabajo. El trabajo que entra en la fuente reversible de trabajo es igual al decrecimiento en energía del sistema y de la reserva:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dW^{(RWS)} = - d(U + U^r), <o> dW^(RWS) = - dH<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Justo como la energía U actúa como un potencial de trabajo para sistema de entropía constante, y el potencial de Helmholtz actúa como un potencial de trabajo para sistemas de presión constante.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Podemos hacer una generalización de lo anterior, el trabajo liberado en un proceso reversible por un sistema en contacto con un conjunto de reservas, con parámetros intensivos P₁⁽¹⁾, P₂⁽²⁾, ... es igual al decrecimiento de U(P₁, P₂, ...).<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

La funci^on de Gibbs es una funci^on natural de las variables (T, P, N₁, N₂, ..., ...) y es conveniente en el an^alisis de problemas que involucren T, P, N₁, N₂, ..., con T y P = cte. Los procesos quⁱmicos frecuentemente se llevan a cabo en abierto, de tal forma que terminan a presi^on atmosf^erica y temperatura ambiente.

<p> </p>

Para un sistema en contacto con una fuente de trabajo reversible, y tambi^en con reservas de calor y presi^on, la funci^on de Gibbs act^ua como un potencial de trabajo:

<p> </p>

$$dW = (RWS) = - dG$$

<p> </p>

la funci^on de Gibbs mide el posible trabajo en el proceso reversible para un sistema a T y P constantes, y se le conoce como la energⁱa libre de Gibbs.

<p> </p>

Un m^etodo para manipular las alternativas de las derivadas termodin^amicas, es el basado en las propiedades de los Jacobianos. Si u, v, ..., w son funciones de x, y, ..., z definimos el jacobiano como:

<p> </p>

<p align="center"><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style="width:125.25pt;height:83.25pt;o:ole="">

<v:imagedata src="gibbs_archivos/image003.emz" o:title="">

</v:shape><![endif]>

<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241844481">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]>

<p></p>
<p></p>

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La propiedad que los hace particularmente útiles en aplicaciones termodinámica es la relación:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:102pt;height:32.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="gibbs_archivos/image004.emz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241844482">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Por medio de esta relación, la derivada termodinámica de interés se puede expresar en términos de jacobianos. Una propiedad evidente que se sigue directamente de la definición de jacobiano en términos de determinantes es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:120.75pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="gibbs_archivos/image005.emz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241844483">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>En analogía directa a derivadas ordinarias:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:150pt;height:29.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="gibbs_archivos/image006.emz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241844484">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:114pt;height:42.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="gibbs_archivos/image007.emz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241844485">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Para emplear el método del Jacobiano para
 transformar una derivada dada en términos de <span
 class=Spelle>C_p, <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-
 family:Symbol;
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, <span
 class=Spelle>k_T, notamos que en cada una de las tres
 cantidades:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:189.75pt;height:30.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="gibbs_archivos/image008.emz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241844486">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Los parámetros independientes son T, P y los números molares.
El problema de reducción de una derivada dada a C_P, <span style='font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a, k_T es equivalente a la transformación de coordenadas a
T, P y las N_j como parámetros independientes.
Alternativamente establecidas la introducción de C_P, <span style='font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a, k_T es equivalente a una transformación a la
representación de la función de Gibbs.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p></td>
</tr>
</table>
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>
</div>

</body>

</html>

```

#### 4.7. Termodinámica. Principio de Chatelier-Braun

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="chatelier_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="chatelier_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="chatelier_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>

```



```

v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>PRINCIPIO DE CHATELIER-BRAUN</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>5</o:Revision>
<o:TotalTime>6</o:TotalTime>
<o:Created>2007-01-21T19:55:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T12:58:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>266</o:Words>
<o:Characters>1463</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>12</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1726</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;

```

```

 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.0pt 792.0pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PRINCIPIO DE
CHATELIER-BRAUN<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Para demostrarlo formalmente consideraremos dos parámetros extensivos que denotaremos por  $x_1$  y  $x_2$ . Sea:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='color:blue'><span style='position:relative;top:13.0pt;mso-text-raise:-13.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">

<v:stroke joinstyle="miter"/>

<v:formulas>

<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>

<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>

<v:f eqn="prod @2 1 2"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @0 0 1"/>

<v:f eqn="prod @6 1 2"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

</v:formulas>

<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>

</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:44.25pt; height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="chatelier\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844263">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='color:blue'><span style='position:relative;top:13.0pt;mso-text-raise:-13.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:44.25pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="chatelier\_archivos/image013.emz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844264">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

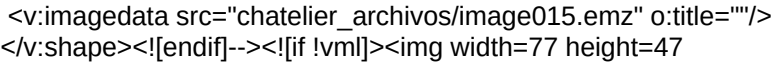
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

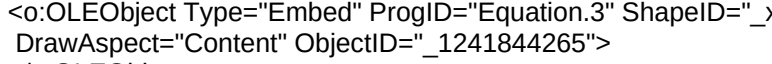
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

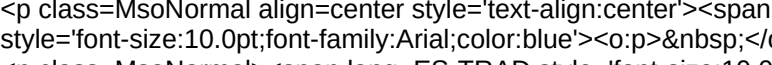
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> los cuales la energía se refiere al sistema compuesto considerado. Si  $x_1$  es el volumen del sistema </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la diferencia en la presión del sistema y la reserva, y si  $x_2$  es la entropía del sistema </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la diferencia de temperatura.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En el equilibrio </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<sub></sub></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son ceo y la desviación del equilibrio se mide por los valores de estas cantidades.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Consideremos que <span class=SpellE> $x_i$ </span> se altera cuando variamos  $x_2$ . </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> no es cero. El cambio espontáneo en  $x_1$  que se sigue es tal que decrece U. Esto es <span class=SpellE>dU</span> será negativo, así que  $dx_1$  es negativo. El principio de <span class=SpellE>Chatelier</span> demanda que este cambio negativo en  $x_1$  tiende a decrecer </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã</span></span><sub><span lang=ES-TRAD

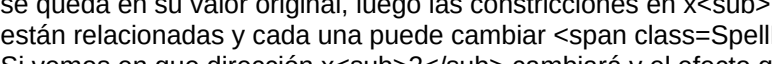
1

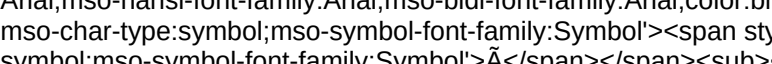
y tenemos el criterio de estabilidad:

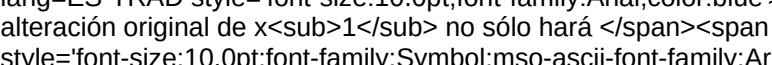


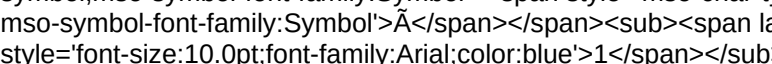


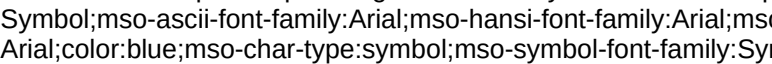


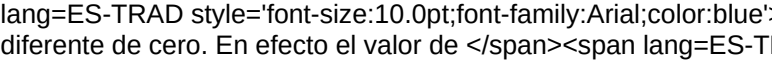


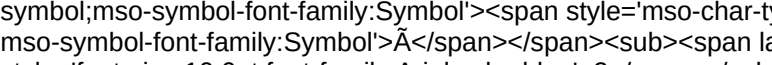


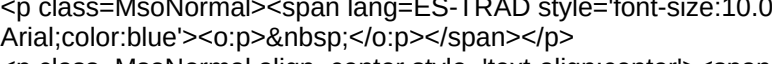


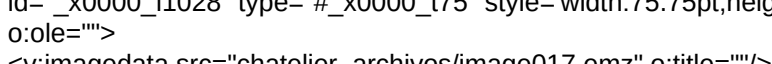












src="chatelier\_archivos/image022.gif" v:shapes="\_x0000\_i1028"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844266">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para que decrezca la energía,  $x^2$  cambiará espontáneamente, y el signo de  $dx^2$  es opuesto al de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:195pt;height:35.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="chatelier\_archivos/image018.emz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844267">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El cambio <span class=SpellE>espontaneo</span> en  $x^2$  produce un cambio en </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que se denotará por  $d^2$ </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:87.75pt;height:35.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="chatelier\_archivos/image019.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844268">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844268">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>De <span class=SpellE>stas</span> dos ecuaciones  
tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:275.25pt;height:69pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="chatelier\_archivos/image021.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844269">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y con la ecuación de Maxwell apropiada:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:123.75pt;height:72.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="chatelier\_archivos/image023.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844270">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>luego el criterio de estabilidad:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>d<sub>2</sub></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã</span></span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> &lt; 0<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Se ha mostrado que un cambio espontáneo en x<sub>2</sub> es  
tal que disminuye la perturbación primaria </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;

```

mso-symbol-font-family:Symbol'>Ã<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</sub>.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

#### 4.8. Termodinámica. Los postulados de la Termodinámica

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="postulados_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="postulados_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="postulados_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>LOS POSTULADOS DE LA TERMODINAMICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-01-21T20:05:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-27T23:14:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>149</o:Words>
<o:Characters>824</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>6</o:Lines>

```



```

<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>972</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.0pt 792.0pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:1067416592;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:147871664;}
@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;

```

[illegible]

font-family:Arial;color:blue">Debe existir un estado particular llamado de equilibrio, que macroscópicamente se caracteriza completamente por la Energía Interna U, y un conjunto de parámetros extensivos  $x_1$ ,  $x_2$ ...</span>, ...,</span>,  $x_t$  después de ser específicamente numerados.</p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><p>&nbsp;</p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'>

<![if !supportLists]>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span

style='mso-list:ignore'>2.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span>

<![endif]>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;color:blue">Debe existir una función de los parámetros extensivos, llamada Entropía, definida para todo estado de equilibrio y con las siguientes propiedades: El valor asumido por el parámetro extensivo en ausencia de constricciones son aquellos que maximizan la entropía, bajo el marco de estados de equilibrio restringidos.</p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><p>&nbsp;</p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'>

<![if !supportLists]>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span

style='mso-list:ignore'>3.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span>

<![endif]>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;color:blue">La entropía de un sistema compuesto es aditiva sobre el sistema constituyente, cuando la entropía de cada sistema constituyente es una función homogénea de primer orden de los parámetros extensivos. La entropía es continua y diferenciable, y es una función monotónicamente creciente de la energía.</p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><p>&nbsp;</p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'>

<![if !supportLists]>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span

style='mso-list:ignore'>4.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span>

<![endif]>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;color:blue">La entropía de cualquier sistema es cero en el estado en el cual:</p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><p>&nbsp;</p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shapetype

id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"

```

path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:90pt;
height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="postulados_archivos/image003.emz" o:title=""/>
</v:shape><![endif-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
</sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241794883">
</o:OLEObject>
</xml><![endif-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>

</html>

```

#### 4.9. Termodinámica. Estabilidad y transición de fase

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="estabilidad_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="estabilidad_archivos/editdata.mso">

```

```

<link rel=OLE-Object-Data href="estabilidad_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ESTABILIDAD Y TRANSICION DE FASE</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>4</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-01-21T20:01:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T13:00:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>118</o:Words>
<o:Characters>651</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>5</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>768</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;

```

```

text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
@page Section1
{size:612.1pt 792.1pt;
margin:70.9pt 3.0cm 70.9pt 3.0cm;
mso-header-margin:36.0pt;
mso-footer-margin:0cm;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ESTABILIDAD Y TRANSICION
DE FASE<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Los criterios de estabilidad son:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke jointstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:132.75pt; height:42.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="estabilidad\_archivos/image001.emz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844393"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>cuando:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:39pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="estabilidad\_archivos/image003.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844394"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si no se satisface el criterio de estabilidad, el sistema pasa por dos o más porciones llamadas fases. La fases críticas que forman la frontera entre total estabilidad e inmutabilidad están determinadas por las condiciones:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:158.25pt;height:39.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="estabilidad\_archivos/image005.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844395"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:108.75pt;height:38.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="estabilidad\_archivos/image007.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844396"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:102.75pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="estabilidad\_archivos/image009.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844397"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>A T = 0, para un sistema general, los calores específicos son cero <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:171pt;height:56.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="estabilidad\_archivos/image011.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844398"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>



<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Por lo tanto las siguientes derivadas son cero en  $T = 0$ </span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:149.25pt;height:78pt' o:ole=""><v:imagedata src="estabilidad\_archivos/image013.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844399"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:149.25pt;height:78pt' o:ole=""><v:imagedata src="estabilidad\_archivos/image015.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241844400"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las aplicaciones a la termodinámica se siguen de la interpretación específica de estas formas, cuando <span class=Spelle>x<sub>k</sub></span> está identificado para un sistema particular.</span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

#### 4.10. Termodinámica. Propiedades de $t = 0$

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml" xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office">

xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>  
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">  
<meta name=ProgId content=Word.Document>  
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">  
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">  
<link rel=File-List href="propiedt=0\_archivos/filelist.xml">  
<link rel=Edit-Time-Data href="propiedt=0\_archivos/editdata.mso">  
<link rel=OLE-Object-Data href="propiedt=0\_archivos/oledata.mso">  
<!--[if !mso]>  
<style>  
v\:\* {behavior:url(#default#VML);}  
o\:\* {behavior:url(#default#VML);}  
w\:\* {behavior:url(#default#VML);}  
.shape {behavior:url(#default#VML);}  
</style>  
<![endif]-->  
<title>PROPIEDADES DE T = 0</title>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:DocumentProperties>  
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>  
<o:Template>Normal</o:Template>  
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>  
<o:Revision>1</o:Revision>  
<o:TotalTime>1</o:TotalTime>  
<o:Created>2007-05-29T19:27:00Z</o:Created>  
<o:LastSaved>2007-05-29T19:28:00Z</o:LastSaved>  
<o:Pages>1</o:Pages>  
<o:Words>57</o:Words>  
<o:Characters>314</o:Characters>  
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>  
<o:Lines>2</o:Lines>  
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>  
<o:CharactersWithSpaces>370</o:CharactersWithSpaces>  
<o:Version>10.2625</o:Version>  
</o:DocumentProperties>  
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>  
<w:WordDocument>  
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>  
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>  
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>  
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>  
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>  
<w:Compatibility>  
<w:BreakWrappedTables/>  
<w:SnapToGridInCell/>  
<w:WrapTextWithPunct/>  
<w:UseAsianBreakRules/>  
</w:Compatibility>  
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>  
</w:WordDocument>  
</xml><![endif]-->  
<style>  
<!--

```

/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}

div.Section1
 {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}

</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="789" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PROPIEIDADES DE T = 0<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;

```

color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Para un sistema general los calores espec&iacute;ficos son cero a  $T = 0$ <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">

<v:stroke joinstyle="miter"/>

<v:formulas>

<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>

<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>

<v:f eqn="prod @2 1 2"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @0 0 1"/>

<v:f eqn="prod @6 1 2"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

</v:formulas>

<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>

</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:159pt; height:48.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="propiedt=0\_archivos/image001.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

<![if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241954092">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Por lo tanto las siguientes derivadas son cero en  $T = 0$ <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:66.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="propiedt=0\_archivos/image003.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->

```

<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241954093">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:122.25pt;height:66.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="propiedt=0_archivos/image005.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241954094">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Las aplicaciones a la termodinámica se siguen de la interpretación
específica de estas formas, cuando x_k
está identificado para un sistema particular.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>
</html>

```

#### 4.11. Mecánica Estadística. Introducción

```

<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="mecestaintro_archivos/filelist.xml">

```

```

<title>INTRODUCCION</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:DocumentProperties>
 <o:Author>HHMM</o:Author>
 <o:Template>Normal</o:Template>
 <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>16</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-01-21T20:14:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-28T17:19:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>557</o:Words>
 <o:Characters>3068</o:Characters>
 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
 <o:Lines>25</o:Lines>
 <o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>3618</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
 </o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
 </w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}

```

```

@page Section1
 {size:612.0pt 792.0pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:735594013;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:424023036;}
@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
ol
 {margin-bottom:0cm;}
ul
 {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="789" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>INTRODUCCION<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>

```

Introduciremos el concepto de un Ensamble de sistemas. Un ensamble simplemente es una colección mental de un número muy grande  $N$  de sistemas, cada uno construido a ser una réplica a nivel termodinámico del sistema termodinámico actuante, cuyas propiedades se están estudiando. Por ejemplo, supongamos un sistema con volumen  $V$  y que contiene  $n$  moléculas de un simple componente, y que está sumergido en un baño de temperatura  $T$ . Los valores asignados para  $N$ ,  $V$ ,  $T$  son suficientes para determinar el estado termodinámico del sistema. En este caso el ensamble consistirá en  $n$  sistemas cada uno de los cuales está construido para duplicar el estado termodinámico ( $N$ ,  $V$ ,  $T$ ), y el ambiente del sistema original. Por esta razón cada sistema en un ensamble es idéntico desde el punto de vista termodinámico, aunque no lo sea a nivel molecular. En general hay un número muy grande de estados cuánticos consistentes con el estado termodinámico dado.

En cualquier estado de tiempo, en un ensamble construido por réplica de un sistema termodinámico dado en un cierto ambiente, muchos estados cuánticos diferentes están representados en los varios sistemas del ensamble. En nuestro ejemplo la presión instantánea calculada será, en general diferente en estados cuánticos diferentes. El ensamble promedio de la presión es el promedio sobre estos valores instantáneos de la presión, dando el mismo peso a cada sistema en el ensamble en el cálculo del promedio. Un ensamble promedio similar se puede calcular para cualquier variable mecánica que puede tener diferentes valores en los diferentes sistemas del ensamble.

Estableceremos el primer postulado de la teoría: El promedio a largo tiempo de una variable mecánica  $M$  en el sistema termodinámico de interés, es igual al ensamble promedio de  $M$  en el límite cuando  $N \rightarrow \infty$ .  
 $\lim_{N \rightarrow \infty} \overline{M} = \overline{M}_{\text{ensamble}}$   
 procurando que el sistema de la réplica ensamble duplique el estado termodinámico y alrededores del sistema de interés.

Este postulado sólo no es de interés, necesitamos además para calcular el ensamble promedio alguna información acerca de la probabilidad relativa de la ocurrencia de los diferentes estados cuánticos en los sistemas de ensamble.

El ensamble promedio de  $M$  en el límite  $N \rightarrow \infty$



[illegible]

[illegible]

```

color:blue'><o:p> </o:p></p>
 </div></td>
</tr>
</table>
</body>

</html>

```

#### 4.12. MECANICA ESTADISTICA. INTRODUCCION. MARCO 4

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
 background-color: #FFFFFF;
 margin-left: 10px;
 margin-top: 0px;
 margin-right: 0px;
 margin-bottom: 0px;
}
.style12 {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 10px;
}
.style13 {color: #FFFFFF}
a:link {
 color: #FFFF99;
 text-decoration: none;
}
a:visited {
 text-decoration: none;
 color: #FFFF99;
}
a:hover {
 text-decoration: none;
 color: #0000FF;
}
a:active {
 text-decoration: none;
 color: #FF0000;
}
.style24 {color: #FFFFFF; font-weight: bold; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;}
.style26 {font-size: 12px}
-->
</style></head>

<body>
<table width="789" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0">
 <tr>

```

```
 P´gina Principal > Curso de Física Avanzada > Mec´nica Estadística </td> </tr> <tr> | |
```

#### 4.13. Mecánica Estadística. Introducción. Marco 4

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
 background-color: #B8C9C8;
}
.style1 {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 12px;
 font-weight: bold;
 color: #0000CC;
}

```

```

a:link {
 color: #990033;
 text-decoration: none;
}
a:visited {
 text-decoration: none;
 color: #990033;
}
a:hover {
 text-decoration: none;
 color: #0000FF;
}
a:active {
 text-decoration: none;
 color: #FF0000;
}
a {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 9px;
}
.style14 {
 color: #FFFFFF;
 font-size: 8pt;
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
}
.style15 {color: #B8C9C8}
.style19 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 9px; color: #990033; }
.style22 {color: #990033}
.style25 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 9px; }
-->
</style>
</head>

<body>
<div align="center">
<table width="169" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0" bgcolor="#6699CC">
<tr>
<td bgcolor="#78C7A9"><div align="center">INDICE MECANICA
ESTADISTICA</div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"> INTRODUCCION</div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><a href="ensamcanonico.htm"
target="_parent">ENSAMBLE CANONICO </div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center">
 <a href="enscantermo.htm" target="mainFrame"
class="style19">CANONICO Y TERMODINAMICA</div></td>
</tr>
</tr>

```

```
 <div align="center"> ENSAMBLE GRAN CANONICO</div></td> </tr> <tr> <div align="center"> ENSAMBLE MICROCANONICO</div></td> </tr> <tr> | | |
```

```
 <div align="center"> CRISTALES </div></td> </tr> </table> <p class="style1"> </p> </div> </body> </html> |
```

#### 4.14. Mecánica Estadística. Ensamble canónico

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ensamcanonico_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ensamcanonico_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ensamcanonico_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ENSAMBLE CANONICO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>20</o:TotalTime>
<o:Created>2007-01-21T20:29:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T16:48:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>655</o:Words>
<o:Characters>3608</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>30</o:Lines>
<o:Paragraphs>8</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>4255</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>

```

```

<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.0pt 792.0pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;

```



```

 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ENSAMBLE CANONICO<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El sistema prototipo está en un baño muy grande a
temperatura T, por lo que cada sistema en el ensamble representativo de este
sistema experimental, también deberá de estar en un baño muy grande a
temperatura T. Imaginemos N sistemas macroscópicos como nuestro ensamble,
cada uno con N y V. las paredes entre los diferentes sistemas en nuestro
ensamble, son conductoras de calor pero impermeables a toda la moléculas.
Para establecer la temperatura T nos imaginamos que el grupo entero de
sistemas está colocado en un baño a temperatura T suficientemente grande. El
ensamble total es ahora en si mismo un sistema aislado con volumen NV y una
energía total que denotaremos por E . véase
que cada sistema en el ensamble está sumergido en un gran baño a temperatura
T, como se requiere, si el ensamble es representativo del sistema
termodinámico original. Esto es, los n - 1 sistemas remanentes en el ensamble sirven como
el baño de temperatura para cualquier sistema elegido.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si cada sistema en el ensamble canónico tiene la misma N y
V, todos los sistema tienen el mismo conjunto de estados de energía
representados por: E_1 , E_2 , ...,
 E_j , ... Supongamos que observamos
simultáneamente el estado de energía de cada sistema en el ensamble y
contamos el número de sistemas que encontramos en el estado E_1 , en
el estado E_j , etc. El conjunto de
números n_1 , n_2 , ..., se llama
distribución. Existen muchas distribuciones diferentes que se pueden
observar, pero todas deben satisfacer la relación.<o:p></o:p></p>

```

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:42pt; height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image001.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858107"></o:OLEObject></xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image003.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858108"></o:OLEObject></xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El número de estados de un supersistema </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(n) consistente con una distribución dada n<sub>1</sub>, n<sub>2</sub>, ... está

dado por la forma combinatoria:

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

En general la probabilidad requerida de observar un estado cuántico dado  $E$  en un sistema arbitrario de un ensamble canónico es:

$\frac{1}{Z}$

es el valor de  $n_j$  en la distribución. La suma es sobre todas las distribuciones que satisfacen las ecuaciones

$\sum_j n_j = N$

$\sum_j n_j \epsilon_j = E$

es el valor de  $n_j$

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:26.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858112">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y por definición:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:41.25pt;height:26.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image009.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858113">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Luego los promedios deseados para la energía y la presión son:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:26.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858114">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:50.25pt;height:26.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image013.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033">

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858115">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>donde <span class=SpellE>p<sub>j</sub></span> es la presión en el estado <span class=SpellE>E<sub>j</sub></span>, definida por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:33.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image015.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858116">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>esto es, <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>-<span class=SpellE>p<sub>j</sub></span>dV</span> = <span class=SpellE>dE<sub>j</sub></span>, <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> el trabajo que tiene que hacer el sistema en el estado <span class=SpellE>E<sub>j</sub></span> para incrementar el volumen en <span class=SpellE>dV</span>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Cuando N tiende a infinito con N, V y T fijos también cada <span class=SpellE>n<sub>j</sub></span> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>®</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. <span class=GramE>pero</span> todos los ensambles promedios dependen solamente de la relación <span class=SpellE>n<sub>j</sub></span><sub> </sub>/N que permanece finita. La ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:114pt;height:47.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image007.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858117">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>es:</span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:117pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image017.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858118">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span class=Spelle>n<sub>j</sub></span>\* es el valor de <span class=Spelle>n<sub>j</sub></span> en la distribución más probable n\*. Esta ecuación nos dice que en cálculo de <span class=Spelle>P<sub>j</sub></span> podemos reemplazar el valor promedio de <span class=Spelle>n<sub>j</sub></span> por el valor de <span class=Spelle>n<sub>j</sub></span> en la distribución más probable. Se nos presenta una pregunta matemática: ¿Cuál de todos los posibles conjuntos de las <span class=Spelle>n<sub>j</sub></span>' que satisfagan las ecuaciones</p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:42pt;height:26.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image001.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858119">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:26.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image003.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858120">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>nos</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> da el mayor </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>?<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Esta pregunta la resolveremos por el método de multiplicadores indeterminados. La distribución que da el mayor </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es también la que da el mayor <span class=Spelle>ln</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> ya que <span class=Spelle>lnx</span> se incrementa monótonamente con x, así que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:161.25pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image019.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858121">  
</o:OLEObject>  
</xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se ha empleado la aproximación de <span class=Spelle>Stirling</span> y cambiado el índice de j a i. Esta aproximación es en efecto exacta, ya que estamos interesados en el límite N, cuando n<sub>i</sub> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span></span></p>

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. De acuerdo con el método de multiplicadores indeterminados el conjunto de las <span class=SpellE>n<sub>j</sub></span> que dan el mismo valor que <span class=SpellE>n</span> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(n) sujetos a las ecuaciones<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:42pt;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image001.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858122"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image003.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858123"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>se encuentra que:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:191.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858124"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:



Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son los multiplicadores indeterminados. Diferenciando:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:129.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image023.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858125"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:111.75pt;height:18.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858126"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>esta</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la distribución más probable en términos de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>son los multiplicadores indeterminados. Diferenciando:</span></p>

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El procedimiento es sustituir la distribución de la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:111.75pt;height:18.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image025.wmz" o:title="">  
</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858127">  
</o:OLEObject>  
</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en las ecuaciones<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:42pt;height:26.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image001.wmz" o:title="">  
</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858128">  
</o:OLEObject>  
</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:26.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image003.wmz" o:title="">  
</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858129">  
</o:OLEObject>  
</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>para</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> determinar </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">a</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> como funciones de N y E<sub>t</sub>. El resultado es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image027.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858130">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:68.25pt;height:51pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image029.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858131">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Se nota que la eliminación de e<sup></sup></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sup><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:26.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858132">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">empleando la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858133"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>nos</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> da a <span class=Spelle>P<sub>j</sub></span></span> como una función de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, N, y V.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:140.25pt;height:39.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensamcanonico\_archivos/image031.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858134"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</td>

</tr>

</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

#### 4.15. Mecánica Estadística. Ensamble canónico y Termodinámica

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml" xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office" xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word" xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="enscantermo_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="enscantermo_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="enscantermo_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ENSAMBLE CANONICO Y TERMODINAMICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>9</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T16:51:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:03:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>489</o:Words>
<o:Characters>2692</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>22</o:Lines>
<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3175</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal

```

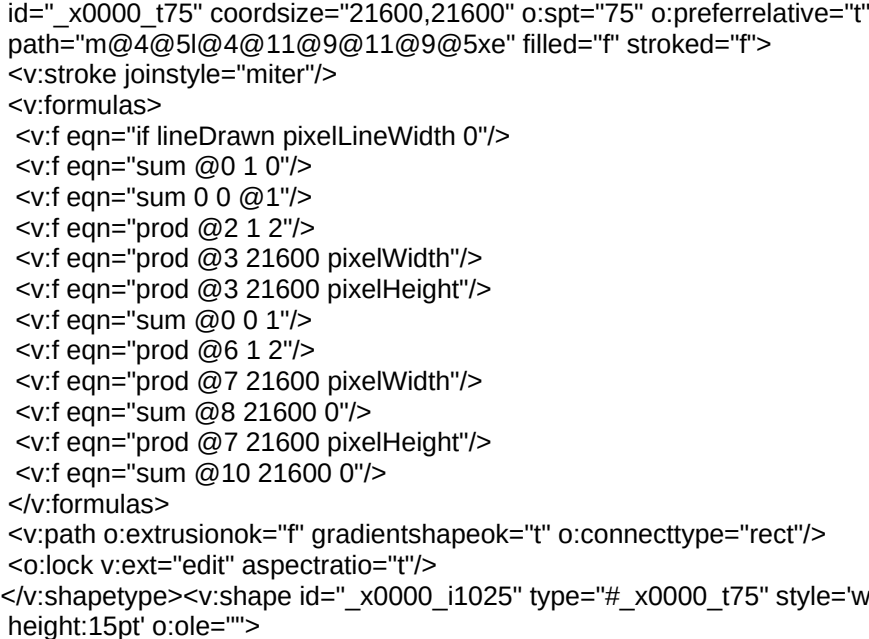
```

 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

```

<b>ENSAMBLE CANONICO Y TERMODINAMICA</b>     <span style="color: blue;"> </span>     <span style="color: blue;">Para considerar en nuestra discusión variables no mecánicas, como temperatura y entropía, combinaremos las consideraciones anteriores con termodinámica. Por el primer postulado, podemos asociar la presión <math>p</math> y la energía <math>E</math> con el ensamble mecánico estadístico promedio</span>	
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Si tomamos la diferencial de

id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:14.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image050.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859084">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>en la  
 ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><span  
 style='position:relative;top:14.0pt;mso-text-raise:-14.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:26.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image051.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></span><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859085">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>con  $N =$  <span class=SpellE>cte</span><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:290.25pt;height:33.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image053.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859086">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:27pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image054.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859087">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Empleando la ecuación<o:p></o:p></span></p>



$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i$$

(N, V) sólo puede variar con V, ya que N es fijo, y además:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i$$

Usando la ecuación

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i$$

tenemos:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i$$

o:ole="">  
<v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image058.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859091">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>ya</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> tenemos la asociación  
con la termodinámica E </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'><<</span></span><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:14.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image059.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859092">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->y p </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'><<</span></span><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image060.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859093">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->y con N = <span class=SpellE>cte</span>. En  
termodinámica:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>TdS</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = dE + <span  
class=SpellE>pdV</span><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Se puede deducir de la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:129pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image058.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859094"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:108.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image061.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859095"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Con estas asociaciones establecidas notaremos de la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

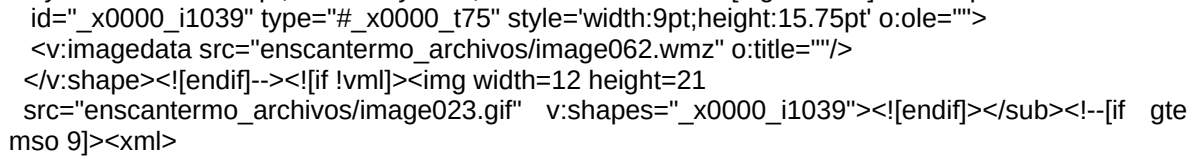
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:290.25pt;height:33.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image053.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859096"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

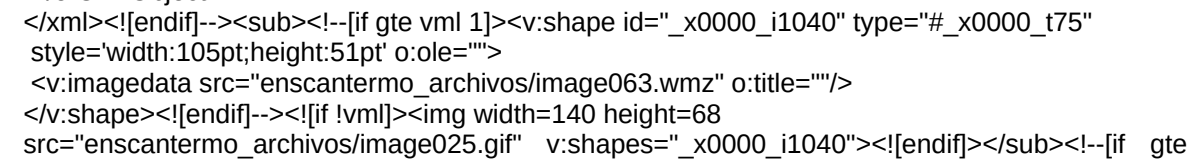
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y de la ecuación termodinámica <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>dE = DQ\* - DW<o:p></o:p></span></p>

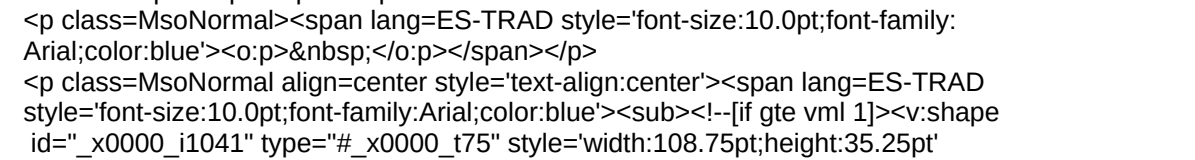
tenemos

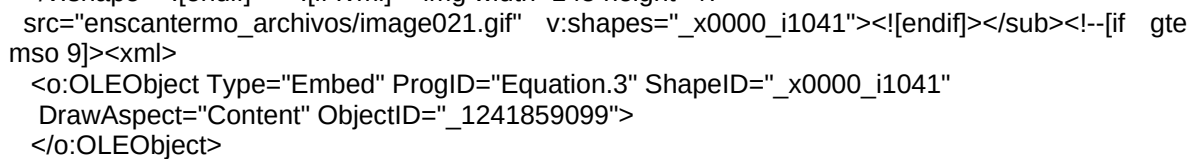




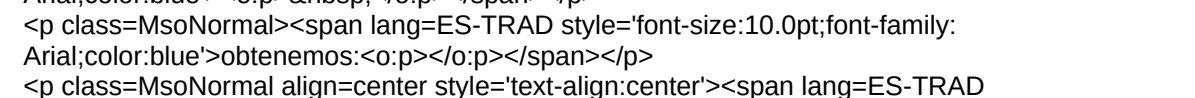
donde  $Q^*$  y  $W$  son el calor absorbido y el trabajo realizado por el sistema.

Regresemos al argumento principal, el propósito es relacionar  $S$  con  $P$ .





obtenemos



style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image064.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859100"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde G está definida por:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image065.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859101"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>la ecuación<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image064.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859102"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es una diferencial exacta, la condición es que:  $\frac{1}{G}$ </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>T es cualquier función de G, digamos </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(G), esto es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>dS</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(G) <span class=SpellE>dG</span> = <span class=SpellE>df</span>(G)<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:168.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image066.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859103"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>dS</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(G) <span class=SpellE>dG</span> = <span class=SpellE>df</span>(G)<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>obtenemos<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>«</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> f(G) + c<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Veremos cuando G es aditiva. Para esto formamos un ensamble canónico de N subsistemas AB representativos de un prototipo termodinámico <span class=SpellE>Ab</span> a temperatura T. El calor puede fluir a través de todas las paredes interiores del ensamble. La parte A del sistema termodinámico se caracteriza por N\* y V\* y la parte B por N<sup>B</sup> y V<sup>B</sup>. Tenemos dos conjuntos de estados de energía para los sistemas separados E<sub>1</sub><sup>A</sup>,



symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">a</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>B</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span class=GramE>y </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Para la probabilidad de que el sistema termodinámico AB tenga su parte A en el estado <span class=SpellE>E<sub>i</sub><sup>A</sup></span> y su parte B en el estado <span class=SpellE>A<sub>j</sub><sup>B</sup></span>, tenemos:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:104.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image069.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859106"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:41.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image070.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859107"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para el sistema combinado AB:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:351pt;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image071.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859108"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p></p>



<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>lo</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que nos demuestra que g es aditiva. También si <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S<sub>AB</sub> = S<sub>A</sub> + S<sub>B</sub></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>tenemos: <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>G<sub>AB</sub> = f(G<sub>A</sub>) + f(G<sub>B</sub>).<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>De la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:351pt;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image071.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]></span></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859109"></o:OLEObject>

</xml><!--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>se tiene<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>f(G<sub>A</sub> + G<sub>B</sub>) = f(G<sub>A</sub>) + f(G<sub>B</sub>)</span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y de esto:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='font-size:10.0pt;font-family: Arial'> f(G) = <span class=SpellE>kG</span><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:75.75pt;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image072.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]></span></p>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1052"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859110">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>De la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>dS</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(G) <span class=SpellE>dG</span> =  
<span class=SpellE>df</span>(G)<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>se tiene<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image073.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1053"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859111">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>o<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:83.25pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="enscantermo\_archivos/image074.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1054"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859112">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:  
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span  
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

```

</div>

</body>

</html>

```

#### 4.16. Mecánica Estadística. Ensamble gran canónico

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ensgrancano_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ensgrancano_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ensgrancano_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ENSAMBLE GRAN CANONICO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>6</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T13:36:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:06:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>352</o:Words>
<o:Characters>1942</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>16</o:Lines>
<o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2290</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>

```

```

<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}

```

```

</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
 </o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ENSAMBLE GRAN
CANONICO<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Consideremos el sistema termodinámico de volumen V cuyas
propiedades se desean calcular. Está abierto respecto a las moléculas del
sistema, esto es que calor y materia se pueden transportar a través de las
paredes del sistema. El sistema está caracterizado por las variables
termodinámicas V, T, <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>m<sub>1</sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>, ...<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'> El número de las moléculas N₁, N₂, ... no tienen valores fijos como en un sistema cerrado,
pero fluctúan alrededor de valores medios <sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>

```

<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
 <o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
 </v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:36pt; height:17.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image043.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859308">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>El ensamble es un  
 supersistema aislado, al cual se le puede aplicar el segundo postulado.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Para cada valor de N tendremos un conjunto diferente de  
 estados de energía <span class=Spelle>E<sub>j</sub></span>(N, V), en un  
 estado dado del subsistema. Sea <span class=Spelle>n<sub>j</sub></span>(N) el  
 número de sistemas que mantienen N moléculas y están en el estado particular  
 de energía <span class=Spelle>E<sub>j</sub></span>(N, V). Para una distribución  
 n dada, el número de posibles estados cuánticos del supersistema es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:57.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image044.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859309">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Las distribuciones aceptables deben de satisfacer:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:26.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image045.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859310">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:26.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image046.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859311">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:63.75pt;height:26.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image047.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859312">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son los multiplicadores indeterminados, la distribución más probable es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:110.25pt;height:18.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image048.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859313">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De las ecuaciones<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape





contenga  $N$  moléculas y estén en el estado de energía  $E$  (N, V) o  $P$  (N) es la probabilidad de que el sistema termodinámico prototipo contenga  $N$  moléculas y estén en el estado de equilibrio  $E$  (N, V).

Del primer postulado tenemos las asociaciones:

$$\frac{\partial \ln \Omega}{\partial N} = -\frac{\mu}{kT}$$

$$\frac{\partial \ln \Omega}{\partial V} = \frac{p}{kT}$$

$$\frac{\partial \ln \Omega}{\partial E} = \frac{1}{kT}$$

para incluir variables no mecánicas y evaluar

$$\frac{\partial \ln \Omega}{\partial \alpha} = 0$$

y

$$\frac{\partial \ln \Omega}{\partial \beta} = 0$$

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se emplea la ecuación:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:183.75pt;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image054.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859321"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo para <span class=SpellE>E<sub>j</sub></span>(N, V) de la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:141.75pt;height:42pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image050.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859322"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se tiene:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:269.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image055.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859323"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:86.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image056.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859324"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859324">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>usando la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:105.75pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image052.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859325">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>se tiene<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:75.75pt;height:26.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image057.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859326">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:269.25pt;height:33pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image055.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859327">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:183.75pt;height:35.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image058.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859328">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Comparando con la ecuación termodinámica: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>TdS</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = dE + <span  
class=SpellE>pdV</span> - </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>m</span></span><span  
class=SpellE><span  
lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-  
family:Arial'>dN</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y concluyendo que: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:33.75pt;height:29.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image059.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859329">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:132pt;height:35.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ensgrancano\_archivos/image060.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859330">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y con los argumentos del caso canónico se tiene: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:26.25pt'

```

o:ole="">
<v:imagedata src="ensgrancano_archivos/image061.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1048"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859331">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:38.25pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="ensgrancano_archivos/image062.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859332">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:42.75pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="ensgrancano_archivos/image063.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859333">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

#### 4.17. Mecánica Estadística. Ensamble microcanónico

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ensmicrocanonico_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ensmicrocanonico_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ensmicrocanonico_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ENSAMBLE MICROCANONICO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>38</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T13:42:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:08:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>547</o:Words>
<o:Characters>3012</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>25</o:Lines>
<o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3552</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";

```

```

margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}
@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
{mso-list-id:116610795;
mso-list-type:simple;
mso-list-template-ids:485144554;}
@list l0:level1
{mso-level-tab-stop:none;
mso-level-number-position:left;
mso-level-legacy:yes;
mso-level-legacy-indent:14.15pt;
mso-level-legacy-space:0cm;
margin-left:14.15pt;
text-indent:-14.15pt;}
@list l1
{mso-list-id:1635602581;
mso-list-type:simple;
mso-list-template-ids:485144554;}
@list l1:level1
{mso-level-tab-stop:none;
mso-level-number-position:left;
mso-level-legacy:yes;
mso-level-legacy-indent:14.15pt;
mso-level-legacy-space:0cm;
margin-left:14.15pt;
text-indent:-14.15pt;}
ol
{margin-bottom:0cm;}
ul
{margin-bottom:0cm;}
-->

```

```

</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ENSAMBLE
MICROCANONICO<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Nos referiremos a un sistema aislado con E, V, N dados.
Este ensamble representativo es llamado un ensamble microcanónico.
Para un sistema aislado es difícil encontrar una conexión directa entre
nuestros dos postulados y la termodinámica. El método más común para eliminar
esta dificultad es introducir como un nuevo postulado la ecuación <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S = kln<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>W<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

```



<o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(N, V, E) es la degeneración del nivel de energía <sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt; height:14.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensmicrocanonico\_archivos/image028.emz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859458"></o:OLEObject></xml><![endif]-->, por lo tanto, este nuevo postulado no es realmente necesario, su introducción es insatisfactoria desde el punto de vista lógico. En lugar de esto se derivarán las propiedades del ensamble <span class=SpellE>microcanónico</span> del ensamble canónico y del gran ensamble.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Primero consideraremos un ensamble canónico. Un ensamble <span class=SpellE>microcanónico</span> como lo indica su nombre, es un ensamble canónico degenerado, en el cual todos los sistemas tienen la misma energía. Luego supondremos que empezamos con un ensamble canónico, compuesto por aquellos sistemas con energía E, con aislamiento térmico alrededor de cada uno de ellos, y luego muévase este sistema de los demás sistemas en el ensamble canónico. Como un resultado de esta operación tenemos una colección de sistemas aislados todos con las mismas N, V, y E. Este ensamble canónico degenerado se puede pensar como representativo de un sistema cerrado e

isotérmico hipotético, de alguna manera restringido a tener valores de  $E$  que sean otros que

$E = \langle \text{color:blue} \rangle$

$\langle \text{width:11.25pt; height:14.25pt} \rangle$

$\langle \text{src="ensmicrocanonico\_archivos/image030.wmz"} \rangle$

$\langle \text{width=15 height=19} \rangle$

$\langle \text{src="ensmicrocanonico\_archivos/image002.gif"} \rangle$

$\langle \text{OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000\_i1025"} \rangle$

$\langle \text{DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859459"} \rangle$

$\langle \text{OLEObject} \rangle$

Otra forma de decir esto es que sólo los estados cuánticos accesibles al sistema son aquellos para los cuales  $E = \langle \text{color:blue} \rangle$

$\langle \text{width:11.25pt; height:14.25pt} \rangle$

$\langle \text{src="ensmicrocanonico\_archivos/image031.wmz"} \rangle$

$\langle \text{width=15 height=19} \rangle$

$\langle \text{src="ensmicrocanonico\_archivos/image005.gif"} \rangle$

$\langle \text{OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000\_i1026"} \rangle$

$\langle \text{DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859460"} \rangle$

$\langle \text{OLEObject} \rangle$

En este nuevo ensamble, de acuerdo con la ecuación:

$\langle \text{class=MsoNormal align=center style='text-align:center'} \rangle \langle \text{lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'} \rangle \langle \text{width:99pt; height:41.25pt} \rangle$

$\langle \text{src="ensmicrocanonico\_archivos/image032.wmz"} \rangle$

$\langle \text{width=132 height=55} \rangle$

$\langle \text{src="ensmicrocanonico\_archivos/image007.gif"} \rangle$

$\langle \text{OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000\_i1027"} \rangle$

$\langle \text{DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859461"} \rangle$

$\langle \text{OLEObject} \rangle$

$\langle \text{class=MsoNormal} \rangle \langle \text{lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'} \rangle \langle \text{&nbsp} \rangle \langle \text{class=MsoNormal} \rangle \langle \text{class=GramE} \rangle \langle \text{lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'} \rangle \langle \text{fracción de} \rangle \langle \text{class=Spelle} \rangle \langle \text{P} \rangle \langle \text{sub} \rangle \langle \text{j} \rangle \langle \text{sub} \rangle \langle \text{en el estado cuántico dado es proporcional a} \rangle \langle \text{sup} \rangle \langle \text{-E} \rangle \langle \text{class=Spelle} \rangle \langle \text{K} \rangle \langle \text{sub} \rangle \langle \text{Pero E es la misma para todos los estados cuánticos} \rangle \langle \text{lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'} \rangle \langle \text{W} \rangle \langle \text{lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'} \rangle \langle \text{(N, V, E)} \rangle \langle \text{en número. Luego} \rangle \langle \text{class=Spelle} \rangle \langle \text{P} \rangle \langle \text{sub} \rangle \langle \text{j} \rangle \langle \text{sub} \rangle \langle \text{es la misma para todos los estados cuánticos} \rangle \langle \text{lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'} \rangle$

Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> si:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensmicrocanonico\_archivos/image033.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859462"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>luego de la ecuación:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:237.75pt;height:66.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ensmicrocanonico\_archivos/image034.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859463"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Esta relación entre S (termodinámica) y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> (mecánica estadística) se puede emplear para derivar todas las funciones termodinámicas de interés.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Un sistema es una porción macroscópica imaginaria entre los planos matemáticos del supersistema total. Cada sistema es abierto e isotérmico. <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Emplearemos la ecuación:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:80.25pt;height:57.75pt' o:ole="">



o:ole="">  
<v:imagedata src="ensmicrocanonico\_archivos/image036.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859465">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y sustituimos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:95.25pt;height:36.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ensmicrocanonico\_archivos/image037.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859466">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>de donde encontramos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:357.75pt;height:33pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ensmicrocanonico\_archivos/image038.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859467">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>así que:</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S<sub>t</sub></span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = k <span  
class=SpellE>n</span> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>t</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>De esta ecuación se notará que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;  
mso-list:l1 level1 lfo4'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;





```

</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

#### 4.18. Mecánica Estadística. Otros ensambles

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="otrosensambles_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="otrosensambles_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="otrosensambles_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>OTROS ENSAMBLES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>1</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T14:19:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T14:20:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>57</o:Words>
<o:Characters>318</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>2</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>374</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>

```



```

<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}

div.Section1
 {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>

```

```

<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="789" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:red'>OTROS ENSAMBLES<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Se pueden emplear muchos otros ensambles o funciones de partición, por
ejemplo, para un sistema de un componente empezaremos con <span
lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W<span lang=ES-TRAD
style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(N, V, E) y la suma, una a la vez, sobre E, N y V y
se obtienen las relaciones:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:99.75pt;
height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="otrosensambles_archivos/image001.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>

```

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241849494">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:233.25pt;height:72.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="otrosensambles\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241849495">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sumando dos a la vez:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:240pt;height:75.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="otrosensambles\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->

<!--[if !vml]>



<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241849496">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sumando sobre los tres:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:222.75pt;height:24.75pt'

```

o:ole="">
<v:imagedata src="otrosensambles_archivos/image007.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241849497">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:9.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>

</html>

```

#### 4.19. Mecánica estadística. Fluctuaciones

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="fluctuaciones_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="fluctuaciones_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="fluctuaciones_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>FLUCTUACIONES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>7</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T14:21:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:14:00Z</o:LastSaved>

```

```

<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>442</o:Words>
<o:Characters>2433</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>20</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2870</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}

```

```

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>FLUCTUACIONES</p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Consideremos primero las fluctuaciones en la energía de un
sistema cerrado inmerso en un gran baño de calor, con (N, V, T) dados y
fijos. Como V y N son fijos las fluctuaciones en la energía deben de estar
asociadas con el intercambio de calor entre el sistema y el baño. Como
veremos estas fluctuaciones de energía son muy pequeñas, así que la función
de distribución de probabilidad para diferentes energías es de la forma
Gaussiana alrededor del valor medio <sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>

```

$$\sum_{i=0}^6 \prod_{j=1}^{21600} \text{pixelWidth}_i \sum_{k=0}^7 \prod_{l=1}^{21600} \text{pixelHeight}_k \sum_{m=0}^{10} 21600 \cdot 0$$

La dispersión en esta distribución de probabilidad se puede caracterizar completamente por la desviación estandar

$$E$$

que

$$E$$

pero se notará que:

$$E$$

Arial;color:blue">diferenciando:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:147pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image066.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859952"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>con respecto a T y dividiendo por Q:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:212.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image067.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859953"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:153pt;height:66.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image068.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859954"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Podemos considerar un caso especial:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:24pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image069.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859955"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD



style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:35.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image070.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859956"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> c es independiente de x. En la vecindad de la energía más probable, <span class=SpellE>E<sup>\*</sup>x</span> es del orden de N, luego uno de los factores envolviendo x en P<sub>E</sub> es extremadamente grande e incrementa, y el otro es extremadamente chico y decrementa. Este es el hecho que causa a P<sub>E</sub> a tener un ancho máximo. Para estudiar el máximo necesitamos:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:174.75pt;height:57pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image071.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859957"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Luego de:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:185.25pt;height:33.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image072.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859958"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se encuentra:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image073.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859959">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:63pt;height:27.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image074.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859960">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Esta es la forma convencional de la distribución Gaussiana  
en términos de la desviación estándar de la distribución.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Veremos la fluctuación en N en un sistema abierto e  
isotérmico. Aquí V, T y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>m</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son  
fijos. Diferenciando:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:167.25pt;height:32.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image075.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859961">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>con respecto a </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:

Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>m</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, y dividiendo por </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>X</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se tiene:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:195pt;height:71.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image076.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859962"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Es del mismo orden de magnitud que el encontrado por las fluctuaciones de la energía. Se concluye que siempre un sistema abierto contiene virtualmente un número fijo de moléculas <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:14.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image077.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859963"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>para V, T y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>m</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> dadas. <span class=GramE>la</span> función de distribución de probabilidad en n es prácticamente una función </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La ecuación:<o:p></o:p></span></p>

<sub>fluctuaciones</sub>

tiene

por su lado izquierdo

una forma termodinámica más familiar.

De la ecuación

d

m

=

Vdp

(T

=

tenemos

donde

donde

donde

</o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:29.25pt;height:27pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image081.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859967">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:33pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image082.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859968">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde k es la compresibilidad y está definida por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:33pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image083.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859969">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para un gas ideal :<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:29.25pt;height:29.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image084.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859970">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:42pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image085.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859971">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> virtud de que V es constante. Esta es una ecuación para las fluctuaciones en densidad.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:30pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image086.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859972">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:156pt;height:39pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image087.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859973">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Como tercer caso tendremos un sistema con N, p y T fijos pero con fluctuaciones en el volumen, o sea:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:108pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image088.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859974"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:197.25pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image089.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859975"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Esto es, la probabilidad de observar el volumen V es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;height:36pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image090.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859976"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Diferenciando <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:17.25pt;height:14.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image091.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053">

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859977">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:209.25pt;height:36pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image092.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859978">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:131.25pt;height:36pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones\_archivos/image093.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859979">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

#### 4.20. Mecánica Estadística. Equivalencia termodinámica de los ensambles

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>  
 <meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">  
 <meta name=ProgId content=Word.Document>  
 <meta name=Generator content="Microsoft Word 10">



```

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="equitermensam_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="equitermensam_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="equitermensam_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>EQUIVALENCIA TERMODINAMICA DE LOS ENSAMBLES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T14:27:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:09:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>444</o:Words>
<o:Characters>2442</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>20</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2881</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;

```

```

 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
 <td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>

```



Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>X</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, por el logaritmo del término más grande en la suma anterior. Procederemos a encontrar el mayor término <span class=GramE>en </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>X</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Sea:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:119.25pt;height:24pt' o:ole=""><v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image039.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859591"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>luego:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:153.75pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image040.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859592"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si denotamos por  $N^*$  el valor de  $n$  que satisface lo anterior, <span class=SpellE>t<sub> $N$ </sub></span><sup>\*</sup> es el mayor de los términos <span class=GramE>de </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>X</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Luego:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:179.25pt;height:45pt' o:ole=""><v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image041.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859593"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p></p></div>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1028"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859593">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Esta ecuación determina  $N^{\sup} = \sub{<!--[if gte vml 1]><v:shape$   
id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:14.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image042.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859594">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>como función de V, <span  
class=GramE>T, <span style='font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>m</span></span>.</span>  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>La aplicación del principio del máximo término es legítima  
porque las pequeñas fluctuaciones en N causan que el gran ensamble degenera  
en un ensamble canónico. Para procesos termodinámicos prácticos no hay  
distinción entre el gran ensamble y el ensamble canónico. Podemos  
escribir:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:135.75pt;height:27.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image043.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859595">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'>s</span> style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>s</span></span><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>N</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> esta dada  
por la ecuación:<o:p></o:p></span></p>

$$\frac{1}{x^2} = -x^{-1}$$

$$\frac{d}{dx} x^{-1} = -1 x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

Este argumento se puede aplicar a cualquier función de partición. Veamos la degeneración del ensamble canónico en un ensamble microcanónico.

$$\frac{d}{dx} x^{-1} = -1 x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx} x^{-1} = -1 x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx} x^{-1} = -1 x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

o:ole="">  
<v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image047.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859599">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>E<sup>\*</sup> (N, V, T) se encuentra de:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:128.25pt;height:32.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image048.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859600">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>También:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:138.75pt;height:27.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image049.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859601">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>o:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S = k <span class=SpellE>ln</span>  
</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(N, V,  
E<sup>\*</sup>)<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Ecuaciones que se reconocen como un ensamble <span  
class=SpellE>microcanónico</span>.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>En termodinámica las relaciones funcionales entre las

variables termodinámicas de un sistema son independientes del ambiente. En mecánica estadística llegamos a la misma conclusión. Podemos elegir cualquier ensamble o función de partición sin importar el ambiente.

Si la entropía es una función termodinámica particularmente importante, haremos algunos comentarios sobre ella. La expresión para la entropía del ensamble canónico es:

$$S = -k_B \sum_i p_i \ln p_i$$

encuentra que en un sistema isotérmico y cerrado, la probabilidad de que el sistema tenga una energía ligeramente desviada de  $E$ , es casi cero. Podemos considerar que la únicas  $P$ 's que hacen una contribución significativa a la suma, son las asociadas con  $E^*$

$$P(E^*) = \frac{e^{-\beta E^*}}{\sum_i e^{-\beta E_i}}$$

El número de estados cuánticos con energía

$$\Omega(E) = \sum_i \delta(E - E_i)$$

es:

$$\Omega(E) = \frac{1}{h} \int_{E-E_h}^{E+E_h} \rho(E') dE'$$

donde  $\rho(E)$  es la densidad de estados.



id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image053.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859605">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>luego:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:146.25pt;height:30.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image054.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859606">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Similarmente en la relación de gran ensamble:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:96.75pt;height:26.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image055.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859607">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>los</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> únicos <span  
 class=SpellE>P<sub>j</sub>'s</span> importantes son los asociados con <sub><!--[if gte vml  
 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:14.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="equitemensam\_archivos/image056.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859608">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:14.25pt'

```

o:ole="">
<v:imagedata src="equitermensam_archivos/image057.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1044"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859609">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->. El número de estos estados es <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>W<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(N, V, E[*]),
luego la relación $S = k \ln$ <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(N, V, E), es
generalmente válida.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

#### 4.21. Mecánica Estadística. Segunda ley de la Termodinámica

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="segundaley_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="segundaley_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="segundaley_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}

```

```

w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>SEGUNDA LEY DE LA TERMODINAMICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>7</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T14:31:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:24:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>473</o:Words>
<o:Characters>2602</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>21</o:Lines>
<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3069</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}

```

```

span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>SEGUNDA LEY DE LA
TERMODINAMICA<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si en un sistema aislado, el estado termodinámico cambia en

```

forma infinitesimal, el cambio de entropía en el proceso satisface la relación  $dS \geq 0$ . Esta es una forma de establecer la segunda ley de la termodinámica. Similarmente en cualquier cambio finito espontáneo en el estado termodinámico de un sistema aislado,  $\Delta S \geq 0$ . Supongamos un sistema aislado caracterizado por  $N$ ,  $V$ ,  $E$  y en sus estados iniciales tiene accesibles a  $W$  estados cuánticos. Después de remover las constricciones, se inicia un proceso espontáneo que hace posible que se accionen otros estados cuánticos, por lo que el número total de estados cuánticos llegará a ser  $W'$  ( $N$ ,  $V$ ,  $E$ ). Esto es  $W' \geq W$ . Los nuevos estados cuánticos se suman al original por necesidad.

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Si <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S = k <span class=SpellE>ln</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en el estado inicial de equilibrio y <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S' = k <span class=SpellE>ln</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en el estado de equilibrio final, tenemos que para el proceso espontáneo:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:105.75pt; height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="segundaley\_archivos/image011.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860862"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Esta es la versión mecánico estadística de la segunda ley para un sistema aislado.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Analizaremos la segunda ley en sistemas isotérmicos cerrados. La situación para este caso es un poco más complicada. Consideraremos de nuevo un proceso espontáneo, iniciado por remover constricciones, pero ahora el sistema está inmerso en un baño de temperatura. <span class=GramE>Los estados inicial</span> y final de equilibrio tienen la misma temperatura en vez de la misma energía. En general se conoce que la segunda ley toma la forma de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>A &lt; 0 para un proceso espontáneo e infinito en un sistema isotérmico cerrado.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Un sistema en un baño de calor tiene fluctuaciones en E. Existen muchos niveles de energía <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:14.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="segundaley\_archivos/image012.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860863"></o:OLEObject></xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>para N y V dados. Sea </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(N, V, E) el número inicial para un nivel particular de energía E. Cuando removemos las constricciones ocurre el proceso espontáneo, el número de estados de estados cuánticos crece para la energía E. Esto es: <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(N, V, E) </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>^3</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span></p>

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(N, V, E).<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En principio algunos valores de E pueden ser valores propios de energía, en el estado final, pero no en el estado inicial. Si <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>' &gt; 0<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>para</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> un E. En el estado inicial:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:95.25pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="segundaley\_archivos/image013.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860864"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y en el estado final:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:96.75pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="segundaley\_archivos/image014.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860865"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>



<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> está incluido en las dos sumas todo posible E en el estado final. No puede haber términos mayores en la primera suma que los términos correspondientes en la segunda, con base en la <span class=GramE>relación </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>' </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>3</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Luego si <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>A = -<span class=SpellE>kT</span> <span class=SpellE>ln</span> Q, Q' &gt; Q y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>A &gt; 0.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El argumento anterior nos da una justificación mecánico estadística general del criterio de equilibrio A = mínimo, <span class=SpellE>dA</span> = 0 para un sistema isotérmico cerrado.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Dada su importancia mencionaremos explícitamente la condición termodinámica </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>F &lt; 0 para procesos espontáneos que ocurren en un sistema cerrado a temperatura y presión constante. La función de partición en el estado inicial es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:111.75pt;height:32.25pt'

o:ole="">  
 <v:imagedata src="segundaley\_archivos/image015.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860866">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>En el estado final reemplazamos </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>' y </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(N, V, E) por </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(N, V, E) y para  
 cualquier V y E particular <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial'>(N, V, E) </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>3</sup></span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(N, V, E), <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>por lo que <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;

mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>' &gt; </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>F &lt; 0,<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>si<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>F = -<span class=SpellE>kT</span> <span class=SpellE><span class=GramE>ln</span></span><span class=GramE></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Esta es la base mecánico estadística de la condición de equilibrio  $F = \text{mínimo}$  <span class=SpellE>dF</span> = 0.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p></td></tr></table><p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p></div></body></html>

#### 4.22. Mecánica Estadística. Tercera ley de la Termodinámica

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
```

```

<link rel=File-List href="terceraley_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="terceraley_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="terceraley_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TERCERA LEY DE LA TERMODINAMICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
 <o:Template>Normal</o:Template>
 <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
 <o:Revision>1</o:Revision>
 <o:TotalTime>1</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-28T14:38:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-28T14:39:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>195</o:Words>
 <o:Characters>1078</o:Characters>
 <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
 <o:Lines>8</o:Lines>
 <o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>1271</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;

```

```

 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="789" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TERCERA LEY DE
TERMODINAMICA<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Se ha encontrado experimentalmente que <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;

```

LA



<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241850764">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Otro enunciado equivalente, pero m&aacute;s general de la tercera ley es:  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Es imposible por ning&uacute;n procedimiento f&iacute;sico reducir cualquier sistema termodin&aacute;mico al cero absoluto de temperatura, en un n&uacute;mero finito de operaciones. <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Este es el llamado principio de la imposibilidad del cero absoluto.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Nuestra pregunta es cuando la mec&aacute;nica estad&iacute;stica predice, como se requiere de acuerdo con la tercera ley que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:101.25pt;height:18.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="terceraley\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241850765">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>El sub&iacute;ndice cero se refiere al estado base, el estado cu&aacute;ntico de inter&eacute;s si T </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&reg;</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0. Si incluimos nada m&aacute;s los grados de libertad asociados con el electr&oacute;n y centros de masa de los n&uacute;cleos,





```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="fluctuaciones2_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="fluctuaciones2_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="fluctuaciones2_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>FLUCTUACIONES II</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>6</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T14:40:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:16:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>396</o:Words>
<o:Characters>2182</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>18</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2573</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal

```

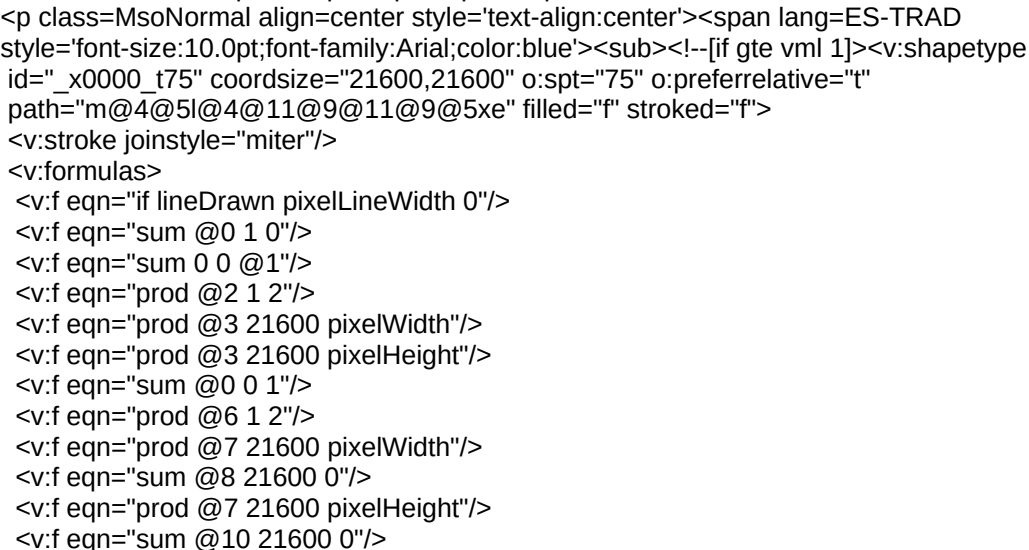
```

 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

```

<span style="color: red; font-weight: bold;">FLUCTUACIONES</span>     <span style="color: blue;">Se verá otro punto de vista diferente del anterior. En un ensamble canónico N, V, T, están fijos y se pueden investigar fluctuaciones en la energía, presión, y propiedades relacionadas si éstas son las únicas que varían de sistema a sistema. Consideraremos fluctuaciones en la energía, la varianza será:</span>     <span style="color: blue;"> </span>          <span style="color: blue;"> </span>     <span style="color: blue;">Escribiendolo de otra manera:</span>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860148">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La derivada total de f es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:156pt;height:36pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image066.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860149">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:126pt;height:45pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image067.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860150">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:131.25pt;height:36pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image068.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860151">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>luego:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:99.75pt;height:26.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image069.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860152">  
 </o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que se puede escribir como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:129.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image070.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860153"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Por lo que tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:113.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image071.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860154"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:126.75pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image072.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860155"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero tenemos que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:99pt;height:36pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image073.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860156"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:78pt;height:36pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image074.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860157"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:63.75pt;height:36pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image075.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860158"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:17.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image076.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860159"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para explorar la magnitud relativa de esta desviación hacemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image077.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041">

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860160">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para obtener un orden de magnitud en una estimación para esta relación empleamos los valores de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:14.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image078.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860161">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y C<sub>V</sub> para un gas ideal y encontramos que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image079.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860162">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pues</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es una cantidad muy pequeña, así que la distribución de probabilidad de la energía se puede pensar como una distribución Gaussiana que es casi una delta.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se puede derivar una aproximación a una distribución Gaussiana para <span class=GramE>P(</span>E), que es la probabilidad de observar un valor particular de E en un ensamble canónico. Sabemos que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:80.25pt;height:24pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image080.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860163">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:



Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(E) es una función creciente de E y e<sup>-E</sup> es una función decreciente de E, su producto <span class=GramE>P</span>(E) tiene un pico en algún valor de E, digamos E<sup>\*</sup>. Pero se vio que la dispersión alrededor de un valor máximo es muy pequeña, y así E<sup>\*</sup> y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:14.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image081.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860164"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>son en esencia el mismo punto. El ancho de <span class=GramE>P</span>(E) es del orden de N<sup>-1/2</sup> y así E<sup>\*</sup> y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:14.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image082.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860165"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>difieren por O(N<sup>-1/2</sup>).<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si expandimos <span class=GramE>P</span>(E) en series de Taylor alrededor de E<sup>\*</sup>, será más conveniente trabajar con <span class=SpellE>ln</span><span class=GramE>P</span>(E). De la definición de E<sup>\*</sup> como el valor de E al máximo en P(E):<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:167.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image083.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860166"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Esta ecuación nos determina a<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:14.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image084.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860167"></o:OLEObject></xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'></span>=<sub></sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:14.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image085.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860168"></o:OLEObject></xml><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>).<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La segunda derivada del <span class=SpellE>ln</span> P(E) es:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:2in;height:33.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image086.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860169"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:207.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="fluctuaciones2\_archivos/image087.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860170"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:30pt' o:ole="">



```

src="fluctuaciones2_archivos/image060.gif" v:shapes="_x0000_i1056"><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1056"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241860175">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la forma típica de
una gaussiana.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

#### 4.24. Mecánica Estadística. Estadísticas Fermi-Dirac, Bose-Einstein y Boltzman

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="estfermidirac_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="estfermidirac_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="estfermidirac_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]>
<title>ESTADISTICAS FERMI-DIRAC, BOSE-EINSTEIN Y BOLTZMAN</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>

```

```

<o:TotalTime>7</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T14:45:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:11:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>522</o:Words>
<o:Characters>2874</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>23</o:Lines>
<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3390</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;

```

```

 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ESTADISTICAS
FERMI-DIRAC, BOSE-EINSTEIN Y BOLTZMAN<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Primero consideraremos la función de partición canónica
para un sistema de partículas distinguibles, en el cual el hamiltoniano se
puede escribir como una suma de términos individuales. Denotaremos los
estados individuales de energía por E_j[*],
donde el superíndice denota la partícula y el subíndice denota el estado. En
este caso la función de partición canónica es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">

```

```

<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:249pt;
height:35.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="estfermidirac_archivos/image047.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859771">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:240pt;height:35.25pt'
o:ole="">
 <v:imagedata src="estfermidirac_archivos/image048.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859772">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:104.25pt;height:30.75pt'
o:ole="">
 <v:imagedata src="estfermidirac_archivos/image049.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859773">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Arial;color:blue">Esto demuestra que si podemos escribir el hamiltoniano de N partículas como la suma de términos independientes, y si las partículas son distinguibles, luego el cálculo de Q(N, V, T) se reduce a calcular

$$Q(N, V, T) = \frac{1}{N!} \int \exp\left(-\beta H(\mathbf{r}, \mathbf{p})\right) d\mathbf{r} d\mathbf{p}$$

T) se denomina una función de partición molecular.

Si los estados de energía de las partículas son los mismos, luego

$$Q(N, V, T) = \frac{1}{N!} [q(v, T)]^N$$

que nos dice que el problema original de N cuerpos se puede reducir al problema de un sólo cuerpo. La ecuación muestra que el hamiltoniano molecular se puede aproximar como la suma de hamiltonianos de varios grados de libertad de la molécula, o sea:

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = q_{mol} + q_{tras} + q_{vibra} + q_{elec} + q_{rot}$$

donde

$$q_{mol} = \sum_i \left( \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m_i} + V(\mathbf{r}_i) \right)$$

estfermidirac\_archivos/image050.wmz"

OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID=" 1241859774">



</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La situación se complica cuando se considera la <span class=Spelle>indistinguibilidad</span> de átomos y moléculas. <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En este caso la energía de n cuerpos es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'>E<sub>i,k,l...</sub>= E<sub>i</sub>+ E<sub>j</sub>+E<sub>k</sub>+ </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x<span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x<span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span></span></span><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue;mso-ansi-language:DE'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la función de partición es.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:195pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image051.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859775">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La gran mayoría de los términos tienen índices diferentes y esto nos lleva a sumar todos los índices y dividir por N!, por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:68.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image052.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859776">  
</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>con<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:104.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image053.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859777"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para un sistema de partículas idénticas indistinguibles que satisfagan la condición de que el número de estados moleculares factibles es mucho mayor que el número de partículas, y en este caso se dice que las partículas obedecen la estadística de <span class=Spelle>Boltzman</span>.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La energía total de un sistema de N cuerpos es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:174pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image054.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859778"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La energía promedio de la partícula es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:96pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image055.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859779"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y la probabilidad de que la partícula esté en el j-<span class=SpellE>ésimo</span> estado de energía es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:153pt;height:39.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image056.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859780"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si consideramos que la energía de la molécula se puede escribir como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:137.25pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image057.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859781"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>se obtiene, por ejemplo:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:80.25pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image058.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859782"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Sea <span class=SpellE>E<sub>j</sub></span>(N, V) los posibles estados de energía para un sistema que contiene N moléculas. Sea <span

los estados cuánticos moleculares, y sea

$$E = \sum_k \langle \psi_k | H | \psi_k \rangle$$

El estado cuántico del sistema total está especificado por  $\{ | \psi_k \rangle \}$ . La energía del sistema es:

$$E = \sum_k \langle \psi_k | H | \psi_k \rangle$$

Podemos escribir  $Q(N, V, T)$  como:

$$Q(N, V, T) = \sum_k \exp(-\beta E_k)$$

</o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde \* significa que <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:44.25pt;height:24.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image062.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859786">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Cuando empleamos:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:377.25pt;height:33.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image063.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859787">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si sumamos sobre todos los valores de N, cada <span class=SpellE>n<sub>k</sub></span> correrá sobre todos los posibles valores, y entonces:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:180.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="estfermidirac\_archivos/image064.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241859788">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:179.25pt;height:36.75pt' o:ole="">

$$\langle v:imagedata src="estfermidirac_archivos/image065.wmz" o:title="" />$$

$$\langle v:shape \rangle \langle ![\text{endif}] \rightarrow \langle ![\text{if !vml}] \rangle \langle \text{img width}=239 \text{ height}=49$$

$$\text{src}="estfermidirac_archivos/image038.gif" \quad v:\text{shapes}="_x0000\_i1043" \rangle \langle ![\text{endif}] \rangle \langle /sub \rangle \langle !--[\text{if gte}$$

$$\text{mso 9}] \rangle \langle \text{xml} \rangle$$

$$\langle o:\text{OLEObject Type}="Embed" \text{ ProgID}="Equation.2" \text{ ShapeID}="_x0000\_i1043"$$

$$\text{DrawAspect}="Content" \text{ ObjectID}="_1241859789" \rangle$$

$$\langle /o:\text{OLEObject} \rangle$$

$$\langle /xml \rangle \langle ![\text{endif}] \rightarrow \langle o:p \rangle \langle /o:p \rangle \langle /span \rangle \langle /p \rangle$$

$$\langle p \text{ class}=\text{MsoNormal} \text{ align}=\text{center} \text{ style}='text-align:center' \rangle \langle \text{span lang}=\text{ES-TRAD}$$

$$\text{style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue' \rangle \langle o:p \rangle \&\text{nbsp;} \langle /o:p \rangle \langle /span \rangle \langle /p \rangle$$

$$\langle p \text{ class}=\text{MsoNormal} \rangle \langle \text{span lang}=\text{ES-TRAD} \text{ style}='font-size:10.0pt;font-family:}$$

$$\text{Arial;color:blue' \rangle \text{En la estadística de Fermi-} \langle \text{span class}=\text{Spelle} \rangle \text{Dirac} \langle /span \rangle$$

$$\text{cada } \langle \text{span class}=\text{Spelle} \rangle \langle n \langle sub \rangle k \langle /sub \rangle \langle /span \rangle \text{ sólo puede ser 0, o 1, ya que no}$$

$$\text{puede haber dos partículas en el mismo estado cuántico. En este caso } n \langle sub \rangle 1 \langle /sub \rangle \text{max}$$

$$= 1, \text{ y se tiene: } \langle o:p \rangle \langle /o:p \rangle \langle /span \rangle \langle /p \rangle$$

$$\langle p \text{ class}=\text{MsoNormal} \text{ align}=\text{center} \text{ style}='text-align:center' \rangle \langle \text{span lang}=\text{ES-TRAD}$$

$$\text{style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue' \rangle \langle sub \rangle \langle !--[\text{if gte vml 1}] \rangle \langle v:shape$$

$$\text{id}="_x0000\_i1044" \text{ type}="#\_x0000\_t75" \text{ style}='width:117pt;height:24.75pt'$$

$$o:\text{ole}="" \rangle$$

$$\langle v:imagedata src="estfermidirac_archivos/image066.wmz" o:title="" />$$

$$\langle /v:shape \rangle \langle ![\text{endif}] \rightarrow \langle ![\text{if !vml}] \rangle \langle \text{img width}=156 \text{ height}=33$$

$$\text{src}="estfermidirac_archivos/image040.gif" \quad v:\text{shapes}="_x0000\_i1044" \rangle \langle ![\text{endif}] \rangle \langle /sub \rangle \langle !--[\text{if gte}$$

$$\text{mso 9}] \rangle \langle \text{xml} \rangle$$

$$\langle o:\text{OLEObject Type}="Embed" \text{ ProgID}="Equation.3" \text{ ShapeID}="_x0000\_i1044"$$

$$\text{DrawAspect}="Content" \text{ ObjectID}="_1241859790" \rangle$$

$$\langle /o:\text{OLEObject} \rangle$$

$$\langle /xml \rangle \langle ![\text{endif}] \rightarrow \langle o:p \rangle \langle /o:p \rangle \langle /span \rangle \langle /p \rangle$$

$$\langle p \text{ class}=\text{MsoNormal} \rangle \langle \text{span lang}=\text{ES-TRAD} \text{ style}='font-size:10.0pt;font-family:}$$

$$\text{Arial;color:blue' \rangle \langle o:p \rangle \&\text{nbsp;} \langle /o:p \rangle \langle /span \rangle \langle /p \rangle$$

$$\langle p \text{ class}=\text{MsoNormal} \rangle \langle \text{span lang}=\text{ES-TRAD} \text{ style}='font-size:10.0pt;font-family:}$$

$$\text{Arial;color:blue' \rangle \text{En la estadística de } \langle \text{span class}=\text{Spelle} \rangle \text{Bose} \langle /span \rangle \text{-Einstein}$$

$$\langle \text{span class}=\text{Spelle} \rangle \langle n \langle sub \rangle k \langle /sub \rangle \langle /span \rangle = 0, 1, 2, \dots, \text{ por lo que } \langle \text{span}$$

$$\text{class}=\text{Spelle} \rangle \langle n \langle sub \rangle k \langle /sub \rangle \text{max} \langle /span \rangle = \langle /span \rangle \langle \text{span lang}=\text{ES-TRAD}$$

$$\text{style}='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;}$$

$$\text{mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:}$$

$$\text{symbol;mso-symbol-font-family:Symbol' \rangle \langle \text{span style}='mso-char-type:symbol;}$$

$$\text{mso-symbol-font-family:Symbol' \rangle } \langle \text{span style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue' \rangle, \text{ y se tiene: } \langle o:p \rangle \langle /o:p \rangle \langle /span \rangle \langle /p \rangle$$

$$\langle p \text{ class}=\text{MsoNormal} \rangle \langle \text{span lang}=\text{ES-TRAD} \text{ style}='font-size:10.0pt;font-family:}$$

$$\text{Arial;color:blue' \rangle \langle o:p \rangle \&\text{nbsp;} \langle /o:p \rangle \langle /span \rangle \langle /p \rangle$$

$$\langle p \text{ class}=\text{MsoNormal} \text{ align}=\text{center} \text{ style}='text-align:center' \rangle \langle \text{span lang}=\text{ES-TRAD}$$

$$\text{style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue' \rangle \langle sub \rangle \langle !--[\text{if gte vml 1}] \rangle \langle v:shape$$

$$\text{id}="_x0000\_i1045" \text{ type}="#\_x0000\_t75" \text{ style}='width:335.25pt;height:32.25pt'$$

$$o:\text{ole}="" \rangle$$

$$\langle v:imagedata src="estfermidirac_archivos/image067.wmz" o:title="" />$$

$$\langle /v:shape \rangle \langle ![\text{endif}] \rightarrow \langle ![\text{if !vml}] \rangle \langle \text{img width}=447 \text{ height}=43$$

$$\text{src}="estfermidirac_archivos/image042.gif" \quad v:\text{shapes}="_x0000\_i1045" \rangle \langle ![\text{endif}] \rangle \langle /sub \rangle \langle !--[\text{if gte}$$

$$\text{mso 9}] \rangle \langle \text{xml} \rangle$$

$$\langle o:\text{OLEObject Type}="Embed" \text{ ProgID}="Equation.3" \text{ ShapeID}="_x0000\_i1045"$$

$$\text{DrawAspect}="Content" \text{ ObjectID}="_1241859791" \rangle$$

$$\langle /o:\text{OLEObject} \rangle$$

$$\langle /xml \rangle \langle ![\text{endif}] \rightarrow \langle o:p \rangle \langle /o:p \rangle \langle /span \rangle \langle /p \rangle$$

$$\langle p \text{ class}=\text{MsoNormal} \rangle \langle \text{span lang}=\text{ES-TRAD} \text{ style}='font-size:10.0pt;font-family:}$$

$$\text{Arial;color:blue' \rangle \text{y esto dado que: } \langle o:p \rangle \langle /o:p \rangle \langle /span \rangle \langle /p \rangle$$

$$\langle p \text{ class}=\text{MsoNormal} \text{ align}=\text{center} \text{ style}='text-align:center' \rangle \langle \text{span lang}=\text{ES-TRAD}$$

$$\text{style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue' \rangle \langle sub \rangle \langle !--[\text{if gte vml 1}] \rangle \langle v:shape$$

```

id="_x0000_i1046" type="#_x0000_t75" style='width:120.75pt;height:32.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="estfermidirac_archivos/image068.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1046"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859792">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1047" type="#_x0000_t75" style='width:123.75pt;height:24.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="estfermidirac_archivos/image069.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1047"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241859793">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

#### 4.25. Mecánica Estadística. Gas ideal

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="gasideal_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="gasideal_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="gasideal_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>

```

```

<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>GAS IDEAL</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T14:51:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:18:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>252</o:Words>
<o:Characters>1391</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>11</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1640</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;

```



```

 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>GAS IDEAL<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

```

Un gas monoatómico ideal es aquel gas diluto donde las relaciones intermoleculares se pueden despreciar y cuya ecuación de estado es:

$$pV = NkT$$

Podemos escribir la función de partición del sistema en términos de las funciones de partición atómicas individuales:

$$Z = \frac{1}{N!} \left( \frac{V}{\Lambda^3} \right)^N$$

Un gas monoatómico tiene los grados de libertad traslacional, electrónico y nuclear. Los hamiltonianos electrónico y nuclear se separan, por lo tanto:

$$q = q_{tr} q_{el} q_{nu}$$

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>v, T) = <span class=SpellE>q<sub>tras</sub>q<sub>elec</sub>q<sub>nucl</sub></span>.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Los estados de energía están dados por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:134.25pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="gasideal\_archivos/image034.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860309"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo en <span class=SpellE>q<sub>tras</sub></span>.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:366pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="gasideal\_archivos/image035.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860310"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:108pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="gasideal\_archivos/image036.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860311"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Los términos sucesivos en esta sumatoria difieren muy poco de uno a otro, de forma que varían casi en forma continua y se puede cambiar la sumatoria por una integral. Así que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:252.75pt;height:29.25pt'

o:ole="">  
 <v:imagedata src="gasideal\_archivos/image037.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860312">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:216.75pt;height:36.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="gasideal\_archivos/image038.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860313">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> V = a<sup>3</sup>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>El factor (h<sup>2</sup>/2</span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span class=Spelle><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>mkT</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>)<sup>1/2</sup>,  
 tiene unidades de longitud y se denota por </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>L</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, así que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:44.25pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="gasideal\_archivos/image039.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860314">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

$$La\ cantidad\ tiene\ el\ siguiente\ significado\ f\acute{isico}:\ el\ promedio\ de\ la\ energ\'ia\ cin\acute{e}tica\ traslacional\ de\ una\ mol\acute{e}cula\ de\ un\ gas\ ideal,\ se\ puede\ calcular\ por:$$

$$Se\ encuentra\ que:$$

$$y\ si$$

$$donde\ p^2\ es\ el\ momento\ de\ la\ part\acute{ic}ula,\ el\ momento\ promedio\ es:$$

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:24pt' o:ole=""><v:imagedata src="gasideal\_archivos/image043.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860318"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>así</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>L</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es esencialmente h/p que es la longitud de onda de De Broglie de la partícula.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las funciones termodinámicas son:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Energía de <span class=SpellE>Helmholtz</span>:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:204.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="gasideal\_archivos/image044.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860319"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La energía termodinámica:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="gasideal\_archivos/image045.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860320">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La presión:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:108.75pt;height:32.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="gasideal\_archivos/image046.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860321">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La entropía:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:146.25pt;height:45pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="gasideal\_archivos/image047.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860322">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El potencial químico:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:150.75pt;height:32.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="gasideal\_archivos/image048.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860323">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>  
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</div>

</body>

</html>

#### 4.25. Mecánica Estadística. Mecánica Estadística Clásica

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="mecestclasica_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="mecestclasica_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="mecestclasica_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>MECANICA ESTADISTICA CLASICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>5</o:Revision>
<o:TotalTime>9</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T15:02:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:23:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>611</o:Words>
<o:Characters>3366</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>28</o:Lines>
<o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3970</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
```



```

<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

```

```

<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>MECANICA ESTADISTICA
CLASICA<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Consideremos la función de partición molecular:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
 <v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
 <o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:78pt;
height:26.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="mecestclasica_archivos/image001.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241860719">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

```





id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:209.25pt;height:32.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image013.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860725">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Para un sistema de N partículas indistinguibles se puede  
 escribir <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:36.75pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image015.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860726">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:179.25pt;height:33pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image017.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860727">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>de aquí:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image019.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860728">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75"

<v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image021.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860729">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> H es la hamiltoniana del  
sistema de N cuerpos. Esto nos lleva al límite clásico de G para sistemas de  
partículas interactuantes:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:167.25pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image023.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860730">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:78.75pt;height:32.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image025.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860731">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Se puede considerar que en el límite clásico de Q(<span  
class=SpellE>N,V,T</span>):<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:239.25pt;height:32.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image027.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860732">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>para un gas monoatómico:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:227.25pt;height:32.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image029.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860733">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo en Q se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:110.25pt;height:36.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image031.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860734">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:153.75pt;height:30.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image033.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860735">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la integral clásica de configuración.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En un espacio fase la trayectoria del punto fase está dada por las ecuaciones de movimiento de Hamilton:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style="width: 41.25pt; height: 30.75pt; o:ole=""><v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image035.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860736"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p></sub>

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style="width: 99pt; height: 30.75pt; o:ole=""><v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image037.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860737"></o:OLEObject></xml><![endif]></span><span lang=ES-TRAD style="font-size: 10pt; font-family: Arial; color: blue;"><o:p></o:p></span></p></sub>

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style="width: 90.75pt; height: 21pt; o:ole=""><v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image039.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860738"></o:OLEObject></sub>



</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El ensamble promedio de cualquier función </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>F</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(p, q) está definido por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:135.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image041.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><math></math></span></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860739"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Este es el postulado de Gibbs.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Consideremos un pequeño elemento de volumen </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>p<sub>1</sub></span><span class=GramE>, ...</span>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>q<sub>1</sub>, ..., </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span class=Spelle><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>p<sub>l</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>q<sub>1</sub>, ..., </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span class=Spelle><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>q<sub>l</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> alrededor



DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860740">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El número que pasa a través de la otra fase por unidad de tiempo es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:329.25pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image045.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860741">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si expandimos f y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image047.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860742">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>a términos lineales en </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>q<sub></sub>1</sub> obtenemos:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:191.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image049.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860743">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue">Sustituyendo la primera entrada se tiene el flujo neto de puntos fase en la dirección q<sub>1</sub> en el elemento de volumen <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:87pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image051.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860744"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center"><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><span style='position:relative;top:14.0pt;mso-text-raise:-14.0pt"><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:224.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image057.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></span></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860745"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue">El flujo neto en la dirección p<sub>1</sub><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center"><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><span style='position:relative;top:14.0pt;mso-text-raise:-14.0pt"><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:224.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image059.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></span></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860746"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue">Luego el cambio en el número de puntos fase a través de todas las fases es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center"><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:237.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image061.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860747">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Esto debe ser igual al cambio de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>N con el tiempo y se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:267.75pt;height:35.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image062.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860748">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:41.25pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image064.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860749">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:39pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image066.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860750">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>el primer término es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1057" type="#\_x0000\_t75" style='width:63pt;height:32.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image067.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1057" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860751">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si dividimos por el elemento de volumen, tenemos la razón de cambio de la densidad alrededor del punto p<sub>1</sub>, ..., <span class=SpellE>p<sub>l</sub></span>, q<sub>1</sub>, ..., <span class=SpellE>q<sub>l</sub></span>, así que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1058" type="#\_x0000\_t75" style='width:129.75pt;height:71.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="mecestclasica\_archivos/image094.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1058" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241860753">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la ecuación de <span class=SpellE>Liouville</span>, la más importante de la mecánica estadística clásica.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>  
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

#### 4.27. Mecánica Estadística. Cristales

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="cristales_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="cristales_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="cristales_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>CRISTALES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T15:02:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T16:46:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>284</o:Words>
<o:Characters>1565</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>13</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1846</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
```

```

<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:21.0cm 842.0pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:36.0pt;
 mso-footer-margin:36.0pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}

```



```

</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
 </o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

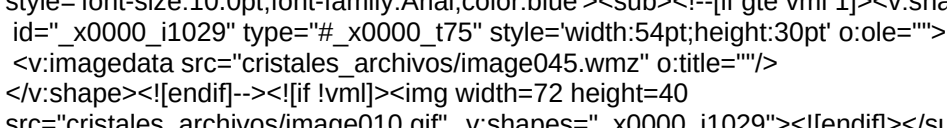
<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=789
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>CRISTALES<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Sea <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>j(r) el
potencial central de la molécula. El cero de energía está infinitamente
separado de la molécula en reposo. Expandiendo <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>j<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en r = 0, se tiene:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
 <v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

```

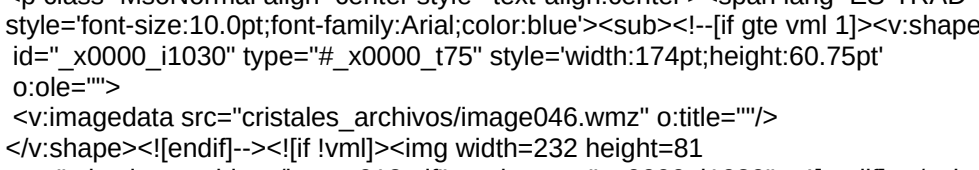
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
 </v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:78.75pt; height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image041.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857985">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:165pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image042.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857986">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:57pt;height:33.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image043.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857987">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>y ademas: <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:30.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image044.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857988">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>La solucion clasica es la de un oscilador armonico de

frecuencia:



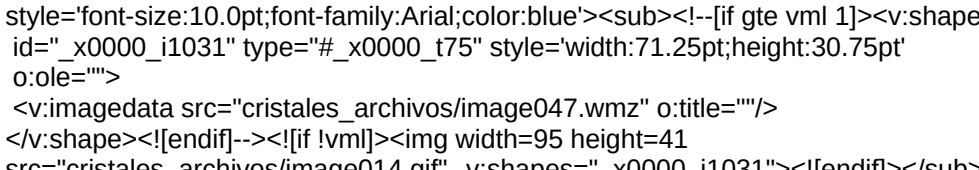
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style="width:54pt;height:30pt" o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image045.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857989">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><p></p></span></p>

Como los movimientos x, y, z son equivalentes, la función de partición es:



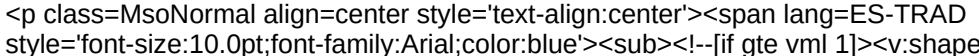
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style="width:174pt;height:60.75pt" o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image046.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857990">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><p></p></span></p>

Los niveles de energía de un oscilador armónico son no degenerados y entonces por:



<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style="width:71.25pt;height:30.75pt" o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image047.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857991">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><p></p></span></p>

así que:



id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:356.25pt;height:59.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image048.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857992">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>donde <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>Q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial'> = h</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>/k<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>y además, <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=Spelle><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>exp</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(-h</span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>/</span class=Spelle>kT</span>  
 &lt; 1,<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Q</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la temperatura  
 característica. <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Cuando T &gt;&gt; </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>Q</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:123.75pt;height:60.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image049.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857993">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>a baja temperatura:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="cristales\_archivos/image050.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857994">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sea que cada oscilador  
está en estado base.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Las funciones termodinámicas son:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:234.75pt;height:164.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="cristales\_archivos/image051.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857995">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> éste es el modelo de  
Einstein.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Los átomos en un cristal están tan cerca unos de otros  
relativos a la longitud de onda, que la onda ve al cristal como un continuo.  
Este es el origen de la aproximación de <span  
class=SpellE>Debye</span>.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Sea <o:p></o:p></span></p>

$$U(\mathbf{r}, t) = A \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$$

$$U(\mathbf{r}, t) = 2A \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$$

Consideremos el cristal cúbico, así que:

font-family:Arial'> = (</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>/L) <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n</b>.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Sabemos que <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'>w</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial'> = <span class=SpellE>vk</span>,<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>así que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:96.75pt;height:29.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="cristales\_archivos/image052.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857996">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>El número de ondas estacionarias es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:86.25pt;height:29.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="cristales\_archivos/image053.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857997">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>el número entre k y k + <span class=SpellE>dk</span> es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:110.25pt;height:29.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="cristales\_archivos/image054.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038">

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857998">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:57pt;height:27.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="cristales\_archivos/image055.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241857999">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:149.25pt;height:30.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="cristales\_archivos/image056.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858000">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Esta es la forma de la frecuencia más baja de <span class=SpellE>Debye</span>.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El número total de modos normales es 3N, así que es necesaria una frecuencia de corte </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span></span><span class=SpellE><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>max</span></sub></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:210.75pt;height:42.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="cristales\_archivos/image057.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><img width=281 height=57



src="cristales\_archivos/image034.gif" v:shapes="\_x0000\_i1041"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858001">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:123.75pt;height:42.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image058.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858002">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:36.75pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image059.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858003">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:56.25pt;height:27pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="cristales\_archivos/image060.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241858004">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:  
 auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span  
 style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>

</html>

## 5. Electrodinámica. Introducción

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="electrostatica_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="electrostatica_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="electrostatica_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ELECTROSTATICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
 <o:Template>Normal</o:Template>
 <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
 <o:Revision>4</o:Revision>
 <o:TotalTime>9</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-01-23T18:14:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T21:04:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>392</o:Words>
 <o:Characters>2158</o:Characters>
 <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
 <o:Lines>17</o:Lines>
 <o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>2545</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
```

```

 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:911744061;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:414993730;}
@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
@list l1
 {mso-list-id:1525242382;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:414993730;}
@list l1:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;

```

```

 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
ol
 {margin-bottom:0cm;}
ul
 {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ELECTROSTATICA<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Los resultados de las observaciones sobre cargas eléctricas se pueden
resumir en tres principios:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
mso-list:l1 level1 lfo2'>
<![if !supportLists]>
<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;

```

color:blue"><span style='mso-list:ignore'>1.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span>  
<![endif]>  
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>Hay s&ocute;lo dos clases de cargas el&eacute;ctricas conocidas: positiva y negativa.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt; mso-list:l1 level1 lfo2'>  
<![if !supportLists]>  
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial; color:blue'><span style='mso-list:ignore'>2.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span>  
<![endif]>  
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>Dos cargas puntuales ejercen entre s&iacute;, fuerzas que act&uacute;an sobre la l&iacute;nea que las une y que son inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que los separa.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt; mso-list:l1 level1 lfo2'>  
<![if !supportLists]>  
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial; color:blue'><span style='mso-list:ignore'>3.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span>  
<![endif]>  
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>Estas fuerzas son tambi&eacute;n proporcionales al producto de las cargas. Son repulsivas para cargas iguales y atractivas para cargas diferentes.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Estos principios se pueden resumir en la ecuaci&ocute;n:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype  
id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">  
<v:stroke joinstyle="miter"/>  
<v:formulas>  
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>  
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>  
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>  
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>  
</v:formulas>  
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
 </v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:63pt; height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="electrostatica\_archivos/image001.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046203">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La ley de <span class=SpellE>Coulomb</span> se aplica a cargas puntuales. En sentido macroscópico una carga puntual es aquella cuyas dimensiones espaciales son muy pequeñas en comparación con cualquier otra longitud pertinente al problema en consideración.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si se tienen más de dos cargas puntuales, las fuerzas mutuas se determinan por la aplicación repetida de la ecuación (1). Particularmente, si se considera un sistema de N cargas, la fuerza sobre la <span class=SpellE>íesima</span> carga está dada por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:77.25pt;height:33pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="electrostatica\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046204">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>esto</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es sobre el principio de superposición de fuerzas que expresa que la fuerza total que actúa sobre un

cuerpo, es la suma vectorial de las fuerzas individuales que actúan sobre &eacute;l.

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Una simple extensi&acute;n de las ideas de N cargas puntuales interactuando, es la interacci&acute;n de una carga puntual con una distribuci&acute;n continua de carga. Esto se puede hacer como si un segmento de carga pudiese subdividirse indefinidamente y describir la distribuci&acute;n de carga por medio de funciones puntuales, que son:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo4'>

<![if !supportLists]>  
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span style='mso-list:ignore'>1.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span>  
<![endif]>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Una densidad volum&eacute;trica de carga definida por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='margin-left:14.15pt;text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="electrostatica\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><!-->

<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046205">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!-->

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo4'>

<![if !supportLists]>  
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span style='mso-list:ignore'>2.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span>  
<![endif]>

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Una densidad superficial de carga definida por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="electrostatica\_archivos/image007.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046206">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Por lo dicho sobre q, es evidente que </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son densidades de carga neta o de exceso de  
 carga.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Si la carga se distribuye en un volumen V, con una densidad </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y sobre la superficie S que  
 limita a V con una densidad </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, entonces la fuerza ejercida por esta  
 distribuci&acute;n de carga puntual q, situada en <b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> se obtiene de la  
 ecuaci&acute;n<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:77.25pt;height:33pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="electrostatica\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
 <img width=103 height=44



src="electrostatica\_archivos/image004.gif" v:shapes="\_x0000\_i1029">  
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046207">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>al</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sustituir <span class=Spelle>q<sub>j</sub></span> por </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><span class=Spelle><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>j</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>dV<sub>j</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>' y por </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><span class=Spelle><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>j</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>da<sub>j</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>'. y en el  
 &iacute;mite:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:221.25pt;height:33pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="electrostatica\_archivos/image009.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046208">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La variable r' se usa para localizar un punto dentro de la distribuci&oacute;n de carga, esto es, hace el papel de punto fuente <span

en la

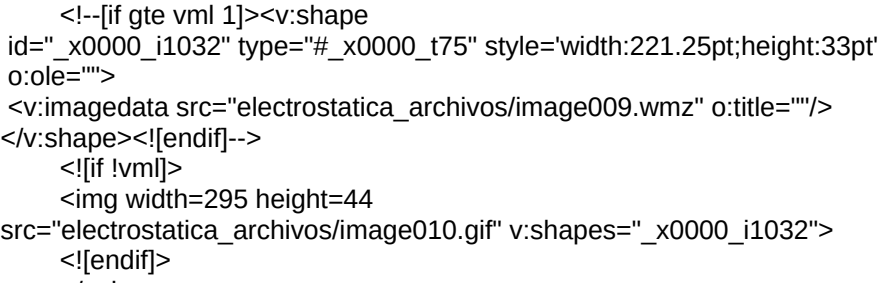
ecuaci&oacute;n

&nbsp;



$$F = k \frac{qQ}{r^2}$$

Es claro de acuerdo con la ecuaci&oacute;n



que

la fuerza sobre q es proporcional a q. Este hecho nos lleva a introducir un campo vectorial independiente de q, es decir, la fuerza por unidad de carga. Este campo se llama campo el&eacute;ctrico.

</body>

</html>

### 5.1. ELECTRODINAMICA. INTRODUCCION. MARCO 4

```
<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
 background-color: #FFFFFF;
 margin-left: 10px;
 margin-top: 0px;
 margin-right: 0px;
 margin-bottom: 0px;
}
.style12 {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 10px;
 color: #FFFFFF;
}
.style13 {color: #FFFFFF}
a:link {
 color: #FFFF99;
 text-decoration: none;
}
a:visited {
 text-decoration: none;
 color: #FFFF99;
}
a:hover {
 text-decoration: none;
 color: #990033;
}
a:active {
 text-decoration: none;
 color: #FF0000;
}
.style24 {color: #FFFFFF; font-weight: bold; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;}
.style26 {font-size: 12px}
-->
</style></head>

<body>
<table width="789" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0">
<tr>
<td width="648" height="14" bgcolor="#336666">P´gina Principal > Curso de
Física Avanzada > Electrodinímica </td>
</tr>
```

```

<tr>
 <td align="center" valign="middle" background="../fisicaavanz2.gif"><div align="center">Curso de Física Avanzada -
Electrodinámica</div></td>
</tr>
</table>
<div align="justify"></div>
<div align="left">
 <table width="789" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0"
background="../fisicaavanz2.gif">
 <tr background="../fisicaavanz2.gif">
 <td width="92"><div align="center" class="style26">MECANICA </div></td>
 <td width="130"><div align="center" class="style26"><a
href="../termoavan/termodinamica.htm"
target="_parent">TERMODINAMICA</div></td>
 <td width="181"><div align="center" class="style26">MECANICA ESTADISTICA
</div></td>
 <td width="156"><div align="center" class="style26">ELECTRODINAMICA</div></td>
 <td width="154"><div align="center" class="style26"><a
href="../mec%20cuantica/mecacuantica.htm"
target="_parent">MECANICA
CUANTICA</div></td>
 <td width="76"><div align="center" class="style26">RELATIVIDAD</div></td>
 </tr>
 </table>
</div>
<div align="center"></div>
<p> </p>
</body>
</html>

```

## 5.2. Electrodinámica. Introducción. Marco 5

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
 background-color: #B8C9C8;
}
.style1 {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 12px;
 font-weight: bold;
 color: #0000CC;
}
a:link {
 color: #990033;
 text-decoration: none;

```

```

}
a:visited {
 text-decoration: none;
 color: #990033;
}
a:hover {
 text-decoration: none;
 color: #0000FF;
}
a:active {
 text-decoration: none;
 color: #FF0000;
}
a {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 9px;
}
.style14 {
 color: #FFFFFF;
 font-size: 9pt;
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
}
.style15 {color: #B8C9C8}
.style22 {color: #990033}
.style32 {color: #990033; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;}
.style33 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif}
.style34 {font-size: 8px}
.style35 {color: #990033; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 8px; }
.style36 {color: #B8C9C8; font-size: 8px; }
.style38 {color: #990033; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 10px; }
-->
</style>
</head>

<body>
<div align="center">
<table width="169" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0" bgcolor="#6699CC">
<tr>
<td bgcolor="#78C7A9"><div align="center">INDICE
ELECTRODINAMICA</div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> ELECTROSTATICA</div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> CAMPO ELECTRICO

</div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> POTENCIAL ELECTROSTATICO

</div></td>

```

```

</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> LEY DE GAUSS</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> DIPOLO ELECTRICO</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><p align="center" class="style35"> DESARROLLO
MULTIPOLAR</p></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> ECUACION DE POISSON

 </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> ECUACION DE LAPLACE
 </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> LAPLACE CON UNA
VARIABLE</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> <a href="eclaplacecooresfericas.htm"
target="mainFrame">EN COORDENADAS ESFERICAS </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> <a href="eclaplacecoorrectan.htm"
target="mainFrame">COORDENADAS
RECTANGULARES
</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> LAPLACE EN DOS DIMENSIONES
</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> <a href="esfcondcampelecunif.htm"
target="mainFrame">ESFERA CONDUCTORA</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> ARMONICOS
CILINDRICOS

```

```

 </div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> IMAGENES
ELECTROSTATICAS

 </div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8">
 <div align="center" class="style35"> <a href="coeficienpotencial.htm"
target="mainFrame">COEFICIENTES DE POTENCIAL</div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> POLARIZACION
 </div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> CAMPO EXTERNO EN DIELECTRICOS</div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> TEOREMA DE GREEN</div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> DE DIRICHLET O
NEWMANN</div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><p align="center" class="style35"> <a href="probelecvalgreen.htm"
target="mainFrame">SOLUCION FUNCION DE GREEN

 </p></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> POTENCIAL ELECTROSTATICO
 </div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8">FUNCION DE GREEN PARA
ESFERA</td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> LEY DE COULOMB
</div></td>
 </tr>
 <tr>

```

```
 |
```



```

</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> CORRIENTES
ESTACIONARIAS</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8">
 <div align="center" class="style35"> <a href="ecuacontinuidad.htm"
target="mainFrame">ECUACIÓN DE CONTINUIDAD </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> LEY DE OHM </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> LEY DE JOULE </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> FLUJO DE
CORRIENTE</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> CAMPO MAGNETICO </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><p align="center" class="style35"> <a href="ecumaxwell.htm"
target="mainFrame">ECUACIONES DE MAXWELL </p></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34">
</div></td>
</tr>
</table>
<p class="style1"> </p>
</div>
</body>
</html>

```

### 5.3. Electrodinámica. Campo Eléctrico

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="campoelec_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="campoelec_archivos/editdata.mso">

```

```

<link rel=OLE-Object-Data href="campoelec_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>CAMPO ELECTRICO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>4</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-01-23T18:32:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T01:27:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>157</o:Words>
<o:Characters>867</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>7</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1022</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;

```

```

text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}
@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="4098"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>CAMPO ELECTRICO<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

```

El campo eléctrico en un punto se define como el límite de la siguiente relación: La fuerza sobre una carga testigo colocada en el punto, a la carga testigo, tomándose el límite a medida que la magnitud de la carga testigo tiende a cero. El símbolo que se acostumbra emplear para el campo eléctrico es  $E$ .

Las ecuaciones (2 y 3) nos dan los medios directos para obtener una expresión para el campo eléctrico debido a una distribución de carga dada. Si una carga testigo  $q$  está en el punto  $r$ , experimenta una fuerza  $F$  dada por:

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975605">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>debida</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> a la distribución de carga dada. El campo eléctrico en <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> es el límite de la razón de esta fuerza a la carga testigo q. Como la relación es independiente de q, el campo eléctrico en <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>r</b> es sólo:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" \_x0000\_i1027" type="# \_x0000\_t75" style='width:270.75pt;height:39pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="campoelec\_archivos/image009.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975606">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>El campo eléctrico se puede calcular en cada punto del espacio en la vecindad de un sistema de cargas o de una distribución de carga. Así <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b>(<b style='mso-bidi-font-weight: normal'>r</b>), es una función vectorial puntual, o un campo vectorial.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

#### 5.4. Electrodinámica. Potencial electrostático

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml">

```

xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="potenelectrostat_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="potenelectrostat_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="potenelectrostat_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>POTENCIAL ELECTROSTATICO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>9</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T19:25:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T23:07:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>348</o:Words>
<o:Characters>1914</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>15</o:Lines>
<o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2258</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->

```

```

<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

```

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792 style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>  
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>  
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>  
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>POTENCIAL ELECTROSTATICO</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El campo eléctrico satisface el hecho de que su rotacional se anula, por lo que puede expresarse como el gradiente de un escalar. Si tomamos el rotacional de la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:272.25pt; height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="potenelectrostat\_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053626"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:



10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> implica la derivación respecto a R. Esta variable aparece en la ecuación sólo de la forma:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:33pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="potenelectrostat\_archivos/image026.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053628"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por lo que sólo se requiere demostrar que las funciones de esta forma tienen rotacional cero. Empleando la expresión:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:98.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="potenelectrostat\_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053629"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:231pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="potenelectrostat\_archivos/image028.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053630"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>además:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:93.75pt;height:33pt' o:ole="">

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_1}$$

Además el producto

de un vector con otro paralelo es cero, por lo tanto se ve que:

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

Como cada contribución de la ecuación

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i \vec{r}_i}{r_i^3}$$

al campo eléctrico es de la forma

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

o:ole="">  
<v:imagedata src="potenelectrostat\_archivos/image030.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053634">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> ha demostrado que el <span  
class=SpellE>rot</span> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> = 0. La  
ecuación anterior indica que existe una función escalar cuyo gradiente es el  
campo eléctrico. Sabemos que existe una función que satisface:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b  
style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'>E</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'>(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>) = - <span  
class=SpellE>grad</span> U(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>)<span  
style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> U es el potencial  
eléctrico.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Es fácil encontrar el potencial electrostático debido a una  
carga puntual q, y es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:80.25pt;height:32.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="potenelectrostat\_archivos/image031.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053635">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se verifica por  
derivación directa. De esto el potencial que da el campo eléctrico de la  
ecuación<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>



lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>grad</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> U </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=SpellE>d<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b></span>' = <span class=SpellE>dU</span><span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Al sustituir la última ecuación en<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:117pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="potenelectrostat\_archivos/image033.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053639">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se convierte en la derivada de una función exacta, y el resultado es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:141.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="potenelectrostat\_archivos/image034.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053640">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si el campo eléctrico debido a una carga puntual se utiliza en la ecuación anterior y el punto de referencia o límite inferior de la integral se considera en el </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> el resultado es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:57pt;height:30pt' o:ole="">

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Otro aspecto del potencial electrostático es su relación con la energía potencial asociada con la fuerza electrostática conservativa, y ésta es:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

donde  $U$  es la energía potencial en  $W$  relativa al punto de referencia donde  $U = 0$ . Como en electrostática  $F = -\frac{dU}{dr}$ , el punto de referencia para el potencial y para la energía es el mismo.

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

## 5.5. ELECTRODINAMICA. LEY DE GAUSS

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="leygauss_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="leygauss_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="leygauss_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>LEY DE GAUSS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-23T01:18:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T22:59:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>138</o:Words>
<o:Characters>763</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>6</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>900</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>

```

```

</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>

```



```

</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>LEY DE GAUSS<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El flujo eléctrico a través de una esfera con el punto
fuente en su centro es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:114pt;
height:30.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="leygauss_archivos/image011.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242053131">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El flujo es el mismo para todas las esferas sin importar el

```

tamaño. Se puede ver, por extensión, que para una superficie arbitraria cerrada:

$$\oint_V \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dV$$

ya sea si está en la superficie dentro o fuera respectivamente.

En el caso de varios puntos cargados:

$$\oint_V \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Del teorema de Gauss:

$$\oint_V \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dV$$

donde  $f$  es una superficie cerrada que acota el volumen  $V$  y

es la normal hacia afuera. De las ecuaciones

&nbsp;

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + y = 0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + y = 0$$

se tiene:

$$E = 0$$

para  $P = 0$

pero

$$E = \frac{1}{x}$$

$$E = \frac{1}{x}$$

y

$$E = \frac{1}{x}$$

Q<span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=SpellE>grad</span></span></span>  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> =</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>,<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> satisfice la ecuación:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sup><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>P </span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0, para P </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¹</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>la conservación de la energía:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>rotE</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0 o <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> = -<span class=SpellE>grad</span> </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y la ley de Gauss:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

```

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:165pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="leygauss_archivos/image015.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242053137">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>con<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> Q dentro de F, son
juntos equivalentes a la ley de Coulomb.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 5.6. Electrodinámica. Dipolo eléctrico

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="dipoloelectrico_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="dipoloelectrico_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="dipoloelectrico_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}

```

```

</style>
<![endif]-->
<title>DIPOLO ELECTRICO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>12</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T21:01:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T20:44:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>405</o:Words>
<o:Characters>2228</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>18</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2628</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
{mso-style-name:"";

```

```

 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>DIPOLO ELECTRICO<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Dos cargas iguales y de signo contrario separadas una
pequeña distancia forman un dipolo. Supongamos una carga -q que está en el
punto <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r', y una carga q que está
en el punto <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r' + <b

```

style='mso-bidi-font-weight:normal'>l</b>, luego el campo <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> en un punto <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> de acuerdo con la ecuación <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:270.75pt; height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="dipoloelctrico\_archivos/image019.emz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045011"></o:OLEObject></xml><![endif]--><span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>será:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:2in;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="dipoloelctrico\_archivos/image020.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045012"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero en el dipolo <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>l</b> es pequeña comparada con <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> - <b



style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>' y se puede desarrollar la ecuación anterior conservando sólo el primer término que no se anule, y podemos expresar:

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:314.25pt;height:45pt' o:ole=""><v:imagedata src="dipoloelctrico\_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045013"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>si se desarrolla por el binomio y conservando los términos lineales en l:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:164.25pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="dipoloelctrico\_archivos/image022.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045014"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si sustituimos la ecuación anterior en <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:2in;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="dipoloelctrico\_archivos/image020.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045015"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y sólo consideramos los términos lineales en l, tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:192.75pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="dipoloelctrico\_archivos/image023.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045016"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La última ecuación nos da la parte del campo eléctrico debida a un dipolo eléctrico finito que es proporcional a la separación de las cargas. En el límite cuando  $l$  tiende a cero y  $q$  tiende a  $\infty$  </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'> $\infty$ </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, de tal manera que <span class=Spelle> $q$ </span> = <span class=Spelle> $q$ </span>, todos los términos, excepto el lineal, se anulan. En este límite se forma un dipolo puntual. Este no tiene carga neta y no tiene extensión, por lo que está caracterizado por un momento dipolar que es el límite de <span class=Spelle> $q$ </span> conforme  $l$  </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'> $\infty$ </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0. Este momento se simboliza por  **$p$** , así:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> $p$ </span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span class=Spelle> $q$ <b style='mso-bidi-font-weight:normal'> $l$ </b></span><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que la ecuación<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:192.75pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="dipoloelctrico\_archivos/image023.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045017"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'>la podemos escribir como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:197.25pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="dipoloelctrico\_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045018"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La distribución de potencial de un modelo puntual está dada por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:132.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="dipoloelctrico\_archivos/image026.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045019"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si la ecuación anterior se desarrolla como la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:164.25pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="dipoloelctrico\_archivos/image022.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045020"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:102.75pt;height:39pt' o:ole="">

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Para un dipolo puntual esta ecuación es exacta, sin embargo se expresa mejor como:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

que nos da el potencial producido por un dipolo.

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

En el caso de dos cargas  $-q$  en  $r$  y  $q$  en  $r$  +  $r$  style='mso-bidi-font-weight:normal'>I</b>, en un campo eléctrico descrito por la función de potencial  $U$  (ext), la energía potencial  $U$ :

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Si  $I$  es pequeña comparada con  $r$ ,  $U$  (ext) (I) se puede desarrollar en una serie de potencial de  $I$  y sólo se conservan los dos primeros términos de ésta, el desarrollo da:

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>U<sub>ext</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> (<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> + <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>l</b>) = <span class=SpellE>U<sub>ext</sub></span> f(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> + <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>l</b> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=SpellE>grad</span><span class=SpellE>U<sub>ex<span style='color:blue'>t</span></sub></span></span><span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se debe emplear el valor del gradiente en el punto <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>. Si este desarrollo se emplea en la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>W = -<span class=SpellE>qU<sub>ext</sub></span> (<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>) + <span class=SpellE>qU<sub>ext</sub></span> (<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> + <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>l</b>)<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>el resultado es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>W = <span class=SpellE>q<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>l</b></span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'> </b></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=SpellE>grad</span><span class=SpellE>U<sub>ext</sub></span></span><span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si tomamos el límite de un dipolo puntual se tiene simplemente:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>W = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>p </b></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=SpellE>grad</span><span class=SpellE>U<sub>ext</sub></span><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como el campo eléctrico es el negativo del gradiente de

potencial electrostático, una forma alternativa de la ecuación anterior es:

$W(r) = -\frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0 r}$

Esto es: la energía potencial de un dipolo en un campo eléctrico externo, donde

$E_f$

se valúa en la posición del dipolo.

auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'

```

<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>DESARROLLO MULTIPOLAR DE CAMPOS ELECTRICOS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>13</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T21:12:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T20:42:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>387</o:Words>
<o:Characters>2134</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>17</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2516</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;

```

```

 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>DESARROLLO MULTIPOLAR DE
CAMPOS ELECTRICOS<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```



Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Vamos a considerar cierto desarrollo del potencial electrostático debido a una distribución arbitraria de carga. Para reducir el número de coordenadas de posición, se considera una distribución de carga en la vecindad del origen de coordenadas. La siguiente restricción será que la distribución de carga pueda encerrarse completamente en una esfera de radio  $a$ , que es pequeño comparado con la distancia al punto de observación. Un punto arbitrario dentro de la distribución de carga se denominará  $r$ , la densidad de carga en ese punto  $\rho(r)$ , la densidad de carga en ese punto  $\rho(r)$  y el punto de observación por  $b$  y el punto de observación por  $b$ . Ver figura (3).<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:212.25pt; height:148.5pt'><v:imagedata src="desarmultipolcampelec\_archivos/image001.png" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

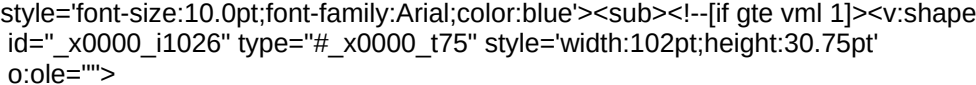
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

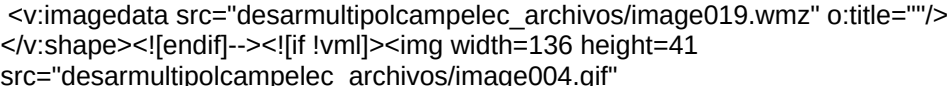
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Figura (3)<o:p></o:p></span></p>

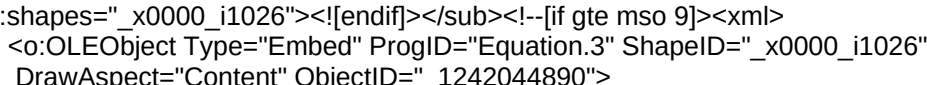
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

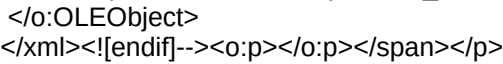
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>El potencial en  $r$  está dado por:<o:p></o:p></span></p>

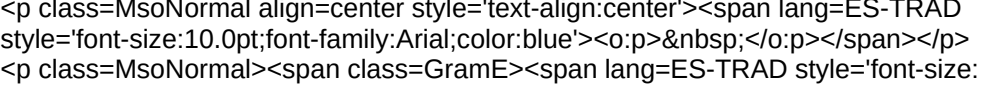
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

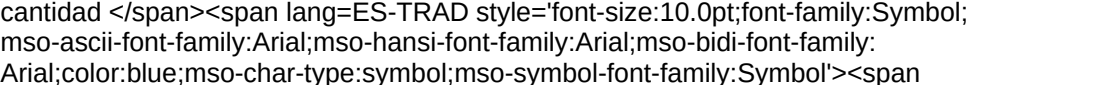


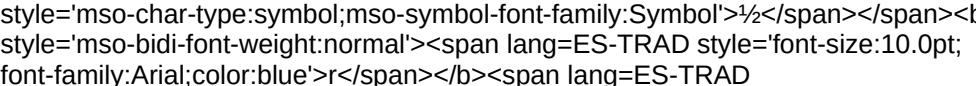


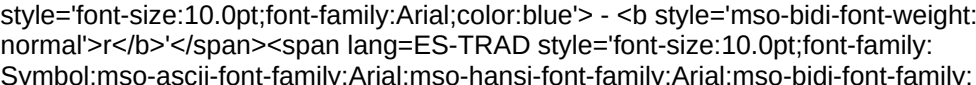


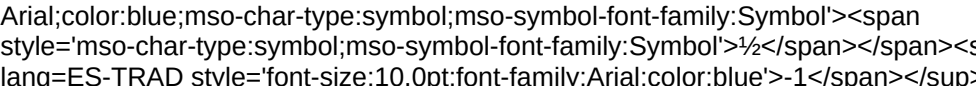


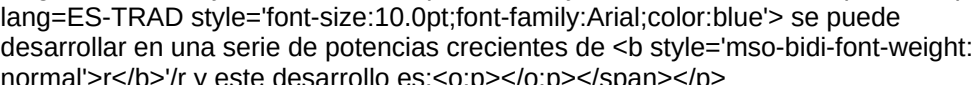
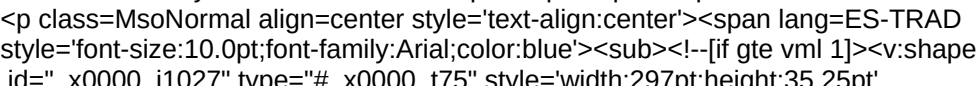
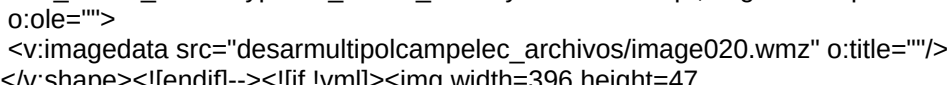


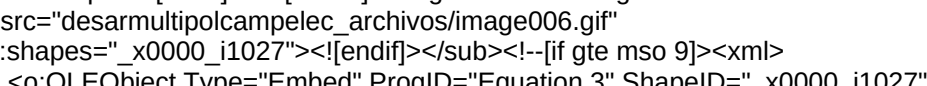
donde
V designa el elemento de volumen en la distribución de carga, y V representa el volumen total ocupado por la distribución de carga. Dadas las observaciones anteriores, la cantidad
 


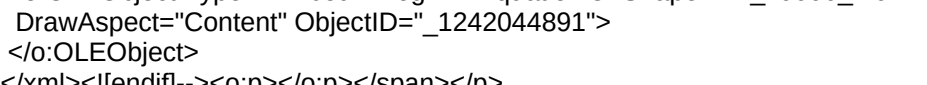

r
-

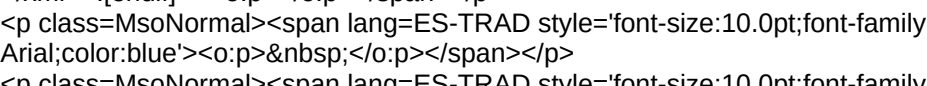


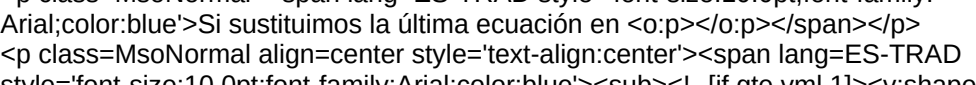

-1

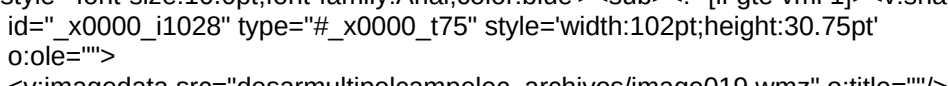

 se puede desarrollar en una serie de potencias crecientes de
 

 y este desarrollo es:
 


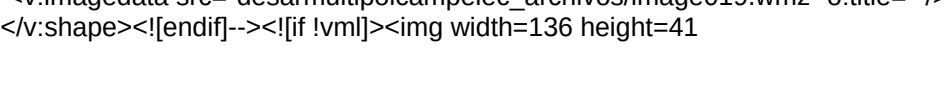












src="desarmultipolcampelec\_archivos/image004.gif"

v:shapes="\_x0000\_i1028"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242044892">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y omitimos los términos en que intervienen el cubo y las potencias mayores, se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:225pt;height:35.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="desarmultipolcampelec\_archivos/image021.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242044893">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Como r no contiene la variable de integración r', todas las dependencias de 
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:333pt;height:35.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="desarmultipolcampelec\_archivos/image022.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242044894">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span class=SpellE>x<sub>i</sub></span>, <span class=SpellE>x<sub>j</sub></span> son componentes cartesianas de

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span class=SpellE><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>ij</span></sub></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la delta de <span class=SpellE>Dirac</span>. <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La primera integral de la ecuación es la carga total, y el primer término es el potencial que resultaría si esta carga se concentrara en el origen. La segunda integral es semejante al momento dipolar y se llama momento dipolar de la distribución de carga. El segundo término de la ecuación es el potencial que resultaría si un dipolo puntual, igual al momento dipolar de la distribución de carga, se localizara en el origen de coordenadas. <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El momento dipolar de una distribución de cargas es independiente del origen de coordenadas con origen en <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R</b> en el sistema primitivo. Si representamos un punto con respecto al sistema primitivo por <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>, y el mismo punto con respecto al nuevo sistema por <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>" se tiene:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:41.25pt;height:12pt' o:ole=""><v:imagedata src="desarmultipolcampelec\_archivos/image023.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242044895"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y el momento dipolar con respecto al sistema primitivo es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:215.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="desarmultipolcampelec\_archivos/image024.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242044896"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:

10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> demuestra lo anterior.</p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El tercer término de la ecuación</p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:333pt;height:35.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="desarmultipolcampelec\_archivos/image022.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242044897">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se expresa:</p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:32.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="desarmultipolcampelec\_archivos/image025.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242044898">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:</p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:123pt;height:27pt' o:ole="">

<v:imagedata src="desarmultipolcampelec\_archivos/image026.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242044899">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Hay nueve componentes de <span class=SpellE>Q<sub>ij</sub></span> para i, j = 1, 2, 3. Este conjunto forma el tensor del momento de cuadripolo.</p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 </td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 5.8. Electrodinámica. Ecuación de Poisson

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ecuadepoisson_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ecuadepoisson_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ecuadepoisson_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ECUACION DE POISSON</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
 <o:Template>Normal</o:Template>
 <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
 <o:Revision>3</o:Revision>
 <o:TotalTime>5</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-22T21:25:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T20:56:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>137</o:Words>
 <o:Characters>757</o:Characters>
 <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
 <o:Lines>6</o:Lines>
 <o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>893</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>

```

```

</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";

```

mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;  
 mso-para-margin:0cm;  
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;  
 mso-pagination:widow-orphan;  
 font-size:10.0pt;  
 font-family:"Times New Roman";}

</style>  
 <![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>  
 </xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:shapelayout v:ext="edit">  
 <o:imap v:ext="edit" data="1"/>  
 </o:shapelayout></xml><![endif]-->  
 </head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792  
 style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>

<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>

<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>

<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACION DE POISSON</span></b><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Tenemos la ecuación diferencial de la ley de Gauss:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype  
 id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"  
 path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">

<v:stroke joinstyle="miter"/>

<v:formulas>

<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>

<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>

<v:f eqn="prod @2 1 2"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @0 0 1"/>

<v:f eqn="prod @6 1 2"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

</v:formulas>

<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>

</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:53.25pt;  
 height:30pt o:ole="">

<v:imagedata src="ecuadepoisson\_archivos/image001.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><img width=71 height=40



src="ecuadepoisson\_archivos/image002.gif" v:shapes="\_x0000\_i1025"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045775">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Además en un campo puramente electrostático tenemos  
 que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'>E</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'> = <span class=Spelle>grad</span> U<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y además:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:192.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuadepoisson\_archivos/image003.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045776">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Combinando las ecuaciones<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:53.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuadepoisson\_archivos/image001.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045777">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'>E</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'> = <span class=Spelle>grad</span> U<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuadepoisson\_archivos/image005.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045778">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Se puede considerar la <span class=SpellE>div</span> <span  
class=SpellE>grad</span> como un sólo operador diferencial: </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><sup><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que es el  
laplaciano y así:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:30pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ecuadepoisson\_archivos/image007.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045779">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Es claro que el laplaciano es un operador escalar puro y la  
ecuación anterior es una ecuación diferencial que se llama ecuación de <span  
class=SpellE>Poisson</span>. Es una ecuación diferencial parcial que se puede  
resolver una vez que se conoce la dependencia funcional de </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">r</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x, y, z) y las condiciones de frontera.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>U será:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1. En coordenadas rectangulares:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:105.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecuadepoisson\_archivos/image009.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045780"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2. En coordenadas esféricas:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:254.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecuadepoisson\_archivos/image011.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045781"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>3. En coordenadas cilíndricas:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:147pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecuadepoisson\_archivos/image013.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045782"></o:OLEObject>

```

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 5.9. Electrodinámica. Ecuación de Laplace

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ecuadelaplace_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ecuadelaplace_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ecuadelaplace_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ECUACION DE LAPLACE</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T21:29:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T20:54:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>189</o:Words>
<o:Characters>1043</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>

```

```

<o:Lines>8</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1230</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>

```

```

/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACION DE LAPLACE<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En una determinada clase de problemas electrostáticos en
los que intervienen conductores, toda la carga se encuentra ya sea sobre la
superficie de estos o en forma de cargas puntuales fijas, y en estos casos <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0 en la mayoría de
los puntos del espacio, donde se anula la densidad de carga, y entonces la
ecuación de Poisson es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

```

$$\sum_{i=0}^n \prod_{j=1}^n \text{prod} @3 \text{ 21600 pixelWidth} \text{ prod} @3 \text{ 21600 pixelHeight} \sum @0 \text{ 0 1} \prod @6 \text{ 1 2} \prod @7 \text{ 21600 pixelWidth} \sum @8 \text{ 21600 0} \prod @7 \text{ 21600 pixelHeight} \sum @10 \text{ 21600 0}$$

$$\text{src}=\text{"ecuadelaplace\_archivos/image002.gif"} \text{ v:shapes}=\text{"_x0000\_i1025"} \text{<![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>$$

$$\text{DrawAspect}=\text{"Content"} \text{ ObjectID}=\text{"\_1242045645"} \text{</o:OLEObject>}$$

$$\text{que es la ecuación de Laplace.}$$

$$\text{Describiremos con cierto detalle dos métodos para la solución de la ecuación de Laplace: El primero es un método para componer una solución general a partir de soluciones particulares, y el segundo es el método de imágenes. Antes de estudiar estos métodos veremos importantes propiedades de la ecuación de Laplace.}$$

$$\text{Teorema I. Si } U_1, U_2, \dots, U_n \text{ son soluciones de la ecuación de Laplace, entonces:}$$

$$U = C_1 U_1 + C_2 U_2 + \dots + C_n U_n$$

font-family:Arial"> + <span class=SpellE>C<sub>n</sub>U<sub>n</sub></span></span></i><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></i></span><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> las C son constantes arbitrarias, <span class=SpellE>tambien</span> es una solución. La demostración de lo anterior se sigue de inmediato, debido a que:<o:p></o:p></span></i></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <sup>2</sup>U = </span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <sup>2</sup>C<sub>1</sub>U<sub>1</sub> + </span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <sup>2</sup>C<sub>2</sub>U<sub>2</sub> + </span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> +</span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=SpellE><sup>2</sup>C<sub>n</sub>U<sub>n</sub></span> = C<sub>1</sub></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <sup>2</sup>U<sub>1</sub> + C<sub>2</sub></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></i></p>



style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'> <sup>2</sup>U<sub>2</sub> + </span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x<span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x<span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span></span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'> +<span class=Spelle>C<sub>n</sub></span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span></i><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'> <sup>2</sup>U<sub>n</sub></span><span style='mso-spacerun:yes'> </span>= 0<o:p></o:p></span></i></p>  
<p class=MsoNormal><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></i></p>  
<p class=MsoNormal><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Teorema II. (Teorema de unicidad) Las soluciones a las ecuaciones de <span class=Spelle>Laplace</span> que satisfacen las mismas condiciones a la frontera, difieren cuando mucho en una constante aditiva.<o:p></o:p></span></i></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>  
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</div>  
</body>  
</html>

## 5.10. Electrodinámica. Ecuaciones de Laplace con una variable independiente

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="eculaplaceindep_archivos/filelist.xml">
```

```

<link rel=Edit-Time-Data href="eculaplaceindep_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="eculaplaceindep_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ECUACIONES DE LAPLACE CON UNA VARIABLE INDEPENDIENTE</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T21:33:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T20:59:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>92</o:Words>
<o:Characters>509</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>4</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>600</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;

```

```

 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACIONES DE LAPLACE

```

CON UNA VARIABLE INDEPENDIENTE

Si U es una función de una variable únicamente, la ecuación de Laplace se reduce a una ecuación diferencial ordinaria. Consideremos el caso en que  $U = U(x)$ , entonces:

$$\frac{d^2 U}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dU}{dx} + U = 0$$

la solución general, donde a y b son constantes elegidas para que se cumplan las condiciones a la frontera. Este es el resultado que se encontró para el potencial entre dos placas conductoras cargadas con orientación normal al eje x.

En coordenadas esféricas donde  $U = U(r)$  la ecuación de Laplace y su solución general son:

```

style='font-size:10.0pt;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026"
type="#_x0000_t75" style='width:167.25pt;height:30.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="eculaplaceindep_archivos/image006.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242045917">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 5.11. Electrodinámica. Ecuación de Laplace en coordenadas esféricas. Armónicos de zona

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="eclaplacecooresfericas_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="eclaplacecooresfericas_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="eclaplacecooresfericas_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ECUACION DE LAPLACE EN COORDENADAS ESFERICAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>

```

```

<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T21:36:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T20:50:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>237</o:Words>
<o:Characters>1309</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>10</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1543</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;

```

```

 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACION DE LAPLACE EN
COORDENADAS ESFERICAS. ARMONICOS DE ZONA<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Para el caso esférico U es U(<b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>r, <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>)<b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>r es el radio vector que va desde el
origen fijo 0 y <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:

```

Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el ángulo polar, como lo muestra la figura (4).<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:304.5pt; height:172.5pt'><v:imagedata src="eclaplacecooresfericas\_archivos/image001.png" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Figura (4)<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

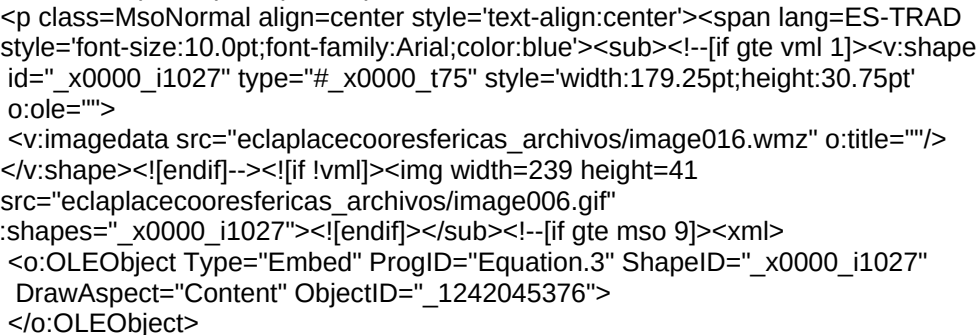
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Empleando la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:257.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="eclaplacecooresfericas\_archivos/image015.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045375"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>



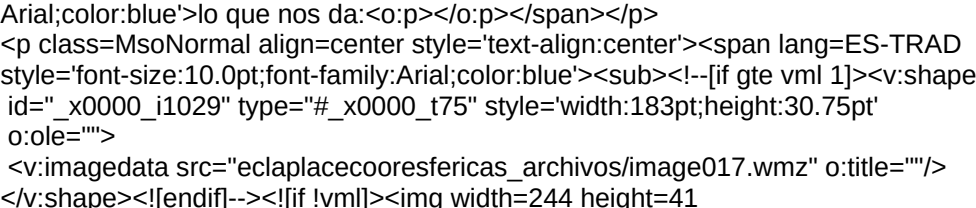
la ecuación de Laplace en este caso es:



Si la resolvemos por separación de variables. Una solución de la forma:



lo que nos da:



src="eclaplacecooresfericas\_archivos/image008.gif"

v:shapes="\_x0000\_i1029"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045378">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si dividimos por  $U(r)$ , </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) y multiplicamos por  $r^2$ , la ecuación es:</span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:159.75pt;height:30.75pt'o:ole="">  
 <v:imagedata src="eclaplacecooresfericas\_archivos/image018.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045379">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>la</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> única manera en que los dos miembros pueden ser iguales es que sean igual a una constante, por lo que se tienen dos ecuaciones, una en  $r$  y la otra en </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. </span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Consideremos la ecuación en </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:</span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:126.75pt;height:30.75pt'o:ole="">  
 <v:imagedata src="eclaplacecooresfericas\_archivos/image019.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045380">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Esta es la ecuación de <span class=Spelle>Legendre</span>,  
y las únicas soluciones físicamente aceptables que se definen en todo el  
intervalo de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> desde 0 a  
</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son <span  
class=Spelle>son</span>  $k = n(n + 1)$ , donde n es un entero mayor que cero. La  
solución para un n particular se representará por <span class=Spelle><span  
class=GramE>P<sub>n</sub></span></span><span class=GramE>(</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>). Estas soluciones  
físicamente aceptables son polinomios en cos</span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>En la ecuación radial:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:96pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="eclaplacecooresfericas\_archivos/image020.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045381">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD



10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se llaman armónicos de zona.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

## 5.12. Electrodinámica. Ecuacion de Laplace en coordenadas rectangulares

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="eclaplacecoorrectan_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="eclaplacecoorrectan_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="eclaplacecoorrectan_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ECUACION DE LAPLACE EN COORDENADAS RECTANGULARES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T23:18:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T20:51:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>150</o:Words>
```

```

<o:Characters>826</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>6</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>975</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}

span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}

@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}

div.Section1
{page:Section1;}
-->

```

```

</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACION DE LAPLACE EN
COORDENADAS RECTANGULARES<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Las variables se pueden separar haciendo la sustitución:
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>U(x, y, z) =
f₁(x)f₂(y)f₃(z)<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>con lo que la ecuación de Laplace
se reduce a:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">

```

```

<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:159pt;
height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="eclaplacecoorrectan_archivos/image011.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242045438">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El primer miembro de esta ecuación es una función de x y y, y el segundo solamente de z, en consecuencia ambos
miembros se deben igualar a la misma constante k. Esta es la primera
constante de separación, y las ecuaciones obtenidas de la ecuación anterior
son:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:144.75pt;height:30.75pt'
o:ole="">
 <v:imagedata src="eclaplacecoorrectan_archivos/image012.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242045439">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Esta última ecuación se ha expresado de forma tal que las
variables x y y estén separadas. Cada miembro de
esta ecuación se iguala ahora a m que es la segunda constante de
separación:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

```



$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} = 0$$

ecuaciones
 
$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} = 0$$

se resuelven fácilmente. Una solución para  $U(x, y, z)$  es:
 
$$U(x, y, z) = \frac{1}{r^2}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} = 0$$

Las otras soluciones independientes para un par de constantes de separación  $(k, m)$  se obtienen al hacer una o más de las siguientes sustituciones:
 
$$\psi = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\phi)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} = 0$$

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

### 5.13. Electrodinámica. Ecuación de Laplace en dos dimensiones. Solución general

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

<meta name=ProgId content=Word.Document>

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

<link rel=File-List href="eclaplace2dim\_archivos/filelist.xml">

<link rel=Edit-Time-Data href="eclaplace2dim\_archivos/editdata.mso">

<link rel=OLE-Object-Data href="eclaplace2dim\_archivos/oledata.mso">

<!--[if !mso]>

<style>

v\:\* {behavior:url(#default#VML);}

o\:\* {behavior:url(#default#VML);}

w\:\* {behavior:url(#default#VML);}

.shape {behavior:url(#default#VML);}

</style>

<![endif]-->

<title>ECUACION DE LAPLACE EN DOS DIMENSIONES</title>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:DocumentProperties>

<o:Author>HHMM</o:Author>

<o:Template>Normal</o:Template>

<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>

<o:Revision>2</o:Revision>

<o:TotalTime>2</o:TotalTime>

<o:Created>2007-05-22T23:25:00Z</o:Created>

<o:LastSaved>2007-05-30T20:48:00Z</o:LastSaved>

<o:Pages>1</o:Pages>

<o:Words>94</o:Words>

<o:Characters>518</o:Characters>

<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>

<o:Lines>4</o:Lines>

<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>

<o:CharactersWithSpaces>611</o:CharactersWithSpaces>

<o:Version>10.2625</o:Version>

</o:DocumentProperties>

</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

<w:WordDocument>

<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>

<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>

```

<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;

```

```

 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACION DE LAPLACE EN
DOS DIMENSIONES. SOLUCION GENERAL<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si el potencial es una funci3n de dos coordenadas
rectangulares, la ecuaci3n de Laplace es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;
height:30.75pt' o:ole="">

```

<v:imagedata src="eclaplace2dim\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045291">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Cambiano variables, sea:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial'> = x + <span class=SpellE>jy</span>, </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>h</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial'> = x - <span class=SpellE>jy</span>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>En términos de estas relaciones:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:60.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="eclaplace2dim\_archivos/image012.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045292">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>y de aquí:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:78pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="eclaplace2dim\_archivos/image013.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045293">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Su solución general es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:170.25pt;height:15pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="eclaplace2dim\_archivos/image014.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045294">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub></span> son funciones arbitrarias. Las funciones F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub> son cantidades complejas en general. <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si F<sub>1</sub> y F<sub>2</sub> tienen la misma dependencia sobre sus argumentos, entonces:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:195pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="eclaplace2dim\_archivos/image015.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045295">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Ambas son soluciones de la ecuación de <span class=SpellE>Laplace</span>. <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

## 5.14. Electrodinámica. Esfera conductora en un campo eléctrico uniforme

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="esfcondcampelecunif_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="esfcondcampelecunif_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="esfcondcampelecunif_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ESFERA CONDUCTORA EN UN CAMPO ELECTRICO UNIFORME</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>6</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T21:54:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T21:11:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>339</o:Words>
<o:Characters>1866</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>15</o:Lines>
<o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2201</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
```

```

</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>

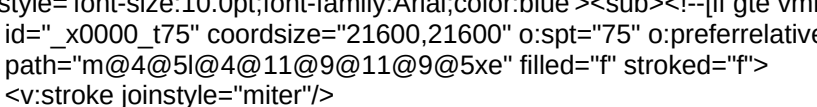
```



</o:shapelayout></xml><![endif]-->  
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<b>ESFERA CONDUCTORA EN UN CAMPO ELECTRICO UNIFORME</b>       Resolveremos el problema de una esfera conductora descargada, colocada en un campo eléctrico inicialmente uniforme <math>E</math>. Si tomamos la dirección del campo eléctrico inicialmente uniforme como la dirección polar, y si fijamos el origen de nuestro sistema de coordenadas, de modo que coincida con el centro de la esfera, entonces la simetría del problema nos indica que el potencial será independiente del ángulo <span style="color: blue;">azimutal</span> <math>f</math>, y se puede expresar como una suma de armónicos de la zona.       El conductor esférico de radio <math>a</math>, es una superficie equipotencial que representaremos por <math>U</math>. Hay que encontrar una solución a la ecuación de Laplace en la región exterior de la esfera, que se reduce a <math>U</math> sobre la esfera misma y que tiene la forma limitadora correcta a grandes distancias de separación. La solución se puede expresar formalmente de la forma:             <math display="block">U = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \prod_{k=0}^l a_{lkm} P_{lm}(\cos \theta) Y_{lm}(\phi)</math>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$\prod_{i=1}^7 21600 \text{ pixelWidth}$$

$$\sum_{i=1}^8 21600 0$$

$$\prod_{i=1}^7 21600 \text{ pixelHeight}$$

$$\sum_{i=1}^{10} 21600 0$$

$$\text{path } o:\text{extrusionok}="f" \text{ gradientshapeok}="t" \text{ o:connecttype}="rect"$$

$$\text{lock } v:\text{ext}="edit" \text{ aspectratio}="t"$$

$$\text{shape id}="_x0000_i1025" \text{ type}="#_x0000_t75" \text{ style}='width:390pt; height:27pt' \text{ o:ole}=""$$

$$\text{img width}=520 \text{ height}=36$$

$$\text{src}="esfcondcampelecunif_archivos/image002.gif" \text{ v:shapes}="_x0000_i1025"$$

$$\text{OLEObject Type}="Embed" \text{ ProgID}="Equation.3" \text{ ShapeID}="_x0000_i1025" \text{ DrawAspect}="Content" \text{ ObjectID}="_1242046631"$$

$$\text{p class}=\text{MsoNormal} \text{ align}=\text{center} \text{ style}='text-align:center' <\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><\text{o:p}>\text{&nbsp;}</\text{o:p}></\text{span}></\text{p}>$$

$$\text{p class}=\text{MsoNormal} <\text{span class}=\text{GramE}><\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>\text{donde}</\text{span}></\text{span}><\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>\text{las}<\text{span class}=\text{Spelle}>\text{A's}</\text{span}>\text{ y las C's son constantes arbitrarias. Para r grandes, el campo el\u00e9ctrico se distorsionar\u00e1 ligeramente respecto a su forma inicial y el potencial ser\u00e1 el apropiado para un campo el\u00e9ctrico uniforme.}</\text{span}></\text{p}>$$

$$\text{p class}=\text{MsoNormal} <\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><\text{o:p}>\text{&nbsp;}</\text{o:p}></\text{span}></\text{p}>$$

$$\text{p class}=\text{MsoNormal} \text{ align}=\text{center} \text{ style}='text-align:center' <\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><\text{sub}><!--[if gte vml 1]><\text{shape id}="_x0000_i1026" \text{ type}="#_x0000_t75" \text{ style}='width:177.75pt;height:30.75pt' \text{ o:ole}=""><\text{img width}=237 \text{ height}=41 \text{ src}="esfcondcampelecunif_archivos/image004.gif" \text{ v:shapes}="_x0000_i1026"></\text{sub}><!--[if gte mso 9]><\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><\text{o:p}>\text{&nbsp;}</\text{o:p}></\text{span}></\text{p}>$$

$$\text{p class}=\text{MsoNormal} <\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><\text{o:p}>\text{&nbsp;}</\text{o:p}></\text{span}></\text{p}>$$

$$\text{p class}=\text{MsoNormal} <\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>\text{Para que las dos anteriores ecuaciones}<\text{span style}='mso-spacerun:yes'></\text{span}>\text{concuerden para r grandes, } A<\text{sub}>2</\text{sub}> = - <\text{b style}='mso-bidi-font-weight:normal'>E</\text{b}><\text{sub}>0</\text{sub}> \text{ y todas las A's desde } A<\text{sub}>3</\text{sub}> \text{ deben ser cero.}</\text{span}></\text{p}>$$

$$\text{p class}=\text{MsoNormal} <\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><\text{o:p}>\text{&nbsp;}</\text{o:p}></\text{span}></\text{p}>$$

$$\text{p class}=\text{MsoNormal} <\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>\text{El t\u00e9rmino } C<\text{sub}>1</\text{sub}>r<\text{sup}>-1</\text{sup}> \text{ produce un campo radial que s\u00f3lo es compatible con un conductor esf\u00e9rico que tiene una carga total nula. Como aqu\u00ed el conductor es descargado, la constante } A<\text{sub}>1</\text{sub}> \text{ es cero. En la superficie de la esfera } U = U<\text{sub}>0</\text{sub}> \text{ y el potencial debe ser independiente}<\text{span class}=\text{GramE}>\text{de}</\text{span}></\text{span}><\text{span lang}=\text{ES-TRAD style}='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:}$$

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, por lo que los  
 términos en los </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0 que  
 tienen potencias inversas mayores que r no se pueden eliminar, debido a que  
 contienen funciones de <span class=SpellE>Legendre</span> diferentes. Lo  
 único es hacer las C's = 0, por lo tanto la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:390pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="esfcondcampelecunif\_archivos/image013.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046633">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:152.25pt;height:17.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="esfcondcampelecunif\_archivos/image015.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046634">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Para r </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'><sup>3</sup></span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> a, U(a<span  
 class=GramE>, </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>q</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) =  
 U<sub>0</sub></span><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Puesto que las dos expresiones deben de ser iguales en r =

$a, A_{13} = U_0 \text{ y } C_2 = E_0$

De la última expresión para el potencial se puede calcular no sólo  $E$  en todos los puntos del espacio (Figura 5), sino también la densidad superficial de carga sobre la esfera conductora.

Figura (5)

La carga total sobre la esfera será:

La carga total sobre la esfera será:

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

## 5.15. Electrodinámica. Armónicos cilíndricos

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="armonicoscilindricos_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="armonicoscilindricos_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="armonicoscilindricos_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ARMONICOS CILINDRICOS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T23:23:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T01:20:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>154</o:Words>
<o:Characters>853</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>7</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1005</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
```

```

<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";

```

```

mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ARMONICOS CILINDRICOS<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si el potencial es independiente de z, la ecuación de Laplace
en coordenadas cilíndricas es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_t75" type="#_x0000_t75" style='width:107.25pt;

```

height:30.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="armonicoscilindricos\_archivos/image009.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975164">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Si sustituimos  $U = Y(r) S$ </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>), la ecuación es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:119.25pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="armonicoscilindricos\_archivos/image010.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975165">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>k juega el papel de  
una constante de separación. La ecuación anterior es simple, tiene soluciones  
 $\cos k <sup>1/2</sup>$ </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>q</span></span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y Sen  
 $k <sup>1/2</sup>$ </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.Pero si estas  
soluciones tienen que tener sentido físico, cada una de ellas debe de ser una  
función univalente de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>q</span></span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, por lo  
que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>



$$q = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

ha recorrido todo el intervalo de 0 a 2

, la función se debe de unir suavemente a su valor en

= 0. Este puede ser el caso sólo si  $k = (n^{2/2} - n) = \text{entero}$ .

Volviendo a la ecuación en  $r$  podemos verificar fácilmente que  $Y(r)$  es  $r^{n/2}$  o  $r^{n/2-1}$ , a menos que  $n = 0$  cuando  $Y(r) = \ln r$  o  $Y(r) = \text{cte}$ . En consecuencia las soluciones para la ecuación de Laplace llamadas armónicos cilíndricos son:

$$Y_n(r) = \begin{cases} r^{n/2} & \text{si } n \text{ es par} \\ r^{n/2-1} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

```

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El potencial U(r, <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) se puede desarrollar
como una superposición de armónicos cilíndricos.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 5.16. Electrodinámica. Imágenes electrostáticas

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="imagelectrostat_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="imagelectrostat_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="imagelectrostat_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>IMAGENES ELECTROSTATICAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>

```

```

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>1</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T23:28:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-22T23:29:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>123</o:Words>
<o:Characters>681</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>5</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>803</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;

```

```

 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>IMAGENES
ELECTROSTATICAS<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Si suponemos que el potencial se puede expresar de la forma:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>

```

```

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="" gradientshapeok="" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio=""/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:125.25pt;
height:30.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="imageelectrostat_archivos/image001.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241363766">
</o:OLEObject>
</xml><![endif-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la integral representa la contribuci&ocute;n al
potencial de la carga superficial sobre todos los conductores que aparecen en el problema. Puede
suceder, y ésta es la esencia del método de imágenes, que el último
término de la ecuaci&ocute;n se sustituya por un potencial U_{2} que se deba a
una distribuci&ocute;n especificada de cargas. Esto se puede hacer si las superficies de todos los
conductores coinciden con las superficies equipotenciales de $U_{1} + U_{2}$
combinados. Las cargas especificadas que produce U_{2} se llaman cargas imagen.
Estas no existen realmente y su posici&ocute;n aparente está dentro de los diversos
conductores, y $U = U_{1} + U_{2}$ es una soluci&ocute;n válida al
problema s&ocute;lo en la regi&ocute;n exterior.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>
</html>

```

### 5.17. Electrodinámica. Coeficientes de potencial

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="coeficienpotencial_archivos/filelist.xml">

```

```

<link rel=Edit-Time-Data href="coeficienpotencial_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="coeficienpotencial_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>COEFICIENTES DE POTENCIAL</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>2</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T23:29:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T01:31:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>250</o:Words>
<o:Characters>1376</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>11</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1623</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;

```

```

 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

h1
 {mso-style-next:Normal;
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 page-break-after:avoid;
 mso-outline-level:1;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-font-kerning:0pt;
 mso-ansi-language:ES-TRAD;
 mso-bidi-font-weight:normal;}

span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}

span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}

@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:34.0pt;
 mso-footer-margin:34.0pt;
 mso-paper-source:0;}

div.Section1
 {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>

```

```

<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>COEFICIENTES DE
POTENCIAL<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Supondremos que tenemos n conductores con geometría fija.
Consideraremos que todos los conductores están descargados excepto el j, que tiene carga Q_{j0}. La solución adecuada
a la ecuación de Laplace en el espacio exterior a
los conductores está dada por el símbolo U^t</sup>(x,
y, z) y el potencial de cada uno de los conductores se indicará por:
U₁</sup>(t)</sup>,
..., U_j</sup>(t)</sup>,
...,
U_n</sup>(t)</sup>.
Cambiamos la carga del j-ésimo conductor a <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>I<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Q_{j0}. La
función <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>I<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>U</sup><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t</sup>(x, y, z)
satisface la ecuación de Laplace, ya que <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>I<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = cte.
El potencial en todos los puntos del espacio se multiplica por
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span

```



$\lambda$ , así que las derivadas del potencial están multiplicadas por  $\lambda$ . Como  $\lambda$  es una constante, tenemos que todas las densidades de carga están multiplicadas por  $\lambda$ .

Por lo que la carga del  $j$ -ésimo conductor es  $Q_j$  y todos los demás están descargados.

El potencial de cada conductor es proporcional a  $Q_j$  del conductor  $j$ , esto es:

$$U_j = \sum_{i=1}^n p_{ij} Q_i$$

donde  $p_{ij}$  es una constante que depende sólo de la geometría.

Si ahora el conductor cargado fuese el  $K$ -ésimo conductor, y los demás estuvieran descargados, la solución de la ecuación de Laplace es:

$$U = \sum_{k=1}^n r_k(x, y, z) + \sum_{k=1}^n r_k(x, y, z) + \sum_{k=1}^n r_k(x, y, z)$$

y, z)

es solución para el caso en que los dos conductores estén cargados, y por lo tanto la ecuación es solución para este caso, y el potencial del conductor se puede expresar como:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

donde  $r_1 = 1, 2, \dots, n$

Que para  $n$  conductores cargados se puede generalizar como:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

donde  $r_i$  es la distancia entre el punto de observación y el conductor  $i$ .

Esta es la relación lineal entre el potencial y la carga buscada. Los coeficientes se llaman

```

coeficientes de potencial.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 5.18. Electrodinámica. Polarización

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="polarizacion_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="polarizacion_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="polarizacion_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>POLARIZACION</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T23:32:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T23:04:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>143</o:Words>
<o:Characters>787</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>6</o:Lines>

```

```

<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>929</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>

```

```

<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>POLARIZACION<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Consideremos un pequeño elemento de volumen <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v de un medio
dieléctrico que como un todo es eléctricamente neutro. Si el medio se
polariza entonces se efectúa una separación de cargas positivas y negativas,
y el elemento de volumen se caracteriza por un momento dipolar
eléctrico:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>

```



<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>P</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se llama polarización eléctrica, y a veces conviene hablar del momento dipolar eléctrico de una molécula, esto es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:57pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="polarizacion\_archivos/image011.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053436"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>De la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="polarizacion\_archivos/image009.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053437"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>se ve que el momento dipolar asociado con </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v está dado por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'>D</span></span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>p</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>S</span></span><span class=SpellE><b

style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'>p</span></b><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'>m</span></sub></span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial'>, <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>donde la suma se extiende sobre todas las moléculas interiores al elemento </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v, por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:62.25pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="polarizacion\_archivos/image012.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053438">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>  
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</div>  
</body>  
</html>

## 5.19. Electrodinámica. Campo externo de un medio dieléctrico

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>  
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">



```

<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="campoextdielectrico_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="campoextdielectrico_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="campoextdielectrico_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>CAMPO EXTERNO DE UN MEDIO DIELECTRICO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>4</o:Revision>
<o:TotalTime>11</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T23:36:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T01:30:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>224</o:Words>
<o:Characters>1233</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>10</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1455</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;

```

```

 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="4098"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792

```

<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>  
 <td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>  
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>CAMPO EXTERNO DE UN MEDIO DIELECTRICO</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Consideremos un pedazo de material dieléctrico polarizado, caracterizado en cada punto <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>' por una polarización <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P</b>(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>). Cada elemento de volumen </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v' del medio dieléctrico se caracteriza por un momento dipolar<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>p</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P</b></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>v'<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y por lo tanto como la distancia entre (x, y, z) y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v' es grande comparada con </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v', el momento dipolar determina la contribución de la </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v' al potencial:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:171.75pt; height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975806"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y la magnitud <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> - <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> es:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:168.75pt;height:20.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image022.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975807"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>El potencial <span class=SpellE>totalen</span> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b> es la suma de las contribuciones de todas las partes del dieléctrico:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:126pt;height:33pt' o:ole="">

<v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image023.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975808">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Tenemos que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
 Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>r</span></b><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> - <b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'>r</b>'</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> está dada  
 por la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:168.75pt;height:20.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image022.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975809">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>luego:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:87.75pt;height:36pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image024.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975810">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:116.25pt;height:39pt'  
 o:ole="">

<v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image025.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975811">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue;mso-ansi-language:IT-CH'>pero:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=IT-CH  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'>div' (f<b  
style='mso-bidi-font-weight:normal'>A</b>) = fdiv'<b style='mso-bidi-font-weight:  
normal'>A</b> + <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A</b> </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'> </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><span lang=IT-CH  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'>'f<span  
style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b  
style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031"  
type="#\_x0000\_t75" style='width:159.75pt;height:36pt' o:ole=""/>  
<v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image026.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975812">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:185.25pt;height:33pt'  
o:ole=""/>  
<v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image027.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975813">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>

$$P = \frac{Q}{A}$$

es la Densidad de carga de polarización superficial, y

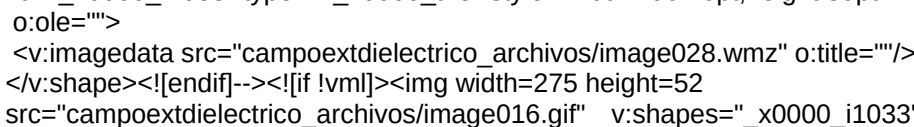
$$P = - \frac{dW}{dV}$$

es la Densidad de carga de polarización volumétrica

es la Densidad de carga de polarización volumétrica

El potencial debido al material dieléctrico es:

El potencial debido al material dieléctrico es:



OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975814">

$$\rho = \frac{Q}{V}$$

$$\rho = \frac{Q}{V}$$

sea, el dieléctrico se sustituyó por una distribución latente de carga.

La carga total de polarización de un cuerpo dieléctrico será:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:126pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image029.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975815"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> igual a cero, ya que el dieléctrico como un todo es eléctricamente neutro. El campo <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> se puede obtener como - </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:206.25pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image028.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975816"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y empleando la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:87.75pt;height:36pt' o:ole=""><v:imagedata src="campoextdielectrico\_archivos/image024.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975817"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se tiene:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD



```

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:195.75pt;height:39pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="campoextdielectrico_archivos/image030.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975818">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 5.20. Electrodinámica. Teorema de Green

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="teoremagreene_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="teoremagreene_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="teoremagreene_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TEOREMA DE GREEN</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>

```

```

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-22T23:53:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T23:21:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>209</o:Words>
<o:Characters>1150</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>9</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1357</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1

```

```

 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TEOREMA DE GREEN<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El teorema de Green es una simple
aplicación del teorema de la divergencia. Este teorema nos dice que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>

```

```

<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:90pt;
height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teoremagreen_archivos/image019.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054473">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>aplicado a cualquier campo vectorial <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>A bien portado, definido en el volumen V y acotado por una
superficie cerrada S. Sea <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A = <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>y<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> donde <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>son campos escalares,
ahora:<o:p></o:p></p>

```





id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teoremagreen\_archivos/image024.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242054478">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>donde <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b> es el  
 punto de observación y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b> es la  
 variable de integración y así ponemos </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>F</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, el potencial escalar  
 U, y empleamos <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>Ñ</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> -4</span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>p</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<o:p></o:p></span></p>

Se sabe que:

así que la ecuación

es:

Si el punto **x** cae dentro del volumen V se tiene:

Si el punto **x** cae dentro del volumen V se tiene:



```

src="teoremagreen_archivos/image018.gif" v:shapes="_x0000_i1034"><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054482">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]></p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x cae fuera
de la superficie S, el lado derecho de la ecuación<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:269.25pt;height:33pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teoremagreen_archivos/image026.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054483">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> cero.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 5.21. Electrodinamica. Solución con condiciones de frontera de Dirichlet o Newmann

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

```

```

<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="solconfronnewman_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="solconfronnewman_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="solconfronnewman_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>SOLUCION CON CONDICIONES DE FRONTERA DE DIRICHLET O NEWMANN</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-23T00:09:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-23T00:14:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>253</o:Words>
<o:Characters>1392</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>11</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1642</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;

```

```

text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}
@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>SOLUCION CON CONDICIONES DE
FRONTERA DE DIRICHLET O NEWMANN<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>

```

La pregunta que se nos presenta es: ¿cuáles son las condiciones de frontera para la ecuación de Laplace o de Poisson, con base a que exista una solución única y posible físicamente dentro de la región acotada? Experimentos físicos nos llevan a creer que la especificación de un potencial en una superficie cerrada define a un único problema de potencial. Este es el llamado problema de Dirichlet. En forma similar es posible especificar un campo eléctrico en cualquier parte de la superficie, y esto nos define a otro problema único. Especificar la derivada normal del potencial **se conoce como el problema de condiciones de frontera de Neumann.**

Mostraremos la unicidad de la solución de la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 u = f$$

dentro de un volumen  $V$  sujeto a las condiciones de frontera de Neumann y Dirichlet en una superficie frontera acotada  $S$ . Para esto supondremos lo contrario, que existen dos soluciones

$$u_1$$

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que satisfacen las mismas condiciones de frontera. Sea <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>U = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> - </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>luego</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&Ntilde;</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>U = 0<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>dentro</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de V, y:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><span style='position:relative;top:11.0pt;mso-text-raise:-11.0pt'>

<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">

<v:stroke joinstyle="miter"/>

<v:formulas>

<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>

<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>

<v:f eqn="prod @2 1 2"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @0 0 1"/>

<v:f eqn="prod @6 1 2"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

</v:formulas>  
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:86.25pt; height:27.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="solconfronnewman\_archivos/image007.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
<![endif]>  
</span></sub>  
<!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241366516">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->  
<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>en</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> S para las condiciones de <span class=SpellE>Newmann</span> y <span class=SpellE>Dirichlet</span> respectivamente. De la primera identidad de <span class=SpellE>Green</span> con </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol; mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> U, tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
<!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:143.25pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="solconfronnewman\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]-->  
<![if !vml]>  
  
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241366517">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Con las propiedades espec&iacute;ficas de U, la ecuaci&oacute;n se reduce  
 a:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>  
 <!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:65.25pt;height:29.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="solconfronnewman\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]>-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241366518">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> implica <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>&Ntilde;</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial'>U = 0.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Consecuentemente V, U son constantes. <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>Para las condiciones de frontera de <span class=Spelle>Dirichlet</span> U = 0 en S,  
 as&iacute; que dentro de V, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
 Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'></span></span></span><sub><span  
 family:Symbol'></span></span></sub><span

```

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</sub> = <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</sub> y la solución es
única. <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Similarmente para las condiciones de frontera de Newmann, la solución es
única a parte de una constante aditiva arbitraria.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>

</html>

```

## 5.22. Electrodinámica. Problema electrostático de frontera valuada con funciones de Green

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="probelecvalgreen_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="probelecvalgreen_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="probelecvalgreen_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>PROBLEMA ELECTROSTATICO DE FRONTERA VALUADA CON FUNCIONES DE
GREEN</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>5</o:Revision>
<o:TotalTime>20</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-23T00:15:00Z</o:Created>

```



```

<o:LastSaved>2007-05-30T23:09:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>242</o:Words>
<o:Characters>1331</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>11</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1570</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;

```

```

 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="4098"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PROBLEMA ELECTROSTATICO
DE FRONTERA VALUADA CON FUNCIONES DE GREEN<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Para llegar a la ecuación<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte
vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>

```

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>  
 </v:formulas>  
 <v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
 <o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
 </v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:269.25pt; height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="probecvalgreen\_archivos/image002.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053763">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>se eligió la función </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> como 1/</span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>x</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'> - <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que es el potencial de  
 una carga puntual unitaria que satisface la ecuación:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:111.75pt;height:30.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="probecvalgreen\_archivos/image004.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053764">  
 </o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La función 1/</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>x</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> - <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es sólo una de las clases de funciones que dependen de las variables <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b> y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>y</b> y se llaman funciones de <span class=SpellE>Green</span>, que satisfacen la ecuación. En general:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:120.75pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="probecvalgreen\_archivos/image006.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]--></span></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053765"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:128.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="probecvalgreen\_archivos/image008.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]--></span></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053766"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y la función F satisface la ecuación de <span class=SpellE>Laplace</span> dentro del volumen V.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Con el teorema de <span class=SpellE>Green</span> <o:p></o:p></span></p>

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{r} \right) = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt}$$

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:174.75pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="probecvalgreen\_archivos/image010.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053767"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>= </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>F </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = G(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b>, <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b>') y las propiedades específicas de G,<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:120.75pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="probecvalgreen\_archivos/image006.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053768"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es muy simple generalizar la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:269.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="probelecvalgreen\_archivos/image013.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053770"></o:OLEObject></xml><![endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>como<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:278.25pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="probelecvalgreen\_archivos/image015.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053771"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De las condiciones de frontera de <span class=SpellE>Dirichlet</span> se demanda que  $G(\frac{D}{D})$  (**G(\frac{D}{D}) (**

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><span style='position:relative;top:13.0pt;mso-text-raise:-13.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:129.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="probecvalgreen\_archivos/image021.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></span></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053773"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>lo que hace que el segundo término en la integral de superficie de la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:278.25pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="probecvalgreen\_archivos/image024.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053774"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>sea cero, pero la aplicación del teorema de Gauss a la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:111.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="probecvalgreen\_archivos/image025.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053775"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>muestra que:<o:p></o:p></span></p>





```

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>á<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>F<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>ñ<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>s</sub> es el
valor promedio del potencial sobre toda la superficie.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

### 5.23. Electrodinámica. Potencial electrostático, energía y densidad de energía

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="potelecenergia_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="potelecenergia_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="potelecenergia_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>

```

```

<![endif]-->
<title>POTENCIAL ELECTROSTATICO, ENERGIA Y DENSIDAD DE ENERGIA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>HHMM</o:Author>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>6</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-23T00:37:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T23:05:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>236</o:Words>
 <o:Characters>1304</o:Characters>
 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
 <o:Lines>10</o:Lines>
 <o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>1537</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";

```

```

 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>POTENCIAL
ELECTROSTATICO, ENERGIA Y DENSIDAD DE ENERGIA<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si una carga puntual se trae desde el infinito al punto x_i en una región de un campo eléctrico,
localizado y descrito por el potencial escalar <span lang=ES-TRAD

```

style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>F</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, el trabajo realizado sobre la carga está dado por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt; height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image021.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053520"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El potencial </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>F</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se puede ver como producido por un arreglo de (n - 1) cargas <span class=SpellE>q<sub>j</sub></span> en la posición <span class=SpellE>x<sub>j</sub></span>, luego:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:81.75pt;height:33.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image022.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053521">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>así que la energía potencial de la carga <span  
class=SpellE>q<sub>i</sub></span> es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole=""/>  
<v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image023.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053522">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75"  
style='width:83.25pt;height:33.75pt' o:ole=""/>  
<v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image024.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053523">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>La energía potencial total de todas las cargas debidas a  
todas las fuerzas actuando entre ellas es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:189.75pt;height:33.75pt'  
o:ole=""/>  
<v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image025.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053524">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Para una distribución continua de carga, la energía  
potencial toma la forma:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image026.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053525"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero como una de las integrales es el potencial escalar </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>F</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053526"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las tres últimas ecuaciones expresan la energía potencial electrostática en términos de la posición de las cargas, y así enfatizar la interacción entre cargas vía fuerzas de Coulomb.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Una aproximación alternativa es enfatizar el campo eléctrico e interpretar la energía como si estuviera almacenada en el campo eléctrico que rodea las cargas. Para obtener esto usaremos la ecuación de <span class=SpellE>Poisson</span> para eliminar la densidad de carga de la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053527">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:93.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image028.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053528">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Integrando por partes:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:141.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image029.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053529">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la integración es sobre todo el espacio. Esto nos lleva en forma natural a la identificación del integrando como una densidad de energía:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:53.25pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="potelecenergia\_archivos/image030.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053530">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 </td>
</tr>
</table>

```

```

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

```

```

</div>

```

```

</body>

```

```

</html>

```

## 5.24. Electrodinámica. Función de Green para la esfera. Solución general para el potencial

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

```

<head>

```

```

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

```

```

<meta name=ProgId content=Word.Document>

```

```

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

```

```

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

```

```

<link rel=File-List href="fungreenesfera_archivos/filelist.xml">

```

```

<link rel=Edit-Time-Data href="fungreenesfera_archivos/editdata.mso">

```

```

<link rel=OLE-Object-Data href="fungreenesfera_archivos/oledata.mso">

```

```

<!--[if !mso]>

```

```

<style>

```

```

v\:* {behavior:url(#default#VML);}

```

```

o\:* {behavior:url(#default#VML);}

```

```

w\:* {behavior:url(#default#VML);}

```

```

.shape {behavior:url(#default#VML);}

```

```

</style>

```

```

<![endif]-->

```

```

<title>FUNCION DE GREEN PARA LA ESFERA</title>

```

```

<!--[if gte mso 9]><xml>

```

```

 <o:DocumentProperties>

```

```

 <o:Author>HHMM</o:Author>

```

```

 <o:Template>Normal</o:Template>

```

```

 <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>

```

```

 <o:Revision>2</o:Revision>

```

```

 <o:TotalTime>22</o:TotalTime>

```

```

 <o:Created>2007-05-23T00:43:00Z</o:Created>

```

```

 <o:LastSaved>2007-05-30T21:13:00Z</o:LastSaved>

```

```

 <o:Pages>1</o:Pages>

```

```

 <o:Words>257</o:Words>

```

```

 <o:Characters>1415</o:Characters>

```

```

 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>

```

```

 <o:Lines>11</o:Lines>

```

```

 <o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>

```

```

 <o:CharactersWithSpaces>1669</o:CharactersWithSpaces>

```



```

<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable

```

```

{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>FUNCION DE GREEN PARA LA
ESFERA. SOLUCION GENERAL PARA EL POTENCIAL<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En G(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x, <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>x') la variable <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>x' se refiere a la localización P' de la carga unitaria, como la
variable <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x es el punto P en el
cual se evalúa el potencial. Estas coordenadas y la esfera se muestran en la
figura (2.1).<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>

```

$$\prod_{i=1}^6 \prod_{j=1}^{21600} \sum_{k=0}^0 \prod_{l=1}^7 \prod_{m=1}^{21600} \sum_{n=0}^0$$

$$\text{path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect" />$$

$$\text{lock v:ext="edit" aspectratio="t" />$$

$$\text{shapetype <v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style="width:227.25pt; height:252.75pt">$$

$$\text{img src="fungreenesfera_archivos/image001.png" o:title="" />$$

$$\text{img src="fungreenesfera_archivos/image002.jpg" v:shapes="_x0000_i1025"><![endif]><![if !vml]><img width=303 height=337$$

$$\text{p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>$$

$$\text{p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Figura (2.1)<o:p></o:p></span></p>$$

$$\text{p class=MsoNormal}<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>$$

$$\text{p class=MsoNormal}<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para las condiciones a la frontera de <span class=SpellE>Dirichlet</span> en una esfera de radio a, el potencial debido a una carga unitaria y su imagen está dada por:<o:p></o:p></span></p>$$

$$\text{p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style="width:99.75pt;height:30.75pt" o:ole="">$$

$$\text{img src="fungreenesfera_archivos/image016.wmz" o:title="" />$$

$$\text{img src="fungreenesfera_archivos/image004.gif" v:shapes="_x0000_i1026"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>$$

$$\text{OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242046784"></OLEObject>$$

$$\text{p class=MsoNormal}<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>$$

$$\text{p class=MsoNormal}<span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>con</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> q = 1 y q' = (-a/y)q y y' = a<sup>2</sup>/y. Si transformamos las variables apropiadamente, obtenemos la función de <span class=SpellE>Green</span>:<o:p></o:p></span></p>$$

$$\text{p class=MsoNormal}<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>$$

$$\text{p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style="width:141.75pt;height:47.25pt" o:ole="">$$

$$\text{img src="fungreenesfera_archivos/image017.wmz" o:title="" />$$

$$\text{img src="fungreenesfera_archivos/image006.gif" v:shapes="_x0000_i1027"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>$$

$$\text{OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242046785"></OLEObject>$$

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En términos de coordenadas esféricas:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:260.25pt;height:53.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fungreenesfera\_archivos/image018.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046786"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el ángulo x y x'. La simetría en la variable <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b> y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b>' es de la forma de la ecuación anterior. La condición es que G = 0, si <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b> y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x</b>' están en la superficie de la esfera.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para resolver la ecuación de <span class=SpellE>Poisson</span> sólo necesitamos a G, pero <span class=SpellE>tambien</span> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¶</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>G</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¶</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>h</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, así que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:153.75pt;height:38.25pt'

o:ole="">  
<v:imagedata src="fungreenesfera\_archivos/image019.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046787">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Luego la solución a la ecuación de <span class=SpellE>Laplace</span>  
fuera de la esfera, con el potencial especificado en su superficie es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:210.75pt;height:38.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fungreenesfera\_archivos/image020.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046788">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>W</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>' es el  
elemento de ángulo sólido en el punto (a, </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>',</span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>') y:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=GramE><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>cos</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = cos</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>cos</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>´ + sen</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>sen</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>´ cos</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> - </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>)<span style='color:blue'>. <o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para el problema interior la derivada normal es radialmente hacia afuera, de tal forma que: </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¶</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>G</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¶</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>h</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>´ es opuesta a la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:153.75pt;height:38.25pt'

o:ole="">  
<v:imagedata src="fungreenesfera\_archivos/image019.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046789">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Esto es equivalente a reemplazar el factor ( $x^2$  -  $a^2$ ) por ( $a^2$  -  $x^2$ ) en la ecuación<o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:210.75pt;height:38.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fungreenesfera\_archivos/image020.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046790">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Para el problema con una distribución de carga sumamos a la  
ecuación anterior la integral apropiada en la ecuación<o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:234pt;height:32.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="fungreenesfera\_archivos/image021.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046791">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>con la función de <span class=SpellE>Green</span> de la  
ecuación<o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:260.25pt;height:53.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="fungreenesfera\_archivos/image022.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046792"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</td>

</tr>

</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

## 5.25. Electrodinámica. Ley de Coulomb

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml" xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office" xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word" xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

<meta name=ProgId content=Word.Document>

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

<link rel=File-List href="leycoulomb\_archivos/filelist.xml">

<link rel=Edit-Time-Data href="leycoulomb\_archivos/editdata.mso">

<link rel=OLE-Object-Data href="leycoulomb\_archivos/oledata.mso">

<!--[if !mso]>

<style>

v\:.\* {behavior:url(#default#VML);}

o\:.\* {behavior:url(#default#VML);}

w\:.\* {behavior:url(#default#VML);}

.shape {behavior:url(#default#VML);}

</style>

<![endif]-->

<title>LEY DE COULOMB</title>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:DocumentProperties>



```

<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-23T01:08:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T22:53:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>236</o:Words>
<o:Characters>1298</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>10</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1531</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}

```

```

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:1444687939;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:-1847920078;}
@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
ol
 {margin-bottom:0cm;}
ul
 {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792

```

<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>  
 <td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>  
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>LEY DE COULOMB</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las fuerzas entre dos puntos cargados son centrales y satisfacen el principio de la acción y la reacción, pueden ser atractivas y repulsivas, y sus intensidades están dadas por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/></v:shapetype><v:formula><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formula><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt; height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="leycoulomb\_archivos/image007.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]--><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242052788"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> q<sub>1</sub> y q<sub>2</sub></span></p>  
 son las cargas y r su separación. En notación vectorial la fuerza en la carga q<sub>2</sub> debida a la carga q<sub>1</sub> es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:197.25pt;height:33.75pt' o:ole="">

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Esta relación se llama ley de Coulomb. Esta ley también tiene los siguientes hechos experimentales:

1. Las fuerzas de atracción y repulsión son inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que separa a las cargas.

Superposición de fuerzas, o sea que se suman de acuerdo a la suma de vectores

2. Las fuerzas de atracción y repulsión se suman algebraicamente.

La ley de conservación de la carga, que implica que ésta no se crea ni se destruye, sólo se suma algebraicamente.

También podemos definir que dos cargas son iguales si cada una de ellas produce un efecto igual sobre una tercera, y una carga  $q_1$  es el doble de una carga  $q_2$  si produce el mismo efecto sobre una carga  $q_3$  que el de dos cargas  $q_2$ . Cargas de signos contrarios se atraen y de signos iguales se repelen.

Podemos considerar la fuerza ejercida por una carga definida  $q_1$  sobre varias cargas  $q_2$  y viceversa. Este aspecto dual es la base de la definición del campo eléctrico. Para una carga  $q_1$  dada, la fuerza en la carga prueba  $q_2$  es:

$$F_2 = q_2 E$$

donde



```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="camocargaspuntual_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="camocargaspuntual_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="camocargaspuntual_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>EL CAMPO DE CARGAS PUNTUALES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>5</o:Revision>
<o:TotalTime>7</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-23T01:12:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T01:22:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>164</o:Words>
<o:Characters>904</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>7</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1066</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal

```

```

 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

```

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p style="margin: 0;">EL CAMPO DE CARGAS PUNTUALES</p> <p style="margin: 0;">Se pueden analizar varios casos:</p> <p style="margin: 0;">1. El campo es conservativo, o sea que:</p> <p style="text-align: center; margin: 0;"> <math display="block">\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = 0</math> </p> | <p style="margin: 0;">sea</p> <p style="margin: 0;">, el trabajo neto, ganado o perdido, cuando una partícula cargada atraviesa una trayectoria cerrada en un campo eléctrico, es nulo.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|



<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>2. <span style='position:relative;top:14.0pt;mso-text-raise:-14.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:35.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="camocargaspuntual\_archivos/image003.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975324"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:18.0pt'><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> independiente de la trayectoria; depende sólo de 0 y P.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue;mso-ansi-language:IT-CH'>3.</span></b><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'> E</span></b><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'> = -grad </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue;mso-ansi-language:IT-CH'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue;mso-ansi-language:IT-CH'>4.</span><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'> Rot <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> = 0<span style='color:blue'>, o sea

</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:  
 IT-CH'></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>'</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:  
 IT-CH'></span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=IT-CH  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'>E</span></b><span  
 lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'>  
 = 0<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue;mso-ansi-language:IT-CH'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Para la condición cuatro, de la equivalencia con las otras tres,  
 la ley de la energía se sigue del teorema de <span  
 class=SpellE>Stokes</span>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:89.25pt;height:27pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="camocargaspuntual\_archivos/image005.wmz" o:title="">  
 </v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975325">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>De cada uno de los anteriores puntos se siguen los otros  
 tres. Esto es válido para cualquier campo central arbitrario, por lo que es  
 válido para una suma finita de fuerzas centrales, y por lo tanto para el  
 campo de cargas puntuales. El potencial debido al sistema de cargas puntuales  
 es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:30pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="camocargaspuntual\_archivos/image007.wmz" o:title="">  
 </v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975326">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

Aquí se eligió una constante aditiva arbitraria, tal que

j

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 0$$

Se corrige la expresión para

j

formando el gradiente.

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 0$$

Estos cuatro puntos son equivalentes a la ley de Coulomb.

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 0$$

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

## 5.27. Electrodinámica. Ley de Gauss

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

<meta name=ProgId content=Word.Document>

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

<link rel=File-List href="leygauss\_archivos/filelist.xml">

<link rel=Edit-Time-Data href="leygauss\_archivos/editdata.mso">

<link rel=OLE-Object-Data href="leygauss\_archivos/oledata.mso">

<!--[if !mso]>

<style>

v\:\* {behavior:url(#default#VML);}

o\:\* {behavior:url(#default#VML);}

w\:\* {behavior:url(#default#VML);}

.shape {behavior:url(#default#VML);}

</style>

<![endif]-->

<title>LEY DE GAUSS</title>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:DocumentProperties>

<o:Author>HHMM</o:Author>

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

<o:Revision>2</o:Revision>

<o:TotalTime>5</o:TotalTime>

<o:Created>2007-05-23T01:18:00Z</o:Created>

<o:LastSaved>2007-05-30T22:59:00Z</o:LastSaved>

<o:Pages>1</o:Pages>

<o:Words>138</o:Words>

<o:Characters>763</o:Characters>

<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>

<o:Lines>6</o:Lines>

<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>

<o:CharactersWithSpaces>900</o:CharactersWithSpaces>

<o:Version>10.2625</o:Version>

</o:DocumentProperties>

</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

<w:WordDocument>

<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>

<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>

<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>

```

<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;

```

```

 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>LEY DE GAUSS<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El flujo eléctrico a través de una esfera con el punto
fuente en su centro es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:114pt;
height:30.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="leygauss_archivos/image011.wmz" o:title="">

```

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053131">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>El flujo es el mismo para todas las esferas sin importar el  
tamaño. Se puede ver, por extensión, que para una superficie arbitraria  
cerrada:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:107.25pt;height:32.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="leygauss\_archivos/image012.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053132">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>ya</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sea si está en la  
superficie dentro o fuera respectivamente.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>En el caso de varios puntos cargados:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="leygauss\_archivos/image013.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053133">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Del teorema de Gauss:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:126.75pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="leygauss\_archivos/image014.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053134">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> f es una superficie cerrada que acota el volumen V y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n</b> es la normal hacia afuera. De las ecuaciones<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" \_x0000\_i1029" type="# \_x0000\_t75" style='width:107.25pt;height:32.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="leygauss\_archivos/image012.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--><[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053135">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" \_x0000\_i1030" type="# \_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="leygauss\_archivos/image013.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--><[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053136">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>div<sub>p</sub><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0, para P </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>^1</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>  
 style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>pero <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b

Q<span



style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'>E</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'> = <span class=Spelle>grad</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=Spelle><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>div</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=Spelle>grad</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> =</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'>Ñ</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>por lo que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> satisfice la ecuación:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'>Ñ</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'>2</span></sup><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial'>P </span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0, para P </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>¹</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> Q<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>la conservación de la energía:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>rotE</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0 o <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> = -<span class=SpellE>grad</span> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y la ley de Gauss:<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:165pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="leygauss\_archivos/image015.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242053137">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>con</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> Q dentro de F, son juntos equivalentes a la ley de Coulomb.<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 </td>
 </tr>
 </table>
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 </div>
 </body>
 </html>

## 5.28. Electrodinámica. Distribuciones volumétrica y superficial de carga

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
 <meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

```

<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="distvolysupcarga_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="distvolysupcarga_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="distvolysupcarga_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>DISTRIBUCIONES VOLUMETRICA Y SUPERFICIAL DE CARGA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>8</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-23T01:32:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T20:47:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>425</o:Words>
<o:Characters>2338</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>19</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2758</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;

```

```

margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}
@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
{mso-list-id:1398089400;
mso-list-type:simple;
mso-list-template-ids:-1847920078;}
@list l0:level1
{mso-level-tab-stop:none;
mso-level-number-position:left;
mso-level-legacy:yes;
mso-level-legacy-indent:14.15pt;
mso-level-legacy-space:0cm;
margin-left:14.15pt;
text-indent:-14.15pt;}
@list l1
{mso-list-id:1918859593;
mso-list-type:simple;
mso-list-template-ids:-1847920078;}
@list l1:level1
{mso-level-tab-stop:none;
mso-level-number-position:left;
mso-level-legacy:yes;
mso-level-legacy-indent:14.15pt;
mso-level-legacy-space:0cm;
margin-left:14.15pt;
text-indent:-14.15pt;}
ol
{margin-bottom:0cm;}
ul
{margin-bottom:0cm;}
-->
</style>

```

```

<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]>
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>DISTRIBUCIONES
VOLUMETRICA Y SUPERFICIAL DE CARGA<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Para las cargas contenidas en un volumen V se puede pensar
en los procesos límite:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;
color:blue'>1.<span style='font:7.0pt "Times
New Roman"'> <![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>El número de cargas tiende a infinito<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;
color:blue'>2.<span style='font:7.0pt "Times
New Roman"'> <![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

```

font-family:Arial;color:blue">La magnitud de cada carga individual, tiende a  
cero, de tal forma que la carga total permanezca constante. Luego:</p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><p>&nbsp;</p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;
height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="distvolysupcarga\_archivos/image033.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045211">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]><p></p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La función continua definida por:<p></p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:45pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="distvolysupcarga\_archivos/image034.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045212">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]><p></p></span></p>
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la densidad
volumétrica de carga.<p></p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><p>&nbsp;</p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El potencial </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:

10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> de la ecuación</span></p><p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style="width:54.75pt;height:30pt" o:ole=""><v:imagedata src="distvolysupcarga\_archivos/image035.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045213"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><p></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">y el campo <span class=SpellE><b style="mso-bidi-font-weight:normal">E</b><sub>p</sub></span> de la ecuación</span></p><p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><b style="mso-bidi-font-weight:normal"><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">F</span></b><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial"> = <span class=SpellE>q<b style="mso-bidi-font-weight:normal">E</b></span><span style="color:blue"><p></p></span></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">son:<p></p><p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style="width:66pt;height:30pt" o:ole=""><v:imagedata src="distvolysupcarga\_archivos/image036.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045214"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><p></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">y el campo:<p></p><p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style="width:159pt;height:29.25pt" o:ole=""><v:imagedata src="distvolysupcarga\_archivos/image037.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045215"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><p></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><p>&nbsp;</p></span></p>

$$E = \frac{1}{V} \frac{dV}{d\rho}$$
 y

distribuciones de volumen continuas,

son regulares dentro de la región fuente.

Para el caso de cargas volumétricas, la ley de Gauss es:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

debido a la regularidad del integrando, este puede, con la ayuda del teorema de Gauss, transformarse en:

$$\oint_V \mathbf{E} \cdot d\mathbf{V} = \frac{1}{\epsilon_0} \oint_V \rho dV$$

Si esto es cierto para todo volumen arbitrario  $V$ , y en particular para volúmenes pequeños, luego:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \phi$$



o:ole="">  
<v:imagedata src="distvolysupcarga\_archivos/image040.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045218">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la ecuación de <span  
class=SpellE>Poissson</span>. <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Podemos imaginar un proceso análogo al anterior para  
aplicarlo a superficies, luego llegaremos al concepto de densidad superficial  
de <span class=GramE>carga </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>w</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Por  
analogía: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:107.25pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="distvolysupcarga\_archivos/image041.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045219">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:108.75pt;height:30pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="distvolysupcarga\_archivos/image042.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045220">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>luego</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span







<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

## 5.29. Electrodinámica. Energía del campo electrostático

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="energcampelectrostat_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="energcampelectrostat_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="energcampelectrostat_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ENERGIA DEL CAMPO ELECTROSTATICO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>5</o:Revision>
<o:TotalTime>12</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-23T23:12:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T21:07:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>454</o:Words>
<o:Characters>2500</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>20</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2949</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
```

```

<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;

```

```

 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ENERGIA DEL CAMPO
ELECTROSTATICO<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La energía potencial de un sistema de cargas puntuales es
igual al trabajo requerido para traer las cargas del infinito a su
configuración actual. Para dos cargas q_1 y q_2 a la
distancia r_{12} el trabajo es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_t75" type="#_x0000_t75" style='width:51.75pt;

```

height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image001.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046449">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>para un número arbitrario de cargas tenemos: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:63pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046450">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>o también se puede escribir:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046451">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>para i </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>¹</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> k<span  
style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Se usa otra forma de <span class=SpellE>E<sub>pot</sub></span>  
empleando el concepto de potencial, ya que el potencial debido a la i-<span  
class=SpellE>ésima</span> carga es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:162pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image007.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><img width=216 height=40





id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:140.25pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image015.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
-  
<![if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046456">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Sin una introducción explícita al concepto de potencial:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--  
-  
<![if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:231pt;height:32.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image017.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
-  
<![if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046457">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Como una consecuencia de las leyes electrostáticas, esta  
expresión para la energía se puede transformar en integrales sobre todo el  
espacio. Para el volumen cargado, usando:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--  
-  
<![if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:2in;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image019.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
-  
<![if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046458">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>se tiene<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b  
style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'><sub><!--  
-  
<![if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035"  
type="#\_x0000\_t75" style='width:141pt;height:27.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image021.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
-  
<![if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046459">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></b></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image023.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046460">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por el teorema de Gauss:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:159pt;height:21pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image025.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046461">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la <span class=Spelle>div<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b></span> existe sobre la región completa de integración. Aplicando a nuestro caso:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:174.75pt;height:35.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image027.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046462">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como la región de integración se puede imaginar una esfera

cuyo radio  $r$  se aproxima infinitamente en el límite. Considerando

0 sólo dentro de la esfera, o también que

se desvanezca suficientemente rápido al infinito, tal que la segunda integral sobre  $k$  sea cero con  $R$

$$E = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'$$

se tiene:

se tiene:

$$E = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'$$

la cual la energía se expresa en términos de sólo la intensidad de campo en todos los puntos en el espacio. La cantidad  $E$

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, se llama la densidad de energía del campo. Si sólo están presentes superficies cargadas, la superficie F correspondiente se excluirá de la región de integración si allí <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> es continuo y el teorema de Gauss no es aplicable. Esto nos da dos términos adicionales que se cancelan:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:354.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image031.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046464"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>ahora:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:206.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image033.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046465"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si la normal </span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>h</span></span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que debe apuntar hacia la región de integración, es opuesta directamente a </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>h</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>h</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Si de nuevo consideramos que la integral sobre la esfera se anula cuando  $k \neq 0$  </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, tenemos:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:75.75pt;height:27.75pt;o:ole=""><v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image035.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046466"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que esta ecuación es válida para ambos.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Consideremos la integral:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:47.25pt;height:21pt;o:ole=""><v:imagedata src="energcampelectrostat\_archivos/image037.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046467"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>para</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> i </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¹</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> k. Excluimos las singularidades encerrando la carga puntual dentro de pequeñas esferas <span class=SpellE>k<sub>i</sub></span> y <span class=SpellE>k<sub>k</sub></span>.







</html>

### 5.30. Electrodinámica. Distribución de carga con simetría esférica

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="distcargasimetesf_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="distcargasimetesf_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="distcargasimetesf_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>DISTRIBUCION DE CARGA CON SIMETRIA ESFERICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>7</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-23T23:13:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T20:45:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>200</o:Words>
<o:Characters>1103</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>9</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1301</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
```

```

 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>

```

```
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>
```

```
<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>
```

```
<div class=Section1>
```

```
<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>DISTRIBUCION DE CARGA
CON SIMETRIA ESFERICA<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Consideremos una distribución volumétrica de carga <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(r). Luego el potencial
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j(r) es
función de r. Para este caso es más simple empezar de la ecuación de Poisson<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>-<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'>Ñ<sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial'>2</sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j = 4<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>p<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'>r<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En coordenadas polares el operador <span
```

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> tiene la forma:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:201.75pt; height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="distcargasimetesf\_archivos/image019.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045095"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>así que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:101.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="distcargasimetesf\_archivos/image020.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045096"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r'} \quad (1)$$

donde  $r$  es la carga contenida dentro de la esfera de radio  $r$ . Luego:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r'} \quad (2)$$

El potencial esta dado por:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (3)$$

por lo que:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (4)$$

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045100">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Superficie esférica uniformemente cargada.</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Sea:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:45.75pt;height:27.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="distcargasimetesf\_archivos/image025.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045101">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> q es la carga total y a es el radio de la esfera. Como una consecuencia de la ley de Gauss:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=Spelle><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>r<sup>2</sup>E<sub>r</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span class=Spelle>cte</span></span><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>debe</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> valer dentro y fuera de la esfera. Si denotamos la región de dentro de la esfera por 1 y la de fuera de la esfera por 2, r &lt; a E<sub>r1</sub> = c<sub>1</sub>/r<sup>2</sup>, pero c<sub>1</sub> = 0, y no hay discontinuidad en el centro, luego: <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'>E<sub>r1</sub> = 0, r &gt; a; E<sub>r2</sub> = c<sub>2</sub>/r<sup>2</sup></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue;mso-ansi-language:DE'>pero: <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES'>E<sub>r2</sub></span>



```

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

### 5.31. Electrodinámica. Equivalencia de la ecuación de campo eléctrico con la ley de Coulomb

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="equivcampocoulomb_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="equivcampocoulomb_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="equivcampocoulomb_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>EQUIVALENCIA DE LA ECUACION DE CAMPO ELECTRICO CON LA LEY DE
COULOMB</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>14</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-23T23:20:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T21:09:00Z</o:LastSaved>

```



```

<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>229</o:Words>
<o:Characters>1261</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>10</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1488</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1

```

```

 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>EQUIVALENCIA DE LA
ECUACION DE CAMPO ELECTRICO CON LA LEY DE COULOMB<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Se han derivado las ecuaciones de campo para la ley de
Coulomb:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>rot<b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>E<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0,<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>div<b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>E<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 4<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;

```

mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>,<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>E</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = - <span class=SpellE>grad</span> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>,<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = -4</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Deseamos mostrar que la ley de Coulomb se puede seguir de estas ecuaciones. Para demostrar esto debemos requerir que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0 al menos tan rápido como 1/r, si r </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Probaremos lo anterior sólo para cargas volumétricas, y necesitaremos el teorema de Gauss.

Si <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>A = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial'><span class=Spelle>grad</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial'>,<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>se sustituye en el teorema de Gauss:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:129.75pt; height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="equivcampocoulomb\_archivos/image001.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046532"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>ya que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:194.25pt;height:18pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="equivcampocoulomb\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046533">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>y obtenemos la primera identidad de <span  
 class=Spelle>Green</span><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:173.25pt;height:30.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="equivcampocoulomb\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046534">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Este resultado es válido para cualquier volumen arbitrario  
 en el cual </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son regulares.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>La segunda identidad de <span class=Spelle>Green</span> se  
 puede aplicar a la integración de la ecuación de <span class=Spelle>Poisson</span>,  
 si consideramos a </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> como la  
 función de potencial buscada, y al hacer:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:48pt;height:35.25pt'

o:ole="">  
<v:imagedata src="equivcampocoulomb\_archivos/image007.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046535">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>En virtud de que el integrando es regular, limitamos la  
integración a la región entre una pequeña esfera <span class=SpellE>k</span><sub>p</sub></span>  
alrededor del punto fijo P y una carga esférica k, como se muestra en la  
figura (3.2). <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:105.75pt;height:96pt'>  
<v:imagedata src="equivcampocoulomb\_archivos/image009.png" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Figura (3.2) <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Ya que: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'>Ñ</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>para P </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>¹</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> P',  
tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:300.75pt;height:38.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="equivcampocoulomb\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046536">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Ahora la integral sobre la esfera k es cero por la  
consideración a cerca de la conducta de </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> al infinito. En suma  
el segundo término en la integral <span class=SpellE>k<sub>p</sub></span> no  
contribuye. Si <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:33pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="equivcampocoulomb\_archivos/image013.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046537">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>en la superficie de la pequeña esfera, la integral <span  
class=SpellE>k<sub>p</sub></span> es 4</span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>p</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>,  
luego:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:78.75pt;height:39pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="equivcampocoulomb\_archivos/image015.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
  <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
  DrawAspect="Content" ObjectID="_1242046538">
  </o:OLEObject>
</xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la ley de <span
class=SpellE>Coulomb</span></span></p></o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

```

5.32. Electrodinámica. Tratamiento fenomenológico de los dieléctricos

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="tratfenomenodielectric_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="tratfenomenodielectric_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="tratfenomenodielectric_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]>
<title>TRATAMIENTO FENOMENOLOGICO DE LOS DIELECTRICOS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

```



```

<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>10</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-23T23:34:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T23:24:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>643</o:Words>
<o:Characters>3539</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>29</o:Lines>
<o:Paragraphs>8</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>4174</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;

```

```

        margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
        mso-header-margin:35.45pt;
        mso-footer-margin:35.45pt;
        mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
    {mso-list-id:598948164;
    mso-list-type:simple;
    mso-list-template-ids:393015734;}
@list l0:level1
    {mso-level-tab-stop:none;
    mso-level-number-position:left;
    mso-level-legacy:yes;
    mso-level-legacy-indent:14.15pt;
    mso-level-legacy-space:0cm;
    margin-left:14.15pt;
    text-indent:-14.15pt;}
ol
    {margin-bottom:0cm;}
ul
    {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
  <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>

```

TRATAMIENTO FENOMENOLOGICO DE LOS DIELECTRICOS

Consideremos un capacitor cargado en el vacío, formado por dos placas metálicas paralelas. Consideremos que las áreas de las placas son grandes comparadas con su separación, para que no sea necesario tomar en cuenta los efectos de frontera. Sea la densidad superficial de carga $+$ en una placa y $-$ en la otra, como lo muestra la figura (3.3).

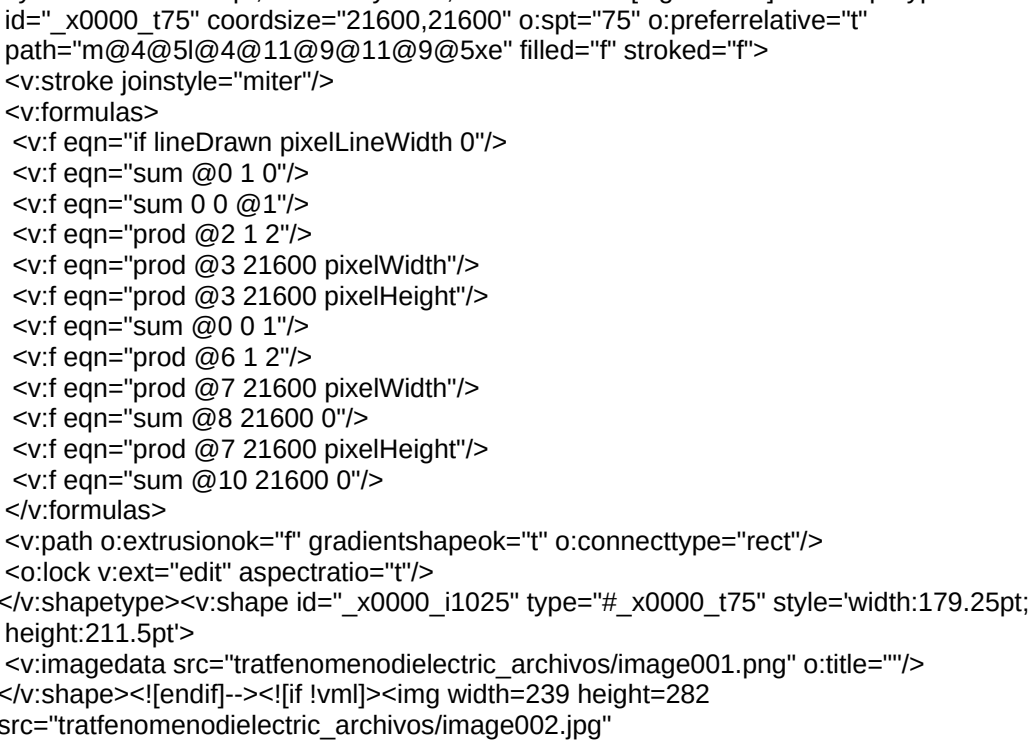


Figura (3.3)

<p class=MsoNormal>Por lo que existe entre las placas un campo eléctrico uniforme:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>E_x = 4pr.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El campo fuera es cero. La diferencia de potencial entre las dos placas es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>j_{1} - j_{2} = 4pwd,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde d es la separación entre las placas. Si ahora ponemos un aislante entre las placas tenemos lo siguiente:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue"><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]>1. <![endif]>Si conectamos las placas a una batería, de tal forma que j = cte, la corriente fluye, y la carga se incrementa.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]>2. <![endif]>Por otro lado, las placas están aisladas, su carga permanece constante, así como su diferencia de potencial decrece por un factor e: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:69.75pt;height:27pt'o:ole=""><v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image003.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054651"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El factor e se llama la constante dieléctrica del aislador y en general es mayor que la unidad.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Este fenómeno se reinterpreta de la siguiente manera. Se forman en la superficie exterior del dieléctrico una carga de magnitud -(1-1/

) en el lado cercano a la placa 1 y (1-1/)) en el lado cercano a la placa 2, que sumados con la carga en las placas resulta una carga neta dew en la placa 1 y de -w en la placa 2. La existencia de esta carga sólo se puede demostrar por medio de diferencias de potencial, y no se puede alterar por conducción eléctrica, ya que la carga se adhiere a la sustancia dieléctrica y simplemente se ajusta a sí misma, de acuerdo al campo externo. Este tipo de carga se llama de polarización para diferenciarla de la verdadera carga que existe en las placas metálicas. Empleamos los símbolosp yp para denotar las densidades de carga de polarización, yr para denotar las densidades de carga de polarización, y

[illegible]

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>+<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>r</sub><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>
representan las densidades totales de carga.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si consideramos una región muy delgada de vacío entre las
placas del capacitor y el dieléctrico, la relación entre las densidades de
carga y el campo dentro del capacitor es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:104.25pt;height:18pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image005.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054652">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:66.75pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image007.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054653">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>luego:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:129.75pt;height:33pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054654">
</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>0:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:50.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image011.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054655"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:96pt;height:20.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image013.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054656"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>así que la superficie frontera entre el dieléctrico y en vacío, en ausencia de una densidad de carga verdadera es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:182.25pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image015.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054657"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Esta relación se puede fácilmente generalizar a una superficie de frontera entre dos dieléctricos arbitrarios, imaginando una delgada región de vacío existiendo entre ellas. En este caso, en la ausencia de carga cierta:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>e_{1}E_{n1} + e_{2}E_{n2} = 0,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>si hay carga cierta presente: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>e_{1}E_{n1} + e_{2}E_{n2} = 4pw_{c}<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>para el vacío e = 1.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si ahora introducimos un nuevo vector, el desplazamiento <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>D, definido por: <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>D = e<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;color:blue'E'<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue', la relación más general para la superficie frontera entre dos aisladores es: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>D_{n1} + D_{n2} = 4pw_{e}.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>E_{n1} + E_{n2} = 4pw,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde si<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>w = w_{p}

mso-symbol-font-family:Symbol">+ w_{c}<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>es válido, se sigue que:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>(e_{1 }-111 + (e_{2}-1n2 = 4pw_{p}<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>que es una importante cualidad de la materia.<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>En el campo uniforme del capacitor de placas paralelas, las cargas de polarización se producen sólo en la superficie del dieléctrico, por lo que en el caso más general se produce dentro de un aislante, una densidad volumétrica de carga de polarización r_{p}. Si las w_{c}<span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son las fuentes superficiales del campo <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>D, luego por medio del proceso al límite, se puede ver que las r_{c}´s, las densidades de carga cierta, son las fuentes volumétricas de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>D:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image017.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054658"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>ya que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:51pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image019.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054659"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:50.25pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image021.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054660"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>de donde tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:84.75pt;height:15.75pt'

o:ole="">
<v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image023.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054661">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si el medio es homogéneo, esto es, si <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es independiente de la
posición, tenemos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:78.75pt;height:15.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image025.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054662">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si aplicamos el teorema de Gauss al vector (<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> - 1)<b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>E en la forma usual se ve que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:84.75pt;height:21pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="tratfenomenodielectric_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054663">
</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>que nos dice que la suma de todas las cargas de polarización es cero.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si w_{c} = 0 en la capa frontera entre dos medios dieléctricos, <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>D_n, la componente normal de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>D es continua, como <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>D_{||}, la componente paralela, no lo es en general. Esto resulta del hecho de que <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E_{||} es continua, ya que <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>E = - gradj, <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>con j continua es válido como antes.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

    Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
  </td>
</tr>
</table>

```

```

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

```

```

</div>

```

```

</body>

```

```

</html>

```

5.33. Electrodinámica.. Interpretación del fenómeno dieléctrico por teoría electrónica

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

```

<head>

```

```

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

```

```

<meta name=ProgId content=Word.Document>

```

```

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

```

```

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

```

```

<link rel=File-List href="interdieleteoriaelectro_archivos/filelist.xml">

```

```

<link rel=Edit-Time-Data href="interdieleteoriaelectro_archivos/editdata.mso">

```

```

<link rel=OLE-Object-Data href="interdieleteoriaelectro_archivos/oledata.mso">

```

```

<!--[if !mso]>

```

```

<style>

```

```

v\:.* {behavior:url(#default#VML);}

```

```

o\:.* {behavior:url(#default#VML);}

```

```

w\:.* {behavior:url(#default#VML);}

```

```

.shape {behavior:url(#default#VML);}

```

```

</style>

```

```

<![endif]-->

```

```

<title>INTERPRETACION DEL FENOMENO DIELECTRICO POR TEORIA ELECTRONICA</title>

```

```

<!--[if gte mso 9]><xml>

```

```

  <o:DocumentProperties>

```

```

    <o:Author>HHMM</o:Author>

```

```

    <o:Template>Normal</o:Template>

```

```

    <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>

```

```

    <o:Revision>4</o:Revision>

```

```

    <o:TotalTime>27</o:TotalTime>

```

```

    <o:Created>2007-05-23T23:50:00Z</o:Created>

```

```

    <o:LastSaved>2007-05-30T21:19:00Z</o:LastSaved>

```

```

    <o:Pages>2</o:Pages>

```

```

    <o:Words>727</o:Words>

```

```

    <o:Characters>4003</o:Characters>

```

```

    <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>

```

```

    <o:Lines>33</o:Lines>

```

```

    <o:Paragraphs>9</o:Paragraphs>

```

```

    <o:CharactersWithSpaces>4721</o:CharactersWithSpaces>

```



```

<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable

```

```

{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>INTERPRETACION DEL
FENOMENO DIELECTRICO POR TEORIA ELECTRONICA</span></b><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En la teoría electrónica la carga de polarización que
introducimos antes, es puramente fenomenológica, en esta sección la
introduciremos por dipolos eléctricos.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Primero vamos a considerar dos puntos cargados +q y -q
separados por una distancia d. El momento dipolar eléctrico de este arreglo m
está definido por el vector <o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial'>P</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial'> = <span class=Spelle>q<b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>d</b></span>.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En general para un número arbitrario de cargas, cuya suma
es cero, definimos:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

```


<math display="block">\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}>

<math display="block">\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}>

Figura (3.4)

Ahora si $r \gg d$, este arreglo de dos cargas se llama dipolo. Una expansión de Taylor del potencial del dipolo es:

<math display="block">V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}>

<math display="block">V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}>

<math display="block">V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}>

El grad_Q denota el gradiente tomado con respecto a las coordenadas de Q. El campo producido por este dipolo es luego:

<math display="block">\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} (3\hat{r}\hat{r} - \mathbf{I})>

<math display="block">\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} (3\hat{r}\hat{r} - \mathbf{I})>

Si escribimos la anterior ecuación en notación de componentes:

<math display="block">E_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} (3\hat{r}_i\hat{r}_j - \delta_{ij})>

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:165pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdieleteriaelectro_archivos/image011.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047179"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Consideremos ahora una pieza finita de un aislador por lo que estará presente un dipolo en cada átomo o molécula. El campo producido por este dipolo será:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:122.25pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdieleteriaelectro_archivos/image013.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047180"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Sea <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>p el momento eléctrico dipolar por molécula y N el número de moléculas por centímetro cúbico. El momento dipolar por centímetro cúbico <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P = N<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>p<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>se denomina polarización y el campo llega a ser:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:128.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdieleteriaelectro_archivos/image015.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047181"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

Deseamos transformar la integral, ya que para nuestros propósitos se necesitará una generalización del teorema de Gauss para vectores arbitrarios:

$$\oint_V \mathbf{E} \cdot d\mathbf{V} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV$$

donde $\nabla \cdot \mathbf{E}$ la divergencia del lado derecho está contraída con $\mathbf{A}$. En notación de componentes:

$$\oint_V \mathbf{E} \cdot d\mathbf{V} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV$$

Para funciones vectoriales regulares, de acuerdo con el teorema de Gauss:

$$\oint_V \mathbf{E} \cdot d\mathbf{V} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV$$

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>De acuerdo con esta relación se obtiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:186.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdielectoriaelectro_archivos/image023.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047185"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde _{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:18.75pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdielectoriaelectro_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047186"></o:OLEObject></xml><![endif]--> es la componente interior normal a P.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Esta forma para <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E_p muestra que la distribución continua de polarización es completamente equivalente a una distribución volumétrica y superficial de cargas de polarización. De la primera integral se tiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>r_{p} = - div <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y de la segunda integral se tiene: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:44.25pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdielectoriaelectro_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047187">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>la densidad total de carga de polarización en la superficie está dada por:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>w</sub>p</sub> = - (p_{n1} + p_{n2})<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Este segundo caso es el más general e incluye al primero como un caso especial: $P_{n2} = 0$. El teorema de Gauss aplicado al vector **P** muestra de nuevo que:

<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:86.25pt;height:21pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="interdielectoriaelectro_archivos/image029.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047188">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>por lo que se ve que para preservar las leyes fenomenológicas: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P = (e - 1)<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E/4<span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p, <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>por lo que: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>D = E + 4p<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P. <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La constante dieléctrica e se puede expresar en términos de cantidades atómicas por la consideración: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P = a<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E' , <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde la polarizabilidad molecular, y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E' es el campo efectivo. Si se hace la aproximación de que <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E' , luego: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P = Na<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>

E

y

= 1 + 4

N

Empíricamente se encuentra que

a

a

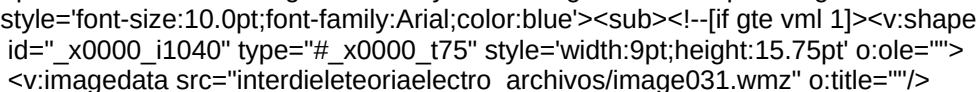
a

0 para campos electrostáticos. Consecuentemente

a

1.

Refinaremos la teoría considerando la diferencia entre E' y E. El campo macroscópico es justo el promedio del microscópico.



</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1040"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047189">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75"
style='width:68.25pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="interdieleteriaelectro_archivos/image033.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047190">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si denotamos el campo de un simple dipolo por <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>e, luego:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1042" type="#_x0000_t75" style='width:65.25pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="interdieleteriaelectro_archivos/image035.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1042"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047191">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Aquí consideramos que el medio es isotrópico. La integral
extendida sobre una esfera que contiene el dipolo, es independiente del tamaño
de la esfera.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La geometría se muestra en la figura (3.5).<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1043" type="#_x0000_t75" style='width:2in;height:125.25pt'>
<v:imagedata src="interdieleteriaelectro_archivos/image037.png" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Figura (3.5)<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Representaremos el radio de la esfera por R y P(r, z) es un punto en su superficie. Claramente: <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>R² = r^{2} + z²<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>por consideraciones de simetría sólo la componente z de:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1044" type="#_x0000_t75" style='width:102pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdielectoriaelectro_archivos/image039.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047192"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>puede contribuir. Si:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1045" type="#_x0000_t75" style='width:195pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdielectoriaelectro_archivos/image041.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047193"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>La integral es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1046" type="#_x0000_t75" style='width:395.25pt;height:42.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdieleteriaelectro_archivos/image043.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047194"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Sustituyendo <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>u² = R² + a² - 2az,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>se obtiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1047" type="#_x0000_t75" style='width:275.25pt;height:60pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdieleteriaelectro_archivos/image045.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047196"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si consideramos que R > a, esta expresión llega a ser independiente de R:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1048" type="#_x0000_t75" style='width:120.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdieleteriaelectro_archivos/image047.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047197"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde <o:p></o:p></p>

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">e -1 @ 4pNa, que es una forma aproximada a la ecuación:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1053" type="#_x0000_t75" style='width:113.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="interdieleteriaelectro_archivos/image057.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242047202"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p></td></tr></table><p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><o:p> </o:p></p></div></body></html>

5.34. Electrodinámica. Coordenadas curvilíneas

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>


```

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="coordcurvilineas_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="coordcurvilineas_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="coordcurvilineas_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>COORDENADAS CURVILINEAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>14</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T00:26:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T01:33:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>192</o:Words>
<o:Characters>1056</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>8</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1246</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";

```

```

        margin:0cm;
        margin-bottom:.0001pt;
        text-align:justify;
        mso-pagination:widow-orphan;
        mso-layout-grid-align:none;
        punctuation-wrap:simple;
        text-autospace:none;
        font-size:12.0pt;
        mso-bidi-font-size:10.0pt;
        font-family:"Times New Roman";
        mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
        mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
  <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

```

| | |
|--|---------|
| <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>COORDENADAS CURVILINEAS</p> <p>Expresado en coordenadas curvilíneas ortogonales u, v, w el cuadrado del elemento de línea tiene la forma:</p> <p></p> </div> <div style="width: 50%; text-align: center;">  </div> </div> <p>donde e_1, e_2, e_3 son funciones de u, v, w.</p> <p>El producto escalar de un vector A con el elemento de línea es:</p> | <p></p> |
|--|---------|

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>A_sx ds = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A x d<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>x = A_ue₁du + A_ve₂dv + A_we₃dw<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si tenemos <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A = gradj, las expresiones:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:102pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordcurvilineas_archivos/image020.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975973"></o:OLEObject></xml><![endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>(gradj)_u e₁du + (gradj)_v e₂dv + (gradj)_w e₃dw<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>son idénticas, o sea:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:308.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordcurvilineas_archivos/image021.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975974"></o:OLEObject></xml><!--[endif]> <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El tensor del elemento de superficie es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>df_{uv}= e₁e₂ dudv, df_{vw}= e₂e₃ dvdw, df_{uw}= e₁e₃ dudw<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>y el producto del elemento de superficie con el componente del rot<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A perpendicular a éste es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>rot_n<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>Adf= (rot<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A_ue₂e₃dvdw + rot<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A_ve₁e₃dudw + ¼<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Empleando el teorema de Stokes<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:182.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="coordcurvilineas_archivos/image022.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975975">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Por comparación tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:204.75pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="coordcurvilineas_archivos/image023.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975976">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>Fácilmente se puede verificar que <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>rot(gradj)= 0,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>ya que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>A_n_{df}= A_u</sub>₂_e₃_{dvdw} + A_v₁_e₃</sub>_{dudw} + A_w₁_e₂_{dudv}<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El teorema de Gauss se puede escribir como:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:222pt;height:30.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="coordcurvilineas_archivos/image024.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975977">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si el integrando en el segundo término es divAdV y si <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>dV =
 ₁₂₃dudvdw,<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>luego:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:260.25pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="coordcurvilineas_archivos/image025.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975978">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>sustituyendo A = gradj en la ecuación anterior, el Ñ^{2} es:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:281.25pt;height:35.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="coordcurvilineas_archivos/image026.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975979">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Esto se puede derivar del principio variacional:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

```

id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:86.25pt;height:21pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="coordcurvilineas_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975980">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

```

5.35. Electrodinámica. Solución de problemas de potencial

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="solprobpotencial_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="solprobpotencial_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="solprobpotencial_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>SOLUCION DE PROBLEMAS DE POTENCIAL</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

```



```

<o:Revision>4</o:Revision>
<o:TotalTime>35</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T00:39:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T23:19:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>2</o:Pages>
<o:Words>651</o:Words>
<o:Characters>3584</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>29</o:Lines>
<o:Paragraphs>8</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>4227</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;

```

```

        margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
        mso-header-margin:35.45pt;
        mso-footer-margin:35.45pt;
        mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>SOLUCION DE PROBLEMAS DE
POTENCIAL<o:p></o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>a.) Método de
imágenes<o:p></o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1.- Una carga puntual q
opuesta a una hoja conductora infinita.</span></b><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

```

Consideraremos que la hoja está aterrizada de tal forma que su potencial sea

0. El método de imágenes consiste en asumir una carga virtual -q localizada en el punto que es la imagen de la posición de q reflejada en la hoja. Esta carga imagen junto con la carga q, determinan el campo a la derecha de la hoja, pero no hay efecto en el campo en la izquierda de la hoja, como lo indica la figura (3.6)



Luego tenemos:

<p class=MsoNormal>Para x_p = 0, r'= r, <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:171.75pt;height:27.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image007.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054351">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>La carga total en la hoja conductora es: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:126.75pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054352">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->, <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>donde <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>r = (r^{2} + a²</sup>^{1/2}, y rdr = rdr<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>donde

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r es la distancia del origen a un punto en la hoja.</p></p>

<p class=MsoNormal><p> </p></p>

<p class=MsoNormal><p> </p></p>

<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>2.- Una carga puntual e, opuesta a un dieléctrico infinito seminfinito.<p></p></p>

<p class=MsoNormal><p> </p></p>

<p class=MsoNormal>En este caso la condición de frontera es:<p></p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:72.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image011.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054353"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><p></p></p>

<p class=MsoNormal><p> </p></p>

<p class=MsoNormal>Donde e es la constante dieléctrica del medio. De nuevo consideraremos una carga imagen -q' que contribuye al campo a la derecha de la frontera, pero esta vez la magnitud de la carga q' está indeterminada, como lo muestra la figura (3.7).<p></p></p>

<p class=MsoNormal><p> </p></p>

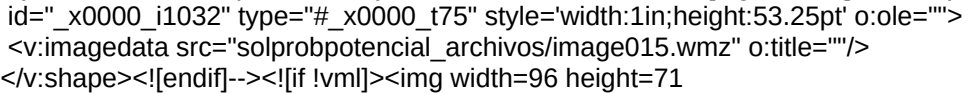
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:209.25pt;height:174.75pt'><v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image013.png" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]><p></p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><p> </p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>Figura (3.7)<p></p></p>

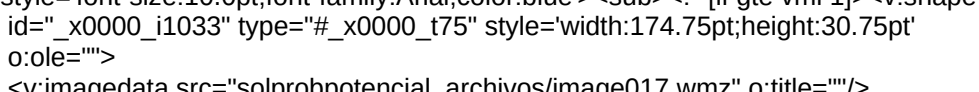
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><p> </p></p>

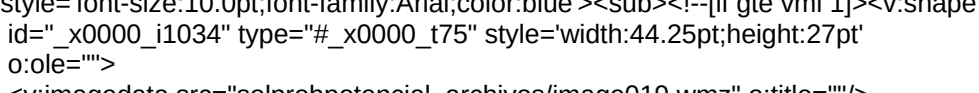
Así que para:

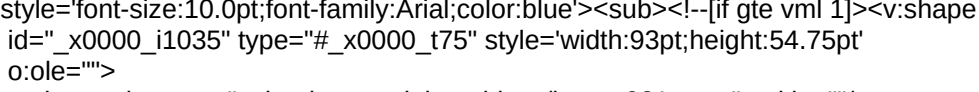


De tal forma que

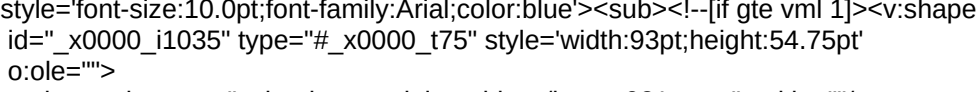
es continuo en $r = r'$. Luego:







La solución al problema es:



</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054357">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>3.- Una carga puntual y
opuesta a una esfera conductora.<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>A todo punto P se le puede asignar el punto imagen <span
class=Spelle>P' por medio de la relación <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>r<span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'>r<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>' = a², como se muestra en la figura
(3.8).<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:194.25pt;height:125.25pt'>
<v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image023.png" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Figura (3.8)<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si los triángulos OP'Q y OQP son
similares por tener un ángulo común en O y <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>r<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>' /a = a<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, luego:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue"><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:102pt;height:32.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image025.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054358">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>para todos los puntos Q que caen en la superficie de la esfera. Emplearemos este hecho para resolver el problema.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><i style='mso-bidi-font-style:normal'>Caso1. Esfera aterrizada.</i> Imaginemos que la carga virtual -q'en P contribuye al campo externo, luego:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:126.75pt;height:41.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image027.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054359">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Como j es continuo en la superficie de la esfera, la relación:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:66.75pt;height:32.25pt'

o:ole="">
 <v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image029.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054360">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>debe<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> valer, por esto <span
 class=SpellE>q´= cte y se resuelve el problema.
 La carga total inducida en la esfera por la ley de Gauss
 es -q.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><i style='mso-bidi-font-style:normal'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Caso2. Esfera aislada.</i><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> La esfera
 está descargada, luego la carga imagen -q´ se debe
 balancear, lo que se hace colocando una carga +q en el centro de la esfera.
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Si R representa la distancia del punto campo al centro de
 la esfera, tenemos:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1040" type="#_x0000_t75" style='width:111pt;height:54.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image031.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1040"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054361">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>donde q´ está dada por:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1041" type="#_x0000_t75" style='width:66.75pt;height:32.25pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image033.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054362">

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>4.- Esfera conductora en un campo eléctrico uniforme.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Este problema se puede considerar como la condición límite de los ejemplos 2 y 3, como se ve en la figura (3.9).<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" _x0000_i1042" type="# _x0000_t75" style='width:185.25pt;height:167.25pt'>
<v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image034.png" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>Figura (3.9)<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Si r ¥¥ y q &@ ¥ de tal forma que q<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r<sup><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</sup><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> E, se ve que se
produce un dipolo de momento <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>p en
el centro de la esfera, tal que $p = q$ <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>r<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>´. Podemos empezar con
las siguientes hipótesis:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1043" type="#_x0000_t75" style='width:104.25pt;height:42.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image036.wmz" o:title=""/>
</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1043"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054363">
</o:OLEObject>
</xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> BX/r³ es el
potencial de un dipolo.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Definiendo <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>x = r cos <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>n<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>escribimos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1044" type="#_x0000_t75" style='width:132.75pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image038.wmz" o:title=""/>
</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1044"

DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054364">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>La continuidad de j se puede visualizar al hacer que la cantidad entre paréntesis sea igual a cero cuando $r = a$, y luego: $B = Ea^3$. La constante A permanece indeterminada. La distribución de carga inducida en la esfera es:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1045" type="#_x0000_t75" style='width:189pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image040.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054365">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>La carga total en la esfera es:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1046" type="#_x0000_t75" style='width:111.75pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image042.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054366">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>5.- Esfera dieléctrica embebida en un medio dieléctrico.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Sea la constante dieléctrica de la esfera <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">e_{i} = cte y el medio que la rodea e_{a} = cte. A grandes distancias de la esfera el campo será uniforme e igual a E. Se hace la hipótesis de que para:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1047" type="#_x0000_t75" style='width:195pt;height:45pt' o:ole=""><v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image044.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054367"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>La condición de frontera en $r = a$ es:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1048" type="#_x0000_t75" style='width:150.75pt;height:60.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image046.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054368"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>de lo anterior se sigue que el problema se resuelve si tomamos:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:131.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image048.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054369">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Es interesante que para e_{i} = e y e_{a} = 1, tenemos una expresión similar a la relación Clausius-Mossotti</p><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1050" type="#_x0000_t75" style='width:51.75pt;height:27pt' o:ole="">
<v:imagedata src="solprobpotencial_archivos/image050.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242054370">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Es debido a lo anterior que fue posible a Clausius y Mossotti explicar el fenómeno dieléctrico considerando que éste consiste en pequeñas esferas conductoras.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

5.36. Electrodinámica. Aplicación de la teoría de funciones a problemas de dos dimensiones

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

<meta name=ProgId content=Word.Document>

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

<link rel=File-List href="aplicteorfunc2dim_archivos/filelist.xml">

<link rel=Edit-Time-Data href="aplicteorfunc2dim_archivos/editdata.mso">

<link rel=OLE-Object-Data href="aplicteorfunc2dim_archivos/oledata.mso">

<!--[if !mso]>

<style>

v\.* {behavior:url(#default#VML);}

o\.* {behavior:url(#default#VML);}

w\.* {behavior:url(#default#VML);}

.shape {behavior:url(#default#VML);}

</style>

<![endif]-->

<title>APLICACION DE LA TEORIA DE FUNCIONES A PROBLEMAS DE DOS
DIMENSIONES</title>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:DocumentProperties>

<o:Author>HHMM</o:Author>

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

<o:Revision>2</o:Revision>

<o:TotalTime>11</o:TotalTime>

<o:Created>2007-05-24T01:23:00Z</o:Created>

<o:LastSaved>2007-05-30T01:18:00Z</o:LastSaved>

<o:Pages>1</o:Pages>

<o:Words>394</o:Words>

<o:Characters>2167</o:Characters>

<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>

<o:Lines>18</o:Lines>

<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>

<o:CharactersWithSpaces>2556</o:CharactersWithSpaces>

<o:Version>10.2625</o:Version>

</o:DocumentProperties>

</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

<w:WordDocument>

<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>


```

<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
  <w:BreakWrappedTables/>
  <w:SnapToGridInCell/>
  <w:WrapTextWithPunct/>
  <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;

```

```

mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:imap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>APLICACION DE LA TEORIA
DE FUNCIONES A PROBLEMAS DE DOS DIMENSIONES</span></b><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si una distribución espacial de carga depende solamente de
dos de las coordenadas cartesianas, por ejemplo x, y, de forma tal que la
distribución de cargas es la misma en todos los planos perpendiculares al
tercer eje coordenado, luego el campo en todos estos planos debe de ser
idéntico y no puede hablarse de un problema de dos dimensiones. En este caso
podemos resolver el problema con la ayuda de la teoría de las funciones
analíticas.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Sea w una función analítica de variable compleja <o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>z = x + <span class=SpellE>iy</span>:
w(z) = u + <span class=SpellE>iv</span> (u, v </span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'>î</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Â</span></span><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>),<o:p></o:p></span></p>

```

luego:

$$m @ 4 @ 5 l @ 4 @ 11 @ 9 @ 11 @ 9 @ 5 x e$$

De aquí tenemos la ecuación de Cauchy-Reimann

$$m @ 4 @ 5 l @ 4 @ 11 @ 9 @ 11 @ 9 @ 5 x e$$

De lo anterior se sigue que:

$$m @ 4 @ 5 l @ 4 @ 11 @ 9 @ 11 @ 9 @ 5 x e$$

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975103">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>cambio<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en v después de una
vuelta.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si identificamos el potencial <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>j<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> con u, tenemos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:87.75pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="aplicteorfunc2dim_archivos/image033.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975104">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Aquí <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>w es la
carga de un cilindro de altura unitaria. <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Ahora v se incrementará después de un circuito completo.
Esta es una propiedad del logaritmo de un número complejo, luego si <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'>w<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial'> = ln (z - z₀),<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se incrementará por 2<span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Obtendremos la soluci3n para el caso de un conjunto de cargas lineales perpendiculares al plano x-y, con densidades lineales de carga w_{1}, w_{2}, ... e interceptando el plano x-y en los puntos z₁, z₂, ..., y tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="aplicteorfunc2dim_archivos/image034.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975105"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>El potencial es la parte real de w y:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="aplicteorfunc2dim_archivos/image035.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975106"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:134.25pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="aplicteorfunc2dim_archivos/image036.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975107"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si la proyección de la distribución de carga en el plano x-y es un conjunto de puntos, el potencial en estos puntos tiene una singularidad logarítmica.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Como un segundo ejemplo calcularemos el potencial debido a una cuña conductora cargada. El potencial está dado por la parte imaginaria de la función w =z<sup>=m<sup> donde m es real. Para <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>z = reⁱ^{q}<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>tenemos: <o:p></o:p></p>

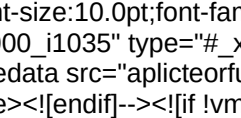
v = w ^r = m n Sin m v < o: p > < / o: p > < / p >

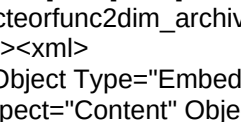
Si la cuña es conductora debemos tener:

v(v, n = 0) = v n = 2 p p a

r,

tal que:

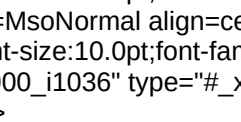


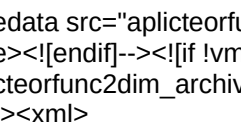


La densidad superficial de carga

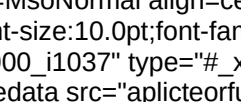
w

en la cuña, está dada por:





La carga total e(r) contenida dentro de un círculo de radio r, es:



```

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
  <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
  DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975110">
  </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

```

5.37. Electrodinámica.. Magnetostática

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="magnetostatica_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="magnetostatica_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="magnetostatica_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>MAGNETOSTATICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>7</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T01:30:00Z</o:Created>

```

```

<o:LastSaved>2007-05-30T23:03:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>476</o:Words>
<o:Characters>2620</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>21</o:Lines>
<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3090</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;

```

```

        mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
    {mso-list-id:1632594446;
    mso-list-type:simple;
    mso-list-template-ids:393015734;}
@list l0:level1
    {mso-level-tab-stop:none;
    mso-level-number-position:left;
    mso-level-legacy:yes;
    mso-level-legacy-indent:14.15pt;
    mso-level-legacy-space:0cm;
    margin-left:14.15pt;
    text-indent:-14.15pt;}
ol
    {margin-bottom:0cm;}
ul
    {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>MAGNETOSTATICA</span></b><span

```

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El fenómeno electrodinámico no se puede describir solamente por el campo eléctrico, sino que requerimos también del campo magnético. De la misma forma en que el campo eléctrico interactúa con cargas eléctricas, el campo magnético interactúa con los dipolos magnéticos, los cuales ayudan a medir el campo magnético.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Una diferencia esencial al comparar el campo magnético con el caso eléctrico, es que no existen los monopolos magnéticos. Los polos magnéticos sólo existen en parejas, de tal forma que su carga magnética total es cero. Una aproximación a un monopolo se puede producir removiendo un miembro de un par a una distancia suficientemente grande. Gilbert mostró que la ley de Coulomb es válida para estos monopolos.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Por analogía con la electrostática, introduciremos los siguientes vectores:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]>1. <![endif]>Intensidad de campo magnético <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H,<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]>2. <![endif]>Magnetización <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>M,<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]>3. <![endif]>Inducción magnética, corresponde a <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>D.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Además de que en la magnetostática no existe un análogo a las densidades de carga verdaderas <span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>r<sub><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v</sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w<sub><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>v</sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, las
 ecuaciones para el campo producido por dipolos magnéticos, corresponden a
 aquellos de la electrostática.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=EN-GB
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:EN-GB'>rot <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>H = 0<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=EN-GB style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;mso-ansi-language:EN-GB'>B<span lang=EN-GB
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:EN-GB'> = <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>H + 4<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>p<b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span
 lang=EN-GB style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:EN-
 GB'>M<span
 lang=EN-GB style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:EN-
 GB'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES-MX'>div<b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>B<span
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES-MX'> = 0<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>En superficies de frontera son continuas las componentes <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>H<sub><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>|</sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'> y <b style='mso-bidi-font-weight:
 normal'>B_n. Si introducimos una densidad volumétrica de
 carga de polarización <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>s<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y una
 densidad superficial <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;

mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>c, correspondiendo a las ecuaciones <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>r_{p} = - div<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>P,<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>w_{p} = - (p_{n1} + p_{n2})<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>tenemos:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:150pt; height:54.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="magnetostatica_archivos/image017.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242053359"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y en analogía con la ecuación <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:141.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="magnetostatica_archivos/image018.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242053360"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>es cierto que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:75pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="magnetostatica_archivos/image019.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242053361"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>En electrostática <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>D = e<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E, por analogía<b style='mso-bidi-font-weight:normal'> B y<b style='mso-bidi-font-weight: normal'> H se relacionan por <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>B = m<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H, donde m es la permeabilidad y corresponde a <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e.<b style='mso-bidi-font-weight:normal'> <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Para sustancias paramagnéticas m < 1 y depende de la temperatura. Para sustancias diamagnéticas m > 1y no depende de la temperatura. Para sustancias ferromagnéticas no existe una relación única entre <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>B y <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H. <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H es irrotacional, éste se puede representar por un potencial escalar <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H = - grad y. <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Si <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>B es una fuente libre (solenoidal) se puede representar por un potencial vectorial <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A, tal que:

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>B = rot<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A<b style='mso-bidi-font-weight:normal'><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD

A es arbitraria al pertenecer al gradiente de una función escalar, por lo que es posible tener la condición: $A = 0$.

Como un ejemplo determinaremos el potencial vectorial de un campo de un dipolo con momento magnético m en la dirección del eje z . Como se sabe de electrostática, el campo producido es:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m \times \mathbf{r}}{r^3}$$

El potencial vectorial para $\mathbf{H}$ es:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{r}$$

Luego:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

src="magnetostatica_archivos/image012.gif" v:shapes="_x0000_i1030"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242053364">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>así que: div <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A = 0.
 Para las componentes de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H = rot<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A, se
 obtiene:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" _x0000_i1031" type="# _x0000_t75" style='width:2in;height:92.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="magnetostatica_archivos/image023.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242053365">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Si Ñ^{2}(1/r) = 0.
 Hemos verificado que <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H se puede
 representar por <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A. Claramente para
 una distribución volumétrica de magnetización:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" _x0000_i1032" type="# _x0000_t75" style='width:183.75pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="magnetostatica_archivos/image024.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242053367">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>M representa el momento magnético por unidad de volumen que es por definición la magnetización.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Se puede mencionar que en suma a la analogía previamente empleada entre cantidades eléctricas y magnéticas, existe otra más fundamental que es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H @ <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>D<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>B @ <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>E<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>-M @ <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>P<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>1m @ e<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

```

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

```

5.38. Electrodinámica.. Teoría de las corrientes estacionarias

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="corrientestaciona_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="corrientestaciona_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="corrientestaciona_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TEORIA DE LAS CORRIENTES ESTACIONARIAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>1</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T01:37:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-24T01:38:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>105</o:Words>
<o:Characters>583</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>4</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>687</o:CharactersWithSpaces>

```

```

<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;

```

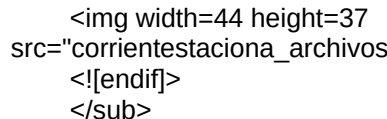
```

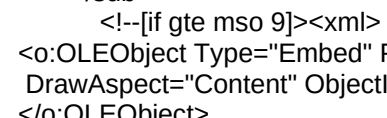
        mso-style-noshow:yes;
        mso-style-parent:"";
        mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
        mso-para-margin:0cm;
        mso-para-margin-bottom:.0001pt;
        mso-pagination:widow-orphan;
        font-size:10.0pt;
        font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="0">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:#FF6600'>TEORIA DE LAS CORRIENTES
ESTACIONARIAS</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:#FF6600'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>La corriente <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>J</b> es la carga el&eacute;ctrica
que pasa a trav&eacute;s de la secci&oacute;n total de &aacute;rea de un conductor, por unidad de
tiempo.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:33pt;
height:27.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="corrientestaciona_archivos/image001.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

```





<!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241457898">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>La densidad de corriente <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>i se define como
 un vector en la dirección del flujo de corriente con magnitud igual a la cantidad de carga
 que fluye a travás de una sección unitaria de
 área perpendicular a <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>i en un segundo. Si la
 densidad de corriente en un conductor es independiente de la posición, luego:
 <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>|<b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>i<span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:
 Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>| = J/q' donde q' es la
 sección de área del conductor. Si la corriente a través de la superficie df en la dirección normal <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>n está dada por i_ndf, luego en el caso general:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:42pt;height:27.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="corrientestaciona_archivos/image003.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 </sub>
 </p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 </div></td>
 </tr>


```

</table>
</body>

</html>

```

5.39. Electrodinámica.. La ecuación de continuidad

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ecuacontinuidad_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ecuacontinuidad_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ecuacontinuidad_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>1</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T01:39:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T20:52:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>108</o:Words>
<o:Characters>594</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>4</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>701</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>

```

```

<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}

@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}

div.Section1
    {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}

</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>

```

```

</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>LA ECUACIÓN DE
CONTINUIDAD</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Dada la ley de conservación para la carga eléctrica, la
cantidad de carga que fluye hacia afuera de una superficie cerrada por unidad
de tiempo, es igual al decrecimiento por unidad de la carga contenida dentro
de la superficie.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:114.75pt;
height:27.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="ecuaccontinuidad_archivos/image007.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1242045507">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Si la integral de superficie se transforma en una integral de volumen de acuerdo con la ley de Gauss, si el volumen bajo consideración es arbitrario, es claro que:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:60.75pt;height:27.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecuacontinuidad_archivos/image008.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242045508">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Esta relación es generalmente válida y se conoce como la ecuación de continuidad. En el caso de corrientes estacionarias todas las funciones son por definición independientes del tiempo: ¶¶t = 0, luego:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:74.25pt;height:21pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecuacontinuidad_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242045509">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 </td>
 </tr>
 </table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:

auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other"><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

5.40. Electrodinámica.. Ley de Ohm

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

<meta name=ProgId content=Word.Document>

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

<link rel=File-List href="leyohm_archivos/filelist.xml">

<link rel=Edit-Time-Data href="leyohm_archivos/editdata.mso">

<link rel=OLE-Object-Data href="leyohm_archivos/oledata.mso">

<!--[if !mso]>

<style>

v\:.* {behavior:url(#default#VML);}

o\:.* {behavior:url(#default#VML);}

w\:.* {behavior:url(#default#VML);}

.shape {behavior:url(#default#VML);}

</style>

<![endif]-->

<title>LEY DE OHM</title>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:DocumentProperties>

<o:Author>HHMM</o:Author>

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

<o:Revision>3</o:Revision>

<o:TotalTime>9</o:TotalTime>

<o:Created>2007-05-24T01:41:00Z</o:Created>

<o:LastSaved>2007-05-30T23:01:00Z</o:LastSaved>

<o:Pages>1</o:Pages>

<o:Words>145</o:Words>

<o:Characters>800</o:Characters>

<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>

<o:Lines>6</o:Lines>

<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>

<o:CharactersWithSpaces>944</o:CharactersWithSpaces>

<o:Version>10.2625</o:Version>

</o:DocumentProperties>

</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

<w:WordDocument>

<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>

<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>

<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>

<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>

```

<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
  <w:BreakWrappedTables/>
  <w:SnapToGridInCell/>
  <w:WrapTextWithPunct/>
  <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;

```

mso-para-margin-bottom: 0.001pt;
 mso-pagination: widow-orphan;
 font-size: 10.0pt;
 font-family: "Times New Roman";

</style>

<![endif]><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>

</xml><![endif]><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:shapelayout v:ext="edit">

<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>

</o:shapelayout></xml><![endif]></head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

| | |
|--|---|
| <p> <table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
 style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'> </p> <tr> <td style="padding: 7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt"> <p> <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>LEY DE OHM<o:p></o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Experimentalmente se encuentra que cuando la corriente
 fluye en un material, existe una relación fenomenológica entre los vectores <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>i y <b style='mso-bidi-font-weight:
 normal'>E, que es:<o:p></o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>i<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'> = <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s<b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>E<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>, <o:p></o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la conductividad
 del material. Esta ecuación es la ley de <span </p> </td> </tr> | <p> <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>LEY DE OHM<o:p></o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Experimentalmente se encuentra que cuando la corriente
 fluye en un material, existe una relación fenomenológica entre los vectores <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>i y <b style='mso-bidi-font-weight:
 normal'>E, que es:<o:p></o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>i<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'> = <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s<b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>E<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>, <o:p></o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la conductividad
 del material. Esta ecuación es la ley de <span </p> |
| <p> <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>LEY DE OHM<o:p></o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Experimentalmente se encuentra que cuando la corriente
 fluye en un material, existe una relación fenomenológica entre los vectores <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>i y <b style='mso-bidi-font-weight:
 normal'>E, que es:<o:p></o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>i<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'> = <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s<b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>E<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>, <o:p></o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></p> </p> <p> <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la conductividad
 del material. Esta ecuación es la ley de <span </p> | |

Arial;color:blue">Esta ley se puede explicar microscópicamente considerando que actúa sobre las partículas cargadas que constituyen la corriente una fuerza resistiva proporcional a la velocidad.</p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Tal como antes se tiene que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E = -gradj, rot<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E = 0.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Esto es que es imposible obtener trabajo de una partícula cargada que se mueve alrededor de una trayectoria cerrada.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Para un conductor homogéneo, por ejemplo un conductor de material homogéneo y de sección de área s constante, como lo muestra la figura (4.1).<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:244.5pt; height:76.5pt'><v:imagedata src="leyohm_archivos/image001.png" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><img width=326 height=102

src="leyohm_archivos/image002.jpg"

v:shapes="_x0000_i1025"><![endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>Figura (4.1)<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La ley de Ohm toma la familiar forma:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:56.25pt;height:17.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="leyohm_archivos/image003.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1242053224">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>J = q <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>así que:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>j_{1}j_{2} = JR<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>donde:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:35.25pt;height:29.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="leyohm_archivos/image005.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1242053225">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]></o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La resistencia R depende de las dimensiones físicas del
conductor.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

#### 5.41. Electrodinámica.. Ley de Joule

```

<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="leyjoule_archivos/filelist.xml">
<title>LEY DE JOULE</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:DocumentProperties>
 <o:Author>HHMM</o:Author>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>1</o:Revision>
 <o:TotalTime>3</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-24T01:49:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-24T01:52:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>65</o:Words>
 <o:Characters>363</o:Characters>
 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
 <o:Lines>3</o:Lines>
 <o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>427</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
 </o:DocumentProperties>
</xml>

```

```

</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";

```

mso-tstyle-rowband-size:0;  
 mso-tstyle-colband-size:0;  
 mso-style-noshow:yes;  
 mso-style-parent:"";  
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;  
 mso-para-margin:0cm;  
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;  
 mso-pagination:widow-orphan;  
 font-size:10.0pt;  
 font-family:"Times New Roman";}

</style>  
 <![endif]-->  
 </head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
 <tr>
 <td><div class=Section1>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>LEY DE JOULE</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El calor se produce cuando fluye la corriente el&eacute;ctrica, y el calor desarrollado por unidad de volumen por unidad de tiempo es:<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>Q = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>i</b> </span><span lang=ES style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES'>&middot; </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>E<sup>2</sup></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El trabajo realizado por la fuerza resistiva se convierte en calor dentro del conductor. A este calor se le llama el calor de Joule. El calor total producido por segundo en un conductor homog&eacute;neo de longitud l en una secci&oacute;n de &aacute;rea s, es:<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>Q = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>i</b> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&times;</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=SpellE><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b><sub>sl</sub></span> = <span class=GramE>J(</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>1 - </span></sub><span

```

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>j</sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>)= J²R<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-
family:Arial'><o:p> </o:p></p>
</div></td>
</tr>
</table>
</body>

</html>

```

## 5.42. Electrodinámica.. Flujo de corriente en conductores

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="flujocorrienconduc_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="flujocorrienconduc_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="flujocorrienconduc_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>FLUJO DE CORRIENTE EN CONDUCTORES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>2</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T01:52:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T21:12:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>207</o:Words>
<o:Characters>1144</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>9</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1349</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>

```

```

</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;

```

```

mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:imap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>FLUJO DE CORRIENTE EN
CONDUCTORES<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En conductores hechos de material homogéneo <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, es independiente de
la posición y tenemos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'>E<span lang=IT-CH
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'> = -grad<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>j<span lang=IT-CH
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>i
= <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s<b
style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-CH'>E<span lang=IT-CH

```

= - J  
grad </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span  
lang=IT-CH style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:IT-  
CH'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>div</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <b style='mso-bidi-font-weight:  
normal'>i</b> = 0,<span style='mso-spacerun:yes'> </span><span  
class=SpellE>div</span> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> =  
0,<span style='mso-spacerun:yes'> </span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'>Ñ</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y luego </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>r</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0, En  
general están presentes superficies cargadas, por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype  
id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"  
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">  
<v:stroke joinstyle="miter"/>  
<v:formulas>  
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>  
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>  
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>  
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>  
</v:formulas>  
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_t1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:62.25pt;



height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="flujocorrienconduc\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046711">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>En conductores de material no homogéneo se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>div</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>( </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=SpellE>grad</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> ) = 0, para ( </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'>^1</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial'> 0)<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Esta ecuación es muy similar a la de flujos de fluidos. Las  
líneas de corriente de flujo son por lo tanto esencialmente las líneas de  
corriente de potencial de flujo hidrodinámico.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Matemáticamente el problema de distribución de corrientes  
es como sigue: La diferencia de potencial entre los electrodos </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> está dada.

En las superficies:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="flujocorrienconduc\_archivos/image012.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046712"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En el interior tenemos la ecuación diferencial (4.1). Este requerimiento determina la distribución de corriente. Si:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:48pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="flujocorrienconduc\_archivos/image013.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046713"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>sólo en los electrodos 1 y 2, de la ley de Gauss se tiene que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:105.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="flujocorrienconduc\_archivos/image014.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242046714"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

$$R = \frac{V}{I}$$
 Para una geometría fija, si  $R$  está multiplicado por un factor constante, luego la corriente cambia por el mismo factor. De esto se ve que para un conductor arbitrario:
 
$$R = \frac{V}{I}$$
 Podemos probar la ley de Joule de una forma más general. El calor desarrollado por el conductor es:
 
$$Q = I^2 R t$$
 Si  $I$  es el cuadrado de  $I$  sólo en los electrodos tenemos:
 
$$Q = I^2 R t$$

```

mso-symbol-font-family:Symbol'>j<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>) <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>J = J²R<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

### 5.43. Electrodinámica.. El campo magnético de corrientes estacionarias

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="campmagnecorrest_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="campmagnecorrest_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="campmagnecorrest_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>EL CAMPO MAGNETICO DE CORRIENTES ESTACIONARIAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>8</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T15:40:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T01:25:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>

```

```

<o:Words>231</o:Words>
<o:Characters>1271</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>10</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1500</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}

```

```

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>EL CAMPO MAGNETICO DE
CORRIENTES ESTACIONARIAS<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Experimentalmente se encontró que la integral de línea del
campo magnético producido por una corriente estacionaria, tomada sobre una curva
cerrada encerrando la corriente está dada por:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>

```



src="campmagneacorrest\_archivos/image006.jpg"

v:shapes="\_x0000\_i1026"><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Figura (4.2)<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>la</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> asociación es necesaria solo si <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H</b> se considera como un vector. Por otro lado si <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H</b> se considera como un tensor antisimétrico, la asociación no es necesaria.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Consideraremos las relaciones anteriores como una ley fundamental para corrientes estacionarias, Correspondiendo a las ecuaciones para <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b>:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:99.75pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="campmagneacorrest\_archivos/image009.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975491"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Tendremos las relaciones análogas para <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H</b>:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:105.75pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="campmagneacorrest\_archivos/image011.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241975492"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La segunda ecuación para <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H</b> requiere que <span class=SpElE><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>H</b><sub></sub></span> = 0. Si:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:78.75pt;height:21pt' o:ole="">





```

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:174.75pt;height:53.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="campmagneacorrest_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241975497">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

#### 5.44. Electrodinámica. Ecuaciones de Maxwell

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ecuamaxwell_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ecuamaxwell_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ecuamaxwell_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ECUACIONES DE MAXWELL</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>

```

```

<o:DocumentProperties>
 <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
 <o:Template>Normal</o:Template>
 <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>4</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-24T15:47:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T20:58:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>261</o:Words>
 <o:Characters>1438</o:Characters>
 <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
 <o:Lines>11</o:Lines>
 <o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>1696</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}

```

```

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACIONES DE MAXWELL<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Tenemos dos ecuaciones con las divergencias de <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>B y <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>D y una ecuación cin el rotacional de <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>H. Necesitamos una cuarta ecuación
con el rotacional de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E para
obtener patrones simétricos. La cuarta ecuación no puede ser completamente
simétrica con la ecuación:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype  
id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"  
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">  
<v:stroke joinstyle="miter"/>  
<v:formulas>  
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>  
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>  
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>  
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>  
</v:formulas>  
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:77.25pt;  
height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ecuamaxwell\_archivos/image019.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045856">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><span style='mso-spacerun:yes'> </span><span class=GramE>ya</span>  
que no existen corrientes magnéticas. Lo más que podemos acercarnos a la  
simetría, es una ecuación que nos relacione el rotacional de <b  
style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> y </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>¶</span></span><b style='mso-bidi-font-weight:  
normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'>B</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>¶</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t. Esta  
ecuación es la llamada ley de <span class=SpellE>Faraday</span>, y relaciona  
el cambio del campo magnético, a la vorticidad del campo eléctrico. Podemos  
así escribir las cuatro ecuaciones simétricas que relacionan el campo a las  
corrientes.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:159pt;height:57pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuamaxwell\_archivos/image020.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045857">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son llamadas ecuaciones de Maxwell. La fuerza en un centímetro cúbico de corriente de carga es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuamaxwell\_archivos/image021.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045858">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la ecuación fundamental que define al campo magnético clásico.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las ecuaciones para los potenciales vectoriales y escalares se modifican por la variación en el tiempo. Si hacemos <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>B</b> = <span class=SpellE>rot</span> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A</b> automáticamente <span class=SpellE>div</span> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>B</b> = 0. Sustituyendo en la ecuación para el <span class=SpellE>rot</span> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>E</b> resulta:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:164.25pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuamaxwell\_archivos/image022.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045859">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Un vector cuyo <span class=SpellE>rot</span> = 0 se puede  
derivar de una función potencial escalar, así que <b style='mso-bidi-font-weight:  
normal'>E</b> + (1/c<span class=GramE>)(</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>¶</span></span><b style='mso-bidi-font-weight:  
normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
color:blue'>H</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'>/</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>¶</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t) es el  
gradiente de algún escalar. En el caso estacionario tenemos que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b  
style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'>E</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'> = <span class=SpellE>grad</span> </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>asi</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:87pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ecuamaxwell\_archivos/image023.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045860">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Poniendo esta ecuación en el <span class=SpellE>rot</span> <b  
style='mso-bidi-font-weight:normal'>H</b> se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:198.75pt;height:63pt'  
o:ole="">

<v:imagedata src="ecuamaxwell\_archivos/image024.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045861">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Si sólo la parte de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A</b>  
que tiene <span class=SpellE>rot</span> </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>^</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0 está definida, es  
posible tener la <span class=SpellE>div<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>A</b></span>  
como:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ecuamaxwell\_archivos/image025.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045862">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Insertando las ecuaciones:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:87pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="ecuamaxwell\_archivos/image026.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045863">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ecuamaxwell\_archivos/image027.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><img width=81 height=36



src="ecuamaxwell\_archivos/image014.gif" v:shapes="\_x0000\_i1033"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045864">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>en las ecuaciones de Maxwell, tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
 vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:219.75pt;height:29.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuamaxwell\_archivos/image028.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1242045865">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son las ecuaciones  
 homogéneas de onda.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:  
 auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span  
 style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

## 6. Mecanica cuántica. Introducción

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>  
 <meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

```

<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="introduccion_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="introduccion_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="introduccion_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>INTRODUCCION</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T15:52:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T23:10:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>454</o:Words>
<o:Characters>2502</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>20</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2951</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;

```

```

 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792

```

<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>  
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>  
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>INTRODUCCION</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El conjunto de datos experimentales demostró que al electrón había que atribuirle una energía y un impulso dados por:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">  
<v:stroke joinstyle="miter"/>  
<v:formulas>  
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>  
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>  
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>  
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>  
</v:formulas>  
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:138.75pt; height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="introduccion\_archivos/image001.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241967422">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La función de onda </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x, y, z, t) es la amplitud del campo de ondas asociado a un electrón. La magnitud </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue'>

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x, y, z, t)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es proporcional a la probabilidad de que un electrón se encuentre en un instante t, en el elemento de volumen <span class=SpellE>dV</span>, en torno al punto x, y, z. Si d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la probabilidad:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>»</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x, y, z, t)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span class=SpellE>dV</span><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Con base en el teorema de adición de probabilidades, se puede completar la definición con una condición de normalización:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:87.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="introduccion\_archivos/image003.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241967423">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la probabilidad de  
 encontrar la partícula en el intervalo t en cualquier punto. Para </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> normalizados, se puede  
 escribir <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES-MX'>d</span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><span style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;mso-ansi-language:ES-MX'> = </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES-MX'>(x, y, z,  
 t)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><sup><span  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES-MX'>2</span></sup><span  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES-MX'> <span  
 class=SpellE>dV</span> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>»</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:  
 ES-MX'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><span  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:ES-MX'> (x, y, z,  
 t) <span class=SpellE>dV</span></span></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la densidad de probabilidad. La probabilidad de encontrar una partícula en un volumen V, en un instante t, es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:137.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="introduccion\_archivos/image005.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241967424"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La función de onda de un sistema de n partículas es </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x, y, z<span class=GramE>, ...</span>, <span class=Spelle>x<sub>N</sub></span>, <span class=Spelle>y<sub>N</sub></span>, <span class=Spelle>z<sub>N</sub></span>, t), y el sentido físico de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>»</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x, y, z, ..., <span class=SpellE>x<sub>N</sub></span>, <span class=SpellE>y<sub>N</sub></span>, <span class=SpellE>z<sub>N</sub></span>, t)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span class=SpellE>dV<sub>1</sub></span>, ..., <span class=SpellE>dV<sub>N</sub></span></span></p>
 da la probabilidad de que en un cierto instante, la primera partícula se encuentre en el volumen <span class=SpellE>dV<sub>1</sub></span> en torno al punto 1, etc. Por adición de probabilidades:<o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:165.75pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="introduccion\_archivos/image007.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241967425"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> está normalizada en el espacio de 3N dimensiones de configuración. Por el teorema del producto de probabilidades se tiene: d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, ..., d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:



Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><sub><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>N</span></sub><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y d</span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(<b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'>r</b>, t)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>|</span></span><sup><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span  
 class=SpellE>dV<sub>1</sub></span>, ..., </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(<b style='mso-bidi-font-weight:  
 normal'>r</b>, t)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>|</span></span><sup><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span  
 class=SpellE>dV<sub>N</sub></span>, por lo que la ecuación de onda de un  
 sistema de partículas que no interactúan es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span  
 lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'>(<b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>1</sub>, ..., <b  
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>N</sub>, t)</span><span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'> = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'>1</span></sub><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'>(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>1</sub>, t)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'> ... </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'>N</span></sub><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'>(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>N</sub>, t)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:DE'><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=DE style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue;mso-ansi-language:DE'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El estado de un electrón que se mueve libremente se puede caracterizar por:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:36pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="introduccion\_archivos/image009.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241967426"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

Si se conocen los patrones de difracción se puede asociar al electrón una  $\lambda$ , y se tiene:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

que es la ecuación de De Broglie, y de acuerdo con esto la  $\lambda$  de una partícula libre se puede representar por una onda monocromática:

$$y = A \sin(2\pi \frac{x}{\lambda} - 2\pi \nu t)$$

es el vector de onda.

La ley de dispersión de onda de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241967430">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y las velocidades de fase y grupo:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:87pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="introduccion\_archivos/image017.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241967431">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Desde el punto de vista físico, se puede considerar que la </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> del electrón en un  
estado arbitrario como resultado de la superposición de funciones </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, correspondientes a  
estados con valores determinados del impulso, o se puede representar como  
superposición de ondas planas:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:210pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="introduccion\_archivos/image019.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241967432">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Tomando los coeficientes A de ondas planas de la función </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD



```

o:ole="">
<v:imagedata src="introduccion_archivos/image025.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967435">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>también<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es una función de onda
de uno de los estados posibles. El principio de incertidumbre nos dice
que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:105.75pt;height:27pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="introduccion_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967436">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 6.1. Mecánica cuántica. Introducción. Marco 4

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--

```

```

body {
 background-color: #FFFFFF;
 margin-left: 10px;
 margin-top: 0px;
 margin-right: 0px;
 margin-bottom: 0px;
}
.style12 {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 10px;
}
.style13 {color: #FFFFFF}
a:link {
 color: #FFFF99;
 text-decoration: none;
}
a:visited {
 text-decoration: none;
 color: #FFFF99;
}
a:hover {
 text-decoration: none;
 color: #990033;
}
a:active {
 text-decoration: none;
 color: #FF0000;
}
.style24 {color: #FFFFFF; font-weight: bold; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;}
.style26 {font-size: 12px}
-->
</style></head>

<body>
<table width="789" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0">
<tr>
<td width="830" height="14" bgcolor="#336666">P´gina Principal > Curso de Física Avanzada > Mec´nica
Cu´ntica </td>
</tr>
<tr>
<td align="center" valign="middle" background="..fisicaavanz2.gif"><div align="center"
class="titulogrande style5 style13">Curso de Física Avanzada - Mec´nica
Cu´ntica </div></td>
</tr>
</table>
<div align="left">
<table width="789" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0"
background="..fisicaavanz2.gif">
<tr background="..fisicaavanz2.gif">
<td width="88"><div align="center" class="style26">MECANICA </div></td>
<td width="124"><div align="center" class="style26"><a
href="..termoavan/termodinamica.htm"
target="_parent">TERMODINAMICA</div></td>

```

```
 |
```

## 6.2. Mecánica Cuántica. Introducción. Marco 5

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
 background-color: #B8C9C8;
}
.style1 {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 12px;
 font-weight: bold;
 color: #0000CC;
}
a:link {
 color: #990033;
 text-decoration: none;
}
a:visited {
 text-decoration: none;
 color: #990033;
}
a:hover {
 text-decoration: none;
 color: #0000FF;
}
a:active {
 text-decoration: none;
 color: #FF0000;
}
a {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 9px;
}

```



```

.style14 {
 color: #FFFFFF;
 font-size: 9pt;
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
}
.style15 {color: #B8C9C8}
.style22 {color: #990033}
.style32 {color: #990033; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;}
.style33 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif}
.style34 {font-size: 8px}
.style35 {color: #990033; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 8px; }
.style36 {color: #B8C9C8; font-size: 8px; }
.style38 {color: #990033; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 10px; }
.style40 {color: #990033; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 9; }
.style42 {color: #990033; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 9px; }
-->
</style>
</head>

<body>
<div align="center">
<table width="169" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0" bgcolor="#6699CC">
<tr>
<td bgcolor="#78C7A9"><div align="center">INDICE MECANICA
CUANTICA </div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> INTRODUCCION
</div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> ECUACION DE SCHRÖEDINGER
</div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> POZO DE POTENCIAL</div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> BARRERA DE
POTENCIAL</div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> SISTEMA DE PARTICULAS</div></td>
</tr>
<tr>
<td bgcolor="#B8C9C8"><p align="center" class="style35"> <a href="operadorlineal.htm"
target="mainFrame">OPERADORES LINEALES</p></td>
</tr>
</tr>

```

```
 |
```

```

</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8">
 <div align="center" class="style35"> <a href="movcampocoulomb.htm"
target="mainFrame">MOVIMIENTO EN UN CAMPO</div></td>
 </tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> EL PASO AL LIMITE

 </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> SOLUCION
PUNTO DE RETORNO

 </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> EN UN POZO DE
POTENCIAL</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> TEORIA DE PERTURBACIONES
 </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><p align="center" class="style35"> <a href="teorpertdegene.htm"
target="mainFrame">CUANDO EXISTE DEGENERACION</p></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> NO ESTACIONARIAS</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"> TEORIA ADIABATICA
</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> APROXIMACION DE BORN</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> DE BORN-OPPENHEIMER S
</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> METODO DE FOK

 </div></td>

```

```

</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> METODO DE HATREE-FOCK

 </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><p align="center" class="style35"> <a href="metthomasfermi.htm"
target="mainFrame">METODO DE THOMAS-FERMI</p></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> APROXIMACION RAYLEIGH-RITZ

 </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> COEFICIENTES KLEBSCH-
GORDAN</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> MOLECULA DIATOMICA
 </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> <a href="rotybibrarmoldiato.htm"
target="mainFrame">ROTACION Y VIBRACION </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"><a href="termultiplete.htm"
target="mainFrame">
TERMINOS MULTIPLETE

 </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> DISPERSION </div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> <a href="ondasparciales.htm"
target="mainFrame">ONDAS PARCIALES</div></td>
</tr>
<tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center" class="style34"> MOLECULAS
POLIATOMICAS</div></td>
</tr>
<tr>

```

```
 <div align="center" class="style34"> NIVELES ENERGIA DE VIBRACION</div></td> </tr> <tr> | |
```

### 6.3. Mecánica Cuántica. Ecuación de Schrödinger

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ecuaschodinger_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ecuaschodinger_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ecuaschodinger_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ECUACION DE SCHRÖEDINGER</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>

```

```

<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>2</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T15:56:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T23:49:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>202</o:Words>
<o:Characters>1116</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>9</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1316</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}

```

```

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ECUACION
SCHRÖEDINGER<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Trataremos de encontrar la ecuación diferencial de menor
orden que satisfaga la ecuación de onda:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"

```

```

path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:120pt;
height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="ecuaschodinger_archivos/image031.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969756">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>De aquí se ve:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:63.75pt;height:27pt'
o:ole="">
 <v:imagedata src="ecuaschodinger_archivos/image032.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969757">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:165pt;height:30.75pt'
o:ole="">
 <v:imagedata src="ecuaschodinger_archivos/image033.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969758">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

```



$$\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2a}} \left[ e^{i\sqrt{2mE}x} + e^{-i\sqrt{2mE}x} \right]$$

así que
 
$$\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2a}} \left[ e^{i\sqrt{2mE}x} + e^{-i\sqrt{2mE}x} \right]$$

es la ecuación de Schrödinger. Se nota que
 
$$\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2a}} \left[ e^{i\sqrt{2mE}x} + e^{-i\sqrt{2mE}x} \right]$$
 es compleja. Si la ecuación tuviera una
 
$$\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2a}} \left[ e^{i\sqrt{2mE}x} + e^{-i\sqrt{2mE}x} \right]$$
 se daría la condición inicial para  $t = 0$  y para
 
$$\Psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2a}} \left[ e^{i\sqrt{2mE}x} + e^{-i\sqrt{2mE}x} \right]$$

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>/</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¶</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t<span class=GramE><span class=SpellE><sub>t</sub></span></span><span class=SpellE><sub>=0</sub></span>. Esto está relacionado con el principio de causalidad de la mecánica cuántica. Entre sus soluciones las hay armónicas del tiempo:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:110.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecuaschodinger\_archivos/image036.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969761"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:104.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecuaschodinger\_archivos/image037.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969762"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la ecuación de la partícula libre.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para una partícula que se mueve en un campo de fuerzas se supone que la energía es la energía cinética (E = <span class=SpellE>E<sub>c</sub></span>) de la partícula. Si U(x) es el potencial y la energía total es E, entonces:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:135pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecuaschodinger\_archivos/image038.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969763"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la ecuación para los estados estacionarios, ya que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x, t)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'></span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x, 0)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'></span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Sustituyendo la solución periódica: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecuaschodinger\_archivos/image039.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969764">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:108pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="ecuaschodinger\_archivos/image040.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969765">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>se cumple una ley de conservación:</o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:291pt;height:57pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuaschodinger\_archivos/image041.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969766">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Por el teorema de Gauss:</o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:204pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuaschodinger\_archivos/image042.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969767">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>por lo que:</o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:167.25pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuaschodinger\_archivos/image043.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969768">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>o sea:</o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:108pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuaschodinger\_archivos/image044.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969769">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>que es:</o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:32.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="ecuaschodinger\_archivos/image045.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969770">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la conservación del número de partículas.</o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

#### 6.4. Mecánica Cuántica. Pozo de potencial

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>  
 <meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">  
 <meta name=ProgId content=Word.Document>  
 <meta name=Generator content="Microsoft Word 10">  
 <meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

```

<link rel=File-List href="pozopotencial_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="pozopotencial_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="pozopotencial_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>POZO DE POTENCIAL</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>29</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T15:58:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:46:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>557</o:Words>
<o:Characters>3069</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>25</o:Lines>
<o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3619</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;

```

```

 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:36.0pt;
 mso-footer-margin:36.0pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>

```

**POZO DE POTENCIAL**

Consideremos el movimiento de una partícula en un campo derivado del potencial:

$$V(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}kx^2 & \text{for } x \leq 0 \\ 0 & \text{for } x > 0 \end{cases}$$

$$V(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}ky^2 & \text{for } y \leq 0 \\ 0 & \text{for } y > 0 \end{cases}$$

Se llama pozo de potencial de profundidad infinita. La solución se escribe para dos dominios, dentro y fuera del pozo.

$$Y = 0 \text{ fuera de } 0$$

$$E$$

$$x$$



lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>£</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> l, y la condición de continuidad </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0, x = 0, y x = l. </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(0) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(l) = 0. En 0 &lt; x &lt; l se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:29.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image080.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973176">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>cuya solución es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:140.25pt;height:36.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image081.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973177">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>De </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:

Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0, x = 0, por lo que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(t) = 0, por lo que: <span class=SpellE>kl</span> = n</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, con n = 1, 2<span class=GramE>, ...</span> o número cuántico. De aquí:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:60pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image082.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973178"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> nos dice que la energía está cuantizada.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El estado de una partícula con la menor energía se llama normal, y a todos los demás estados excitados. <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En el estado normal n = 1: <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:48pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image083.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973179">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y la distancia entre niveles:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:351.75pt;height:29.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image084.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973180">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La función de onda que corresponde al n-ésimo nivel de energía tiene la forma:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:77.25pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image085.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973181">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La constante <span class=SpellE>A<sub>n</sub></span> la determinamos a partir de la condición de normalización:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:56.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image086.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973182">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>entonces:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:141pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image087.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973183">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:50.25pt;height:36.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image088.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973184">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La probabilidad de detectar la partícula en <span class=SpellE>dx</span> es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:65.25pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image089.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973185">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La energía potencial de un oscilador armónico lineal, viene dada por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:59.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image090.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973186"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:114pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image091.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973187"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se pasa a variables adimensionales:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image092.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973188"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:33.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image093.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973189"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Con esto la ecuación es:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD



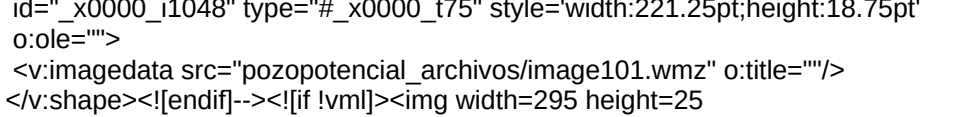
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">I</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, así que </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">I</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">&lt;<span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol">&lt;</span></span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">x</span></span><sup><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, por lo tanto:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:65.25pt;height:30.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image095.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973191">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>La solución que cumple la condición de ser finita asintóticamente  
 para </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">x</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> grandes  
 es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:84pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image096.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973192"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Con base en esta forma busquemos la solución:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image097.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973193"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>)= </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>m</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>. </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:



Arial;color:blue">Sustituimos </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en la ecuación de <span class=SpellE>Schrödinger</span>, y tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:111pt;height:30.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image098.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973194">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Como </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0 no es singular:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:63pt;height:24.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image099.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973195">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:171pt;height:34.5pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image100.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973196">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

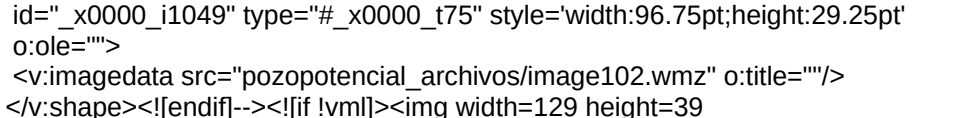
si sustituimos en la ecuación diferencial para f:



Si igualamos a cero el coeficiente de  $x$

<sup>k</sup>

$k$ , se obtiene la ecuación de recurrencia:



Quando la serie se aproxima a un polinomio se satisfacen las condiciones a frontera y la ecuación de recurrencia  $2(n + 1) -$

$I$

$= 0$ . Sustituyendo en las variables sin dimensiones a

Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image103.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973199"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que los valores de energía son discretos y separados <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:15pt;height:12pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image104.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973200"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:116.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image105.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973201"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>las <span class=SpellE><sub>n</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) son los polinomios de <span class=SpellE>Hermite</span> que son de la forma:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:105pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image106.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973202"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Calculando con esto la integral de normalización se tiene:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:96.75pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image107.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973203"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las formas de las funciones de onda se ven en la figura (2).<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:304.5pt;height:129pt'><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image061.png" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Figura (2)<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Vemos que el número de nodos es igual al número cuántico correspondiente, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>0</span></sub><span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, etc.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La probabilidad de encontrar la partícula en el punto x de <span class=SpellE>dx</span> es<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>n</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x) =</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>½</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>½</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> <span class=SpellE>dx</span>,<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se representan en la figura (3).<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shape id=" \_x0000\_i1056" type="# \_x0000\_t75" style='width:429pt;height:182.25pt'><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image063.png" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

Figura (3)

Consideremos el movimiento de un oscilador en tres dimensiones, con pulsaciones propias

1

2

3

La energía potencial es:

1

la ecuación de Schrödinger es de la forma:

2

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Por separación de variables: <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x, y, z) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x, y, z) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x) </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x) </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>3</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x).<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo:<o:p></o:p></span></p>

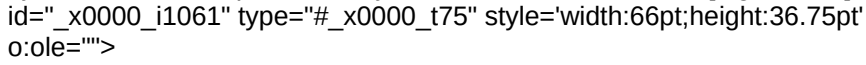
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1059" type="#\_x0000\_t75" style='width:162pt;height:30.75pt'o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image110.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1059" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973206"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se reduce al problema unidimensional y:<o:p></o:p></span></p>

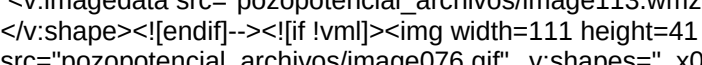
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1060" type="#\_x0000\_t75" style='width:449.25pt;height:41.25pt'o:ole=""><v:imagedata src="pozopotencial\_archivos/image111.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1060" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973207"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

donde:



La energía total vale:



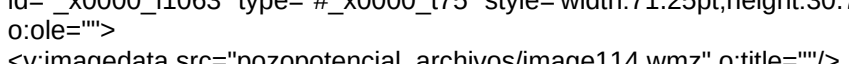
y para un oscilador en el cual

$$w = 1$$

$$= 2$$

$$= 3$$

isótopo:





src="pozopotencial\_archivos/image078.gif" v:shapes="\_x0000\_i1063"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1063"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973210">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> n = n<sub>1</sub> + n<sub>2</sub>  
 + n<sub>3</sub>. Todos los niveles de energía excepto el fundamental son  
 degenerados.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:  
 auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span  
 style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

## 6.5. Mecánica Cuántica. Barrera de potencial

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">  
 <head>  
 <meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">  
 <meta name=ProgId content=Word.Document>  
 <meta name=Generator content="Microsoft Word 10">  
 <meta name=Originator content="Microsoft Word 10">  
 <link rel=File-List href="barrerapotencial\_archivos/filelist.xml">  
 <link rel=Edit-Time-Data href="barrerapotencial\_archivos/editdata.mso">  
 <link rel=OLE-Object-Data href="barrerapotencial\_archivos/oledata.mso">  
 <!--[if !mso]>  
 <style>  
 v\:.\* {behavior:url(#default#VML);}  
 o\:.\* {behavior:url(#default#VML);}  
 w\:.\* {behavior:url(#default#VML);}  
 .shape {behavior:url(#default#VML);}  
 </style>  
 <![endif]-->  
 <title>BARRERA DE POTENCIAL</title>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>

```

<o:DocumentProperties>
 <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
 <o:Template>Normal</o:Template>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>5</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-24T16:32:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-29T23:22:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>311</o:Words>
 <o:Characters>1716</o:Characters>
 <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
 <o:Lines>14</o:Lines>
 <o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>2023</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
 </w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";

```

```

 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>BARRERA DE POTENCIAL<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Consideremos una barrera de potencial de una dimensión
rectangular y de extensión finita. Clásicamente toda partícula que se mueva
con $E \leq U_0$ rebota. La región $x > 0$ está prohibida ya que $E \leq U_0$, lo que implica que $\psi(x) = 0$
que no es posible, pero si $E > U_0$, pasa por encima de la
barrera y se mueve en la región con $\psi(x) \neq 0$ = $E - U_0$. <o:p></o:p></p>

```

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La ecuación de <span class=SpellE>Schrödinger</span>

es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:108.75pt; height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image031.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241968090"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> U es la figura (4).<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:159.75pt;height:134.25pt'><v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image003.png" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Figura (4)<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Veremos las soluciones en las regiones I y II:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:158.25pt;height:57pt' o:ole=""><v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image032.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241968091"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Las soluciones a las ecuaciones son:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:123.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241968092"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Las <span class=Spelle>e<sup>ikx</sup></span> son ondas planas viajando en el sentido positivo de las x, y las e<sup><span class=Spelle>ikx</span></sup> son ondas planas viajando en el sentido negativo de las x.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Para determinar A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, sea J<sub>0</sub> la densidad de flujo:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image034.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241968093"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span></span></p>



10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> B<sub>1</sub> es la amplitud de la onda reflejada. Una onda en parte se refleja y en parte penetra en II. La razón de <span class=SpellE>flujo</span> de partículas reflejadas J<sub>R</sub> a las incidentes J<sub>0</sub> se llama coeficiente de reflexión y el de las incidentes a las que pasan se llama coeficiente de transmisión:<o:p></o:p></span></p>

R + D = 1, que es la conservación del número de partículas.<o:p></o:p></span></p>

Arial;color:blue'>Cuando E &lt; U<sub>0</sub> k' = <span class=SpellE>ix</span>, donde:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:78pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image039.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241968098"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:96pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image040.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241968099"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que D = 1 - R = 0.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La onda reflejada será:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:111pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image041.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241968100"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La reflexión provoca un desplazamiento en la onda:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:98.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image042.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>



<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241968101">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y aún con reflexión completa, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>II</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:137.25pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image043.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241968102">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La densidad de probabilidad:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:99.75pt;height:29.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="barrerapotencial\_archivos/image044.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241968103">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Una partícula cuántica puede con cierta probabilidad penetrar en II E &lt; U<sub>0</sub>, que es la zona clásicamente prohibida y se llama efecto túnel.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span

style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

## 6.6. Mecánica Cuántica. Sistema de partículas

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="sistparticulas_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="sistparticulas_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="sistparticulas_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>SISTEMA DE PARTICULAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>2</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T16:40:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:59:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>174</o:Words>
<o:Characters>957</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>7</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1129</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
```

```

<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}

```

```

</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
 </o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>SISTEMA DE PARTICULAS<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La ecuación de Schrödinger para
un sistema de partículas es:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
 <v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
 <o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:219pt;
height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="sistparticulas_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241973943">

```

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>para estados estacionarios:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:210.75pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image028.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973944">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si <span class=SpellE>U<sub>int</sub></span> = 0, la ecuación será:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:126pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image029.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973945">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo en la ecuación de <span class=SpellE>Schrödinger</span>:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:204.75pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image030.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973946">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>dividiendo por </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span></span>  
<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style="width: 158.25pt; height: 33pt" o:ole=""><v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image031.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973947"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p></sub>

Para que se cumpla es necesaria la condición:

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style="width: 146.25pt; height: 27.75pt" o:ole=""><v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image032.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973948"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p></sub>

y además:

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style="width: 42.75pt; height: 24.75pt" o:ole=""><v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image033.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973949"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p></sub>

E

son las magnitudes que representan la energía de cada partícula. La probabilidad de encontrar valores determinados de las coordenadas de las partículas es:

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style="width: 197.25pt; height: 18.75pt" o:ole=""><v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image034.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p></sub>

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973950">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Veamos el caso de dos partículas de masa  $m_1$  y  $m_2$ , donde la interacción depende sólo de las distancias entre partículas y no hay un campo externo, entonces la ecuación de <span class=SpellE>Schrödinger</span> es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:254.25pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image035.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973951">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sean:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:113.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image036.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973952">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:146.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image037.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973953">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:141.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image038.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973954">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Para este caso la solución es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:90pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="sistparticulas\_archivos/image039.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973955">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>El centro de masa se mueve como una partícula libre y el  
 movimiento relativo de las partículas es independiente de su movimiento y lo  
 describe la función </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>y</span></span></span><sub><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>0</span></sub><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:  
 auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span  
 style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>



## 6.7. Mecánica Cuántica. Operadores lineales

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="operadorlineal_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="operadorlineal_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="operadorlineal_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>OPERADORES LINEALES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>17</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T16:43:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:25:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>789</o:Words>
<o:Characters>4342</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>36</o:Lines>
<o:Paragraphs>10</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>5121</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
```

```

</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}

span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}

div.Section1
 {page:Section1;}

/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:582564160;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:-1541645692;}

@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}

@list l1
 {mso-list-id:836925416;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:-1541645692;}

@list l1:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;

```

```

 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
ol
 {margin-bottom:0cm;}
ul
 {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>OPERADORES LINEALES<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Un operador es una regla según la cual a una función <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> (x₁, ..., x_n), se le hace corresponder otra función <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:

```

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">c</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> (x<sub>1</sub>, ..., <span class=SpellE>x<sub>n</sub></span>), o sea:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke jointstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:30.75pt; height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image124.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971960"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por ejemplo: <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:35.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image125.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971961"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Puede también haber operadores que representen una relación integral entre las funciones </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;

mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>c</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:113.25pt;height:21pt'o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image126.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971962"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la función k</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>c</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>,</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) se llama núcleo del operador integral.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Un operador lineal <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image127.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971963"></o:OLEObject>





lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>)= c<sub>1 </sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image134.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971970"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>+ c<sub>2 </sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image135.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971971"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si combinamos operadores <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image136.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971972"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image137.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971973">



</o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>se define la suma  
 como:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:117.75pt;height:18pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image138.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971974">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>y el producto como:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:147.75pt;height:18pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image139.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971975">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> general <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:27.75pt;height:15pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image140.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971976">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>por lo que no  
 conmutan. Para algunos se cumple la relación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:45.75pt;height:15pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image141.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971977">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> entonces <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image142.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971978">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image143.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971979">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>son <span class=Spelle>anticonmutables</span>. <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>El operador (<sub> </sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:39pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image144.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971980">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>) se llama conmutador de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image145.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971981">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image146.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971982">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y se designa  
 por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:18pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image147.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971984">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>A un operador dado <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image148.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971985">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>es posible hacerle  
 corresponder otro operador, el inverso <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image149.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971986">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><sup>-1</sup> que está definido por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:128.25pt;height:18pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image150.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971987">  
 </o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image151.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971988"></o:OLEObject></xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>fuese diferencial, <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image152.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971989"></o:OLEObject></xml><![endif]--><sup>-1</sup> es integral. Sea<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image153.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971990"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x),<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>entonces <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x) = <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image154.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055">

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971991">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><sup>-1</sup></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x),<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image155.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971992"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde G(x, x') es la funci3n de <span class=SpellE>Green</span> de la ecuaci3n <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1057" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image156.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1057" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971993"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x), y satisface que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1058" type="#\_x0000\_t75" style='width:87pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image157.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1058" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971994">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se puede considerar la relación <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1059" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image158.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1059" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971995">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) como una ecuación que relaciona a </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) con </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) dada y su solución se obtiene por:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1060" type="#\_x0000\_t75" style='width:129pt;height:24pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image159.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1060" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971996">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Hay que sumar la solución general </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></p>

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>0</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) de la ecuación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1061" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image160.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1061" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971997"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>0</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x) = 0,<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y se tiene:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1062" type="#\_x0000\_t75" style='width:168.75pt;height:24pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image161.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1062" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971998"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Consideremos la relación entre operadores <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1063" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image162.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1063" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971999"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = F</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Es obvio que no se satisface para toda </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, sino que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> debe satisfacer:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt; mso-list:l0 level1 lfo4'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial; color:blue'><span style='mso-list:ignore'>1.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> debe existir en todo el dominio de variación de las variables independientes.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt; mso-list:l0 level1 lfo4'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial; color:blue'><span style='mso-list:ignore'>2.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>En el dominio de su existencia </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> debe ser finita y continua lo mismo que su derivada.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt; mso-list:l0 level1 lfo4'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial; color:blue'><span style='mso-list:ignore'>3.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> debe ser uniforme.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:



Arial;color:blue'>Estas son las condiciones típicas.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Los valores del parámetro F para los cuales <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1064" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image163.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1064"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972000">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = F</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> tenga soluciones no triviales se llaman valores propios de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1065" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image164.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1065"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972001">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->, que son el general complejos, pero los operadores cuyos valores propios son reales se llaman hermiticos o autoconjugados. A cada <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1066" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image165.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1066"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972002">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>se le puede asociar otro <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1067" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image166.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1067"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972003">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><sup>+</sup> que es su conjugado y se define por:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1068" type="#\_x0000\_t75" style='width:138pt;height:21pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image167.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1068"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972004">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> debe  
satisfacer que <span class=GramE>la</span> integrales converjan y de que </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sean cero  
en infinito. Si <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1069" type="#\_x0000\_t75"  
style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image168.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1069"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972005">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!--<sub> </sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1070"  
type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image169.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1070"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972006">

</o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><sup>+ </sup>entonces es hermítico o autoconjugado  
 y:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1071" type="#\_x0000\_t75" style='width:128.25pt;height:21pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image170.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1071"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972007">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>El transpuesto de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1072"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image171.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1072"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972008">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>es <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1073" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image172.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1073"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972009">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><sup>T</sup> y:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1074" type="#\_x0000\_t75" style='width:125.25pt;height:21pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image173.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1074"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972010">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>y <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1075" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image174.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1075" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972011">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><sup>+</sup>=<sub> </sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1076" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image175.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1076" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972012">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><sup>T</sup>\*.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Sea <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1077" type="#\_x0000\_t75" style='width:32.25pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image176.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1077" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972013">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1078" type="#\_x0000\_t75" style='width:48pt;height:18pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image177.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1078" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972014">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1079" type="#\_x0000\_t75" style='width:29.25pt;height:18pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image178.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1079" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972015">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->son hermíticos, o sea <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1080" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image179.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1080"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972016">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><sub> </sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1081"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image180.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1081"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972017">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><sup>+</sup><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1082" type="#\_x0000\_t75" style='width:33pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image181.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1082"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972018">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1083" type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image182.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1083"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972019">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>es hermítico si <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1084" type="#\_x0000\_t75" style='width:29.25pt;height:18pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image183.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1084"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972020">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>conmutan entre sí:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1085" type="#\_x0000\_t75" style='width:75pt;height:18pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image184.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1085"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972021">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1086" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image185.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1086" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972022">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>n</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span class=SpellE>F<sub>n</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>n</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>multiplicando por </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>\* e integrando:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1087" type="#\_x0000\_t75" style='width:80.25pt;height:41.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image186.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1087" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972023">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si F es hermitico, por la condición de <span class=SpellE>hermiticidad</span><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1088" type="#\_x0000\_t75" style='width:111pt;height:41.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image187.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1088"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972024">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Las funciones propias de un operador hermítico lineal <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1089" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image188.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1089"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972025">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<span style='mso-spacerun:yes'> </span>que tiene valores  
 propios <span class=SpellE>F<sub>n</sub></span><span class=SpellE>F<sub>m</sub></span> son ortogonales,  
 es decir:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1090" type="#\_x0000\_t75" style='width:95.25pt;height:21pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image189.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1090"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972026">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Se normalizan las funciones propias del espectro discreto  
 por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1091" type="#\_x0000\_t75" style='width:66pt;height:21pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image190.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1091"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972027">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>





style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>n</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = F</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>n</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>. <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se pueden tomar combinaciones lineales de la forma:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1094" type="#\_x0000\_t75" style='width:69.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image193.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]></span></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1094" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972030"></o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span class=Spelle><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>nk</span></sub></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>' son ortogonales entre sí, y tenemos las </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span class=Spelle><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>nk</span></sub></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>' para ciertos <span class=Spelle>a<sub>kr</sub></span>. Imponiendo la normalización:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1095" type="#\_x0000\_t75" style='width:80.25pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image194.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]></span></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1095" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972031"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si los </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span class=Spelle><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>nk</span></sub></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son ortogonales entre sí y tenemos los </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span class=Spelle><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>nk</span></sub></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>' se conserva la ortogonalidad si:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1096" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image195.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]--></span></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1096" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972032"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>F</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) de espectro continuo tienen ortogonalidad:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1097" type="#\_x0000\_t75" style='width:93pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image196.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]--></span></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1097" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972033"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Escribamos el desarrollo en serie de funciones propias </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>n</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> normalizadas a la unidad para </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de la forma:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1098" type="#\_x0000\_t75" style='width:81pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image197.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1098" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972034"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Las <span class=SpellE>amplitudes</span> <span class=SpellE>c<sub>n</sub></span> se determinan aplicando la propiedad <span class=SpellE>dde</span> ortogonalidad de las funciones propias:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1099" type="#\_x0000\_t75" style='width:185.25pt;height:26.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image198.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1099" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972035"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Todos los términos de la suma son cero excepto el  $n = m$ , y:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1100" type="#\_x0000\_t75" style='width:98.25pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image199.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1100" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972036"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>así que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1101" type="#\_x0000\_t75" style='width:128.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image200.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1101" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972037"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para que esto sea válido:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1102" type="#\_x0000\_t75" style='width:120pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image201.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1102" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972038"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1103" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image202.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1103" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972039"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>posee un espectro continuo, el desarrollo de las </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:

Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">y</span></span></span><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">(x) mediante sus funciones propias es:<o:p></o:p></span></p><p class="MsoNormal"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class="MsoNormal" align="center" style="text-align:center"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1104" type="#\_x0000\_t75" style="width:93pt;height:21pt" o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image203.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1104" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972040"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class="MsoNormal"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">donde:<o:p></o:p></span></p><p class="MsoNormal" align="center" style="text-align:center"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1105" type="#\_x0000\_t75" style="width:102pt;height:21pt" o:ole=""><v:imagedata src="operadorlineal\_archivos/image204.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1105" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972041"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class="MsoNormal" align="center" style="text-align:center"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class="MsoNormal"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p></td></tr></table><p class="MsoNormal" align="left" style="text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other"><span style="mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p></div></body></html>

## 6.8. Mecánica Cuántica. Operadores y Mecánica Cuántica

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="operadymeccuantica_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="operadymeccuantica_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="operadymeccuantica_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>OPERADORES Y MECANICA CUANTICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>11</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T16:59:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:34:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>715</o:Words>
<o:Characters>3936</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>32</o:Lines>
<o:Paragraphs>9</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>4642</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal

```

```

 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:1024480965;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:-1541645692;}
@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
ol
 {margin-bottom:0cm;}
ul
 {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;

```

```

 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>OPERADORES Y MECANICA
CUANTICA<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Dentro de las propiedades de los sistemas cuánticos se
tienen:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;
color:blue'>1.<span style='font:7.0pt "Times
New
Roman"'> <![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>La existencia de una relación de
indeterminación entre magnitudes físicas canónicas.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;
color:blue'>2.<span style='font:7.0pt "Times
New
Roman"'> <![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>La existencia de espacios continuos y discretos
de las magnitudes físicas.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;
mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;
color:blue'>3.<span style='font:7.0pt "Times
New
Roman"'> <![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>La existencia de la superposición de espacios

```



cuánticos.

El principio de correspondencia h

Relacionado con operadores lineales podemos plantear que a cada magnitud mecánico cuántica  $F$  corresponde un operador lineal hermítico

$$F = \sum_{n=1}^{\infty} \langle \psi | \psi \rangle \langle \psi | \psi \rangle$$

y el espectro de valores propios de  $F$  corresponde a los valores propios de  $F$

</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>representa el espectro de valores posibles de esta magnitud. La función propia </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>F</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image097.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972504"></o:OLEObject></xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>es una función de onda del sistema en el estado en el cual la magnitud representada por <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image098.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972505"></o:OLEObject></xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>tenga un valor

F.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para construir estos operadores, tomemos el operador

coordenadas <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt;height:12.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image099.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972506"></o:OLEObject></xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y el operador

impulso <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image100.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972507"></o:OLEObject></xml><![endif]-->. Sea el </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt;height:12.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image101.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972508">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->= r<span style='color:blue', o sea <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:12.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image102.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972509">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->= <span class=GramE>x, <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:26.25pt;height:15.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image103.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972510">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->, <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:24.75pt;height:12.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image104.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972511">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->.</span> Para el <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image105.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972512">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>nos apoyamos en que  
 una partícula libre se describe por la ecuación de <span  
 class=SpellE>Schrödinger</span>:<o:p></o:p></span></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:185.25pt;height:33pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image106.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972513">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]></p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>o sea que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:51pt;height:27.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image107.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972514">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]></p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:48pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image108.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972515">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:45.75pt;height:27.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image109.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972516">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:36pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image110.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972517">  
</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si el estado del sistema se describe por una función de onda </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) que no es función propia de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image111.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972518">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->, que corresponde a la magnitud F, significa que en el estado en cuestión la magnitud F no tiene un valor determinado en las mediciones sobre el sistema, se puede obtener con una probabilidad conocida uno de los valores propios <span class=SpellE>F<sub>n</sub></span>, por esto es natural encontrar el valor medio de la magnitud F en dicho estado. Según la estadística:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image112.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972519">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>n</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la probabilidad de obtener <span class=SpellE>F<sub>n</sub></span> en una medición de F.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para un espectro discreto:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image113.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972520">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y para el espectro continuo:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:69.75pt;height:23.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image114.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972521">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>en función de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>y</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:192pt;height:26.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image115.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972522">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Considerando que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:24.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image116.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972523">  
</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:65.25pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image117.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972524"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para que dos magnitudes F y R tengan valores definidos en un estado descrito por </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>n</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) esta debe ser función propia de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image118.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972525"></o:OLEObject></xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'></span>y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image119.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972526"></o:OLEObject></xml><![endif]-->, o sea:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:99.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image120.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972527">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De aquí:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:63.75pt;height:18pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image121.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972528">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>ya que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:63.75pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image122.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972529">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:74.25pt;height:18pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image123.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972530">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Aplicando a </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:162pt;height:26.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image124.wmz" o:title=""/>



</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972531">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:62.25pt;height:18pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image125.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972532">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Por lo tanto se puede afirmar que si a dos magnitudes  
mecánico cuánticas pueden tener a la vez valores determinados, los operadores  
que les corresponden deben conmutar entre sí. Si dos operadores <sub><!--[if gte vml  
1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image126.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972533">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1057" type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:15.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image127.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1057"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972534">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>conmutan entre sí,  
tendrán funciones propias comunes, o sea </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es una función propia  
de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1058" type="#\_x0000\_t75"  
style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image128.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1058"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972535">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1059" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:15pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image129.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1059"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972536">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->. Se puede por lo tanto afirmar que si a dos magnitudes  
mecánico cuánticas corresponden operadores que conmutan, estas tendrán  
simultáneamente valores definidos, pero si no conmutan estas en lo general no  
pueden a la vez, valores determinados. Así el estado de un sistema queda  
definido si se da la función de onda que lo describe y queda definido con  
sólo dar las coordenadas de las partículas, o sólo sus impulsos, o cualquier  
conjunto de valores de magnitudes independientes simultáneamente medibles y  
con número de ellos igual al de grados de libertad, y entonces </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, que describe al  
estado dado será función propia de los operadores de las magnitudes que  
integran el conjunto completo, función propia que corresponde precisamente a  
los valores dados <span class=SpellE>F<sub>n</sub></span>.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Si nos interesa la probabilidad de obtener el valor <span  
class=SpellE>F<sub>n</sub></span> de F, éste se determina en un estado para </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) por  
cm<sup>2</sup></span></p></p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1060" type="#\_x0000\_t75" style='width:231pt;height:29.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image130.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1060"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972537">  
</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si el sistema se encuentra en un estado mezclado, para obtener la probabilidad mezclada se desarrolla en </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x):<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1061" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image131.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1061" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972538"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde <span class=SpellE>c<sub>kn</sub></span> está dada por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1062" type="#\_x0000\_t75" style='width:104.25pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image132.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1062" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972539"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El estado </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>n</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) se realiza con probabilidad <span class=SpellE>P<sub>n</sub></span>. Por producto de probabilidades:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1063" type="#\_x0000\_t75" style='width:93pt;height:24.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image133.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1063"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972540">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Supongamos que dos magnitudes físicas F y R cuyos  
 operadores no son conmutables, entonces:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1064" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:15pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image134.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1064"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972541">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1065" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image135.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1065"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972542">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>es hermítico.  
 Veremos cual es el mínimo valor posible del producto de las fluctuaciones <span  
 class=SpellE>dr</span> F y R. Tomemos la desviación cuadrática  
 media:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1066" type="#\_x0000\_t75" style='width:152.25pt;height:33pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image136.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
 [if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1066"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972543">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1067" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:17.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image137.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1067" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972544">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1068" type="#\_x0000\_t75" style='width:150pt;height:45pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image138.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1068" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972545">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Como <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1069" type="#\_x0000\_t75" style='width:27.75pt;height:17.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image139.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1069" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972546">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>son  
hermíticos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1070" type="#\_x0000\_t75" style='width:309pt;height:21pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image140.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1070" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972547">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>pero como <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1071" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:15.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image141.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapelID="\_x0000\_i1071"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972548">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1072" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:24pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image142.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapelID="\_x0000\_i1072"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972549">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1073" type="#\_x0000\_t75" style='width:192.75pt;height:17.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image143.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1073"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972550">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>para que en </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>a</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> J </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>3</sup></span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1074" type="#\_x0000\_t75" style='width:105.75pt;height:15pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image144.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1074"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972551">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1075" type="#\_x0000\_t75" style='width:77.25pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image145.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1075" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972552">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En el caso en que F y R sean <span class=SpellE>p<sub>x</sub></span> y <span class=SpellE>p<sub>y</sub></span>:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1076" type="#\_x0000\_t75" style='width:81pt;height:27.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="operadymeccuantica\_archivos/image146.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1076" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972553">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>  
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</div>  
</body>  
</html>

## 6.9. Mecánica Cuántica. Paréntesis de Poisson

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="parentepoison_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="parentepoison_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="parentepoison_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>PARENTESIS DE POISSON</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>9</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T17:09:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:38:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>379</o:Words>
<o:Characters>2090</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>17</o:Lines>
<o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2465</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */

```



```

p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}

span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}

div.Section1
 {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}

</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

```

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792 style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>  
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>  
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>  
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PARENTESIS DE POISSON</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>A dos magnitudes físicas les corresponde:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">  
<v:stroke joinstyle="miter"/>  
<v:formulas>  
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>  
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>  
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>  
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>  
</v:formulas>  
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:135.75pt; height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image069.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972724">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> como se vio en mecánica es el paréntesis de <span class=Spelle>Poisson</span>. Los conmutadores de las diferentes magnitudes cuánticas p y x son:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:75pt;height:59.25pt'

o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image070.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972726">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Sabemos que <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027"  
type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:15.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image071.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972727">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->= <span class=SpellE>x<sub>i</sub></span> y las relaciones  
de conmutaci3n son:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:59.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image072.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972728">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Estas ecuaciones se pueden satisfacer por una funci3n  
arbitraria haciendo:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:117.75pt;height:30pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image073.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972729">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(-) es una función real para que <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:12.75pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image074.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972730"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>sea hermítico, puede ser </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0 y:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:51pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image075.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972731"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y por lo tanto:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:50.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image076.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972732"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image077.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]></sub></span></p>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972733">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:45pt;height:27.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image078.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972734">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image079.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972735">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Los operadores coordinados se encuentran, en esta  
representación, basándose en las mismas relaciones de conmutación y  
son:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:51pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image080.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972736">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:50.25pt;height:30.75pt'

o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image081.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972737">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:45.75pt;height:30pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image082.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972738">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>de aquí:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:35.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image083.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972739">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las ecuaciones para las  
funciones propias y los valores propios <span class=SpellE>p<sub>x</sub></span>,  
<span class=SpellE>p<sub>y</sub></span>, <span class=SpellE>p<sub>z</sub></span>  
son:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml  
1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:78pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image084.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972740">  
</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:77.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image085.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972741"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image086.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972742"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La solución a la primera ecuación es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:90pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image087.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972743"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>así</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que el operador impulso tiene un espectro continuo de valores propios. La función de onda:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image088.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972744">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> función propia de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:39pt;height:17.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image089.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972745">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Podemos aplicar otra normalización que se llama normalización en una caja. Se da la función de onda en un volumen V, arbitrariamente grande pero finito. Sea V un cubo de lado L y cuyo centro coincide con el origen de coordenadas. Sobre sus paredes las funciones de onda satisfacen las condiciones de periodicidad. En estas condiciones el vector impulso ya no varía en forma continua, sino que recorre una sucesión discreta de valores:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image090.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972746">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image091.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972747">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span



lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image092.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972748"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para valores grandes de L, el coeficiente de normalización está dado por la condición:<o:p></span></p><p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:96pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image093.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972749"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>lo que implica que:<o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:35.25pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image094.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972750"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si desplazamos el origen de coordenadas a lo largo del eje x una distancia </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>x, entonces:<o:p></o:p></span></p>



desplazamiento <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:15pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image098.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972754"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image099.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972755"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La ecuación de las funciones propias y los valores propios en la representación de coordenadas es: <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:75pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image100.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972756"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se sigue que:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1057" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;height:17.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image101.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1057" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972757"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1058" type="#\_x0000\_t75" style='width:32.25pt;height:17.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="parentepoison\_archivos/image102.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1058"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972758">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span><span class=GramE>debe</span>  
 satisfacer la condición de <span class=Spelle>ortonormalidad</span>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:  
 auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span  
 style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
  
 </div>  
  
 </body>  
  
 </html>

## 6.10. Mecánica Cuántica. El operador Hamiltoniano

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="operahamiltoniano_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="operahamiltoniano_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="operahamiltoniano_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
```

```

<![endif]-->
<title>EL OPERADOR HAMILTONIANO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
 <o:Template>Normal</o:Template>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>3</o:Revision>
 <o:TotalTime>6</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-24T17:17:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T00:37:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>237</o:Words>
 <o:Characters>1307</o:Characters>
 <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
 <o:Lines>10</o:Lines>
 <o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>1541</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";

```

```

 mso-spl-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><b style='mso-bidi-font-weight:
normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:red'>EL OPERADOR HAMILTONIANO<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El operador más
importante de la mecánica cuántica es el operador de energía total <sub><!--[if gte vml
1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>

```

```

<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="" gradientshapeok="" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:9.75pt;
height:15pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="operahamiltoniano_archivos/image031.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241972604">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La energía cinética T
está relacionada con el ímpetu por:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><sub><!--[if
gte mso 9]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:102pt;height:30pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="operahamiltoniano_archivos/image032.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241972605">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>si sustituimos p por <sub><!--[if
gte mso 9]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="operahamiltoniano_archivos/image033.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241972606">
 </o:OLEObject>

```

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:132.75pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image034.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972607"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De aquí como en la representación de coordenadas, la energía potencial es  $U : U(x)$  y se tiene:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:101.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image035.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972608"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:89.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image036.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972609"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>



<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde U(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>, t) es la función fuerza ligada con la fuerza que actúa sobre la partícula por la relación<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>F = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>-</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>U.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Mediante el operador hamiltoniano la ecuación de <span class=Spelle>Schrödinger</span><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:50.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image037.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972610"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y para un sistema de N partículas el operador hamiltoniano es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:140.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image038.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972611">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si suponemos que el hamiltoniano del sistema de N partículas no depende explícitamente del tiempo, entonces podemos separarlo en variables, <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x, t) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>c</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(t) </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x).<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center;tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal style='tab-stops:333.15pt'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si sustituimos en la ecuación de Schödinger:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:107.25pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image039.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972612">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si dividimos por </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x, t):<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image040.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972613">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>de aquí:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:53.25pt;height:23.25pt' o:ole="">

<v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image041.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972614">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y así:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:66pt;height:18pt' o:ole="">

<v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image042.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972615">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>E es el valor propio de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:15pt' o:ole="">

<v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image043.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972616">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><!--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x) describe un estado con energía bien definida. El operador <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:15pt' o:ole="">

<v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image044.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972617">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>puede tener espectro continuo o discreto. Si tiene espectro discreto:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:24pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image045.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972618">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que son los estados estacionarios y dependen del tiempo según una ley armónica con pulsaciones:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:39.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="operahamiltoniano\_archivos/image046.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972619">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

### 6.11. Mecánica Cuántica. Forma integral de la ecuación de Schrödinger

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="formintegecschodinger_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="formintegecschodinger_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="formintegecschodinger_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>FORMA INTEGRAL DE LA ECUACION DE SCHRÖDINGER</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T17:23:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T23:57:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>152</o:Words>
<o:Characters>837</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>6</o:Lines>
<o:Paragraphs>1</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>988</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
```

```

</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>

```

```

</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>FORMA INTEGRAL DE LA
ECUACION DE SCHRÖDINGER<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Consideremos una partícula cuyo hamiltoniano <sub><!--[if gte vml
1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:9.75pt;
height:15pt' o:ole="">
<v:imagedata src="formintegecschodinger_archivos/image019.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970205">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--> depende en general
del tiempo. Para t = 0 tenemos que la función de onda es <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>0</sub> = <span

```

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(r, t). Esta </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> satisface la ecuación:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="formintegecschodinger\_archivos/image020.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241970206"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:5.25pt;height:12pt' o:ole=""><v:imagedata src="formintegecschodinger\_archivos/image021.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241970207"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>para t<sub>2</sub><sub>1</sub><span style='color:blue'><o:p></o:p></span></sub></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:2in;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="formintegecschodinger\_archivos/image022.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241970208"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>k</span></span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>r</span></b><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, t<sub>2</sub></span></b><sub>1</sub>, t<sub>1</sub></sub>) es la ecuación de <span class=Spelle>Green</span> de la ecuación de <span



class=Spelle>Schrödinger</span>, y es la amplitud de transición de la partícula del estado inicial con </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>( <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>1</sub>, t<sub>1</sub>) al final </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>( <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>2</sub>, t<sub>2</sub>) con t<sub>2</sub> &gt; t<sub>1</sub>. Como esto define la </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sólo para t<sub>2</sub> &gt; t<sub>1</sub> para que sea equivalente a la ecuación de <span class=Spelle>Schrödinger</span> debe satisfacer:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:213.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="formintegecschodinger\_archivos/image023.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241970209"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>y para t<sub>2</sub> &gt; t<sub>1</sub> la función de <span class=Spelle>Green</span> cumple:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:138.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="formintegecschodinger\_archivos/image024.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241970210"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Integrando para </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:

Family:<span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t finito:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:285.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="formintegerschodinger\_archivos/image025.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241970211"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Es claro que:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:123.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="formintegerschodinger\_archivos/image026.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241970212"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:165pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="formintegerschodinger\_archivos/image027.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241970213"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=FR style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue;mso-ansi-language:FR'>de <span class=SpellE>donde</span><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=FR style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:FR'>k(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>2</sub>, t<sub>2</sub>; <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>1</sub>, t<sub>1</sub>)= </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=FR style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-ansi-language:FR'>(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>2</sub>- <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b><sub>1</sub>).<o:p></o:p></span></p>

```

<p class=MsoNormal><span lang=FR style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue;mso-ansi-language:FR'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Si lo anterior se cumple entonces <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y(<b
style='mso-bidi-font-weight:normal'> r₂, t₂
es la solución de la ecuación de Schrödinger que
cumple la condición inicial.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 6.12. Mecánica Cuántica. Valores y funciones propias del operador momento angular

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="valyfuncpropias_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="valyfuncpropias_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="valyfuncpropias_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>VALORES Y FUNCIONES PROPIAS DEL OPERADOR MOMENTO ANGULAR</title>

```

```

<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
 <o:Template>Normal</o:Template>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>3</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-24T17:27:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T01:12:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>346</o:Words>
 <o:Characters>1904</o:Characters>
 <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
 <o:Lines>15</o:Lines>
 <o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>2246</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE

```

```

 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>VALORES Y FUNCIONES
PROPIAS DEL OPERADOR MOMENTO ANGULAR<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Sustituyendo en la definición clásica del momento angular,
los operadores de la mecánica cuántica se tiene:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

```

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:141.75pt; height:95.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image046.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974751"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El conjunto de operadores <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:29.25pt;height:18.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image047.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974752"></o:OLEObject></xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>se le llama operador momento angular <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image048.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974753"></o:OLEObject></xml><![endif]-->. El operador:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

$$\begin{aligned}
& \text{es} \\
& \text{el cuadrado del} \\
& \text{momento angular.}
\end{aligned}$$

Las proyecciones del operador momento angular no conmutan entre sí.

$$\begin{aligned}
& \text{por} \\
& \text{lo que no tienen} \\
& \text{valores determinados a sólo que}
\end{aligned}$$

Las proyecciones si conmutan con el operador







mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>(</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>+</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> 2</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>),<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:77.25pt;height:24pt' o:ole=""><v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image057.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974762"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Lo que se cumple si <span class=Spelle>I<sub>z</sub></span>= m<sub></sub></sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:14.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image058.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974763"></o:OLEObject></xml><![endif]-->, donde m = 0, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>±</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>±</span></span><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2<span class=GramE>,  
...</span> y lo mismo vale para <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038"  
type="#\_x0000\_t75" style='width:26.25pt;height:18.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image059.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1038"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974764">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->. Si en un estado con valor dado <span class=SpellE>|<sub>z</sub></span>  
se efectúa una medición de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039"  
type="#\_x0000\_t75" style='width:29.25pt;height:18.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image060.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1039"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974765">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->, se puede para ellos encontrar cualquier valor entre los  
posibles.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>La función propia de <span class=SpellE>|<sub>z</sub></span>  
que depende de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y  
normalizada a la unidad por:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:99.75pt;height:33pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image061.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1040"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974766">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>tiene la forma:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;height:24pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image062.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>

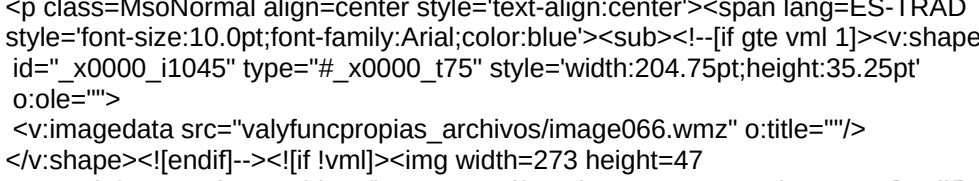
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974767">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Determinemos los valores propios y las funciones propias del operador cuadrado del momento angular:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:45pt;height:17.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image063.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>En coordenadas esféricas:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:188.25pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image064.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La ecuación tiene soluciones sólo para los valores:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:51pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="valyfuncpropias\_archivos/image065.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD

l es un número entero positivo incluyendo al cero.

&nbsp;

El número cuántico l se denomina acimutal. La solución de la ecuación es de la forma:

&nbsp;



&nbsp;

&nbsp;

m = 0,  $\pm 1, \pm 2, \dots$  k = m, para m = 0 donde  $P_l^k$  son los polinomios asociados de Legendre. El factor constante se determina por la condición de normalización a la unidad:

&nbsp;



&nbsp;

```

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Los valores propios del operador <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1047" type="#_x0000_t75" style='width:11.25pt;height:15pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="valyfuncpropias_archivos/image068.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1047"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974773">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--> son degenerados ya
que tienen 2l +1 funciones propias <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>y<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>m</sub>.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

### 6.13. Mecánica Cuántica. Derivación de operadores respecto del tiempo

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="derivaoperent_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="derivaoperent_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="derivaoperent_archivos/oledata.mso">

```

```

<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>DERIVACION DE OPERADORES RESPECTO DEL TIEMPO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>10</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T17:31:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T23:44:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>436</o:Words>
<o:Characters>2400</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>20</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2831</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;

```

```

 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:1782992652;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:-1541645692;}
@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
@list l1
 {mso-list-id:2132357027;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:-1541645692;}
@list l1:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
ol
 {margin-bottom:0cm;}
ul
 {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;

```



```

mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>DERIVACION DE OPERADORES
RESPECTO DEL TIEMPO<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Como se sabe la derivada respecto del tiempo de una
magnitud mecánica F es una función de los paréntesis de Poisson:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

```

</v:formulas>  
 <v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
 <o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
 </v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt; height:27.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image080.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969447">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>donde H es la hamiltoniana para operadores:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:29.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image081.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969448">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Si <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image082.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969449">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>no depende  
 explícitamente del tiempo, entonces:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:98.25pt;height:27pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image083.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969450">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>La derivada de la suma y el producto es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:113.25pt;height:18pt'

o:ole="">  
<v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image084.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969451">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>La derivada del valor medio será:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:195pt;height:29.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image085.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969452">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Como ejemplo determinaremos <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:32.25pt;height:15.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image086.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969453">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->. Como no dependen del tiempo<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:38.25pt;height:17.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image087.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969454">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:15.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image088.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969455"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:176.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image089.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969456"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se tiene que:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:47.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image090.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969457"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>entonces:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image091.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969458"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:123.75pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image092.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969459">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image093.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969460">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Para<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:138.75pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image094.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969461">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image095.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969462">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>así que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:48pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image096.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969463"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>pero:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:63pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image097.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969464"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>de aquí:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image098.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969465"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si F no depende del tiempo, en este caso si conmuta con <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image099.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969466"></o:OLEObject></xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>el operador <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image100.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969467">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>= 0. Como <sub><!--[if gte vml  
 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image101.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969468">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>conmuta con <sub><!--[if gte vml  
 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image102.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969469">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->, ambos tienen funciones propias comunes:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:24pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image103.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969470">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>El desarrollo de </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x, t) en funciones  
 propias de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75"  
 style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image104.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969471">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:195pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image105.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969472"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:93.75pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image106.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969473"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es una integral de movimiento.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Una magnitud mecánica cuántica es una integral de movimiento si:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l1 level1 lfo2'><!--[if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span style='mso-list:ignore'>1.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><!--[endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Su operador no depende explícitamente del tiempo.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l1 level1 lfo2'><!--[if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span style='mso-list:ignore'>2.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><!--[endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Conmuta con el operador hamiltoniano.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:



Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Las leyes de conservación de la mecánica cuántica son:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt; mso-list:l0 level1 lfo4'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial; color:blue'><span style='mso-list:ignore'>1.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>Conservación del momento, por isotropía del espacio.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt; mso-list:l0 level1 lfo4'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial; color:blue'><span style='mso-list:ignore'>2.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>Conservación del momento lineal por homogeneidad del espacio<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt; mso-list:l0 level1 lfo4'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial; color:blue'><span style='mso-list:ignore'>3.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>Conservación de la energía por homogeneidad del tiempo.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>El operador traslación que corresponde a un intervalo pequeño de tiempo </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t se define como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:18pt' o:ole=""> <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image107.wmz" o:title=""/> </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml> <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969474"> </o:OLEObject> </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">si desarrollamos en serie </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(x, t + </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t) respecto a </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t se tiene:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image108.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969475"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:74.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image109.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969476"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La condición de que las leyes de movimiento sean independientes del momento inicial se expresa por la <span class=SpellE>conmutatibidad</span> de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:24.75pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image110.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969477">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>con <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image111.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969478">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->, o sea:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1057" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:18pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image112.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1057"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969479">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>que implica:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1058" type="#\_x0000\_t75" style='width:33.75pt;height:29.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image113.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1058"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969480">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la ley de  
 conservación de la energía.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Si existe una integral de movimiento corresponde con una  
 propiedad simple de la función de onda. Si el operador <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1059" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image114.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1059"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969481">  
 </o:OLEObject>

</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>está asociado con  
 una magnitud que se conserva, junto con </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> satisfacerá la  
 ecuación de <span class=Spelle>Schrödinger</span><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1060" type="#\_x0000\_t75" style='width:45pt;height:17.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image115.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]></span></p></p>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1060"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969482">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>con </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>a</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Î</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Â</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span  
 class=Spelle>e<sup>i</sup></span><sup></sup><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sup><sup><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>I</span></sup><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se  
 extiende como:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1061" type="#\_x0000\_t75" style='width:113.25pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image116.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]></span></p></p>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1061"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969483">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si lo anterior lo sustituimos en la ecuación de <span class=SpellE>Schrödinger</span><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1062" type="#\_x0000\_t75" style='width:81.75pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image117.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1062" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969484">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1063" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image114.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1063" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969485">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>representa una magnitud que se conserva:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1064" type="#\_x0000\_t75" style='width:51pt;height:15.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image118.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1064" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969486">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1065" type="#\_x0000\_t75" style='width:30pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image119.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1065"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969487">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>por lo tanto:</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1066" type="#\_x0000\_t75" style='width:120pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image120.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1066"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969488">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1067" type="#\_x0000\_t75" style='width:114pt;height:18pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="derivaoperent\_archivos/image121.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1067"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969489">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

#### 6.14. Mecánica Cuántica. Paridad

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="paridad_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="paridad_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="paridad_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>PARIDAD</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T17:42:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:41:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>170</o:Words>
<o:Characters>941</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>7</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1109</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */

```

```

p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}

span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}

@page Section1
 {size:612.1pt 792.1pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:36.0pt;
 mso-footer-margin:0cm;
 mso-paper-source:0;}

div.Section1
 {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}

</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

```



<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792 style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>  
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>  
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>  
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PARIDAD</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como se introdujeron operadores de traslación y rotación, se definirá el de inversión <sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt; height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="paridad\_archivos/image021.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972870"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:120.75pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="paridad\_archivos/image022.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972871">

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Al aplicar dos veces <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="paridad\_archivos/image023.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972872">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->, volvemos al estado inicial, o sea a<sup>2</sup> = 1, por  
lo que a = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>±</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 1, 0  
sea:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="paridad\_archivos/image024.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972873">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>, t) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>±</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(- <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>, t)<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En la inversión puede cambiar de signo <span class=GramE>la</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span

style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, y no sólo el argumento r del que depende. De las partículas descritas por </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que satisfacen: <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="paridad\_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972874"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>, t) = - </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(- <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r</b>, t)<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> dice que son de paridad negativa.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sea el hamiltoniano de un sistema cerrado de la forma:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:2in;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="paridad\_archivos/image026.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972875"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Este no cambia si se sustituye r<span class=SpellE><sub>i</sub></span> por - <span class=SpellE>r<sub>i</sub></span> o sea:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:51pt;height:17.25pt'

o:ole="">  
<v:imagedata src="paridad\_archivos/image027.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972876">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Determinaremos los valores propios </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>I</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="paridad\_archivos/image028.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972877">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:74.25pt;height:18pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="paridad\_archivos/image029.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972878">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Si aplicamos de nuevo <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="paridad\_archivos/image030.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972879">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:138pt;height:18pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="paridad\_archivos/image031.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso  
9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972880">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Los valores propios </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>±</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 1<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Los estados para </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 1, son pares. (Paridad positiva)<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Los estados para </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>=</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> -1, son <span class=SpellE>inpares</span>. (Paridad negativa)<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si el operador paridad <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:6.75pt;height:15pt' o:ole="">

```

<v:imagedata src="paridad_archivos/image032.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241972881">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--> conmuta con <sub><!--[if gte vml
1]><v:shape
id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:9.75pt;height:17.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="paridad_archivos/image033.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241972882">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->, se cumple la ley de la conservación de la paridad.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 6.15. Mecánica Cuántica. Campo central. Átomo de hidrógeno

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="campcentatomohidrog_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="campcentatomohidrog_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="campcentatomohidrog_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}

```

```

w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>CAMPO CENTRAL</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
 <o:Template>Normal</o:Template>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>11</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-24T17:45:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-29T23:37:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>1138</o:Words>
 <o:Characters>6260</o:Characters>
 <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
 <o:Lines>52</o:Lines>
 <o:Paragraphs>14</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>7384</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";

```

```

 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:1988701185;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:-1605630016;}
@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}
ol
 {margin-bottom:0cm;}
ul
 {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->

```



</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<b>CAMPO CENTRAL. ATOMO DE HIDROGENO</b>       En el átomo de hidrógeno la energía potencial de interacción del electrón con el núcleo depende sólo de la distancia entre ellos   <math>r</math>   <math>1</math>   <math>2</math>   <math>m</math>   <math>m</math>   difiere muy poco de la masa del electrón. Si no se consideran las dimensiones del protón, el átomo de hidrógeno es un electrón que se mueve en el campo <b>coulombiano</b> de un centro inmóvil, que es un caso particular del campo simétrico respecto de un punto en el que la energía potencial depende únicamente de la distancia al centro de fuerzas.       La ecuación de <b>Schrödinger</b> para los estados estacionarios de una partícula que se mueve en un campo de fuerzas con energía potencial <math>U(r)</math> tiene la forma:
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969020">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:200.25pt;height:32.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image084.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969021">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El <span class=SpellE>hamiltoniano</span> del sistema:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:144.75pt;height:32.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image085.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969022">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De lo anterior vemos que <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:11.25pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image086.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969023">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>conmuta con cualquier operador de derivación respecto de r y con el de la propia coordenada , entonces:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:60pt;height:15.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image087.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969029">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Sustituyendo en la ecuación de <span class=SpellE>Schrödinger</span> y considerando:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:81.75pt;height:18pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image093.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969030">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>se obtiene la siguiente ecuación para la parte radial de la función de onda, R(r):<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:209.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image094.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969031">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que depende esencialmente de la forma de la energía potencial U(r).<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La parte angular <span class=SpellE><span class=GramE>Y<sub>lm</sub></span></span><span class=GramE>(</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol">q</span></span><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">, </span><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">j</span></span><span lang=ES-TRAD  
style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">) de la función de onda  
está dada sólo por el valor del momento angular de la partícula (número l) y  
de su proyección sobre el eje z (número m). Los estados con momentos  
cinéticos dados se designan por:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span lang=ES-TRAD  
style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0  
style="margin-left:166.55pt;border-collapse:collapse;mso-padding-alt:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<tr style="mso-yfti-irow:0">  
<td width=19 valign=top style="width:14.15pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">l<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style="width:14.2pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">=<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style="width:14.15pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">0<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style="width:14.2pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">1<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=18 valign=top style="width:13.5pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">2<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=20 valign=top style="width:14.85pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">3<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style="width:14.15pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">4<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style="width:14.2pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">5<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style="width:14.15pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span  
lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">6<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style="width:14.2pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt">  
<p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>7<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style='width:14.15pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>¼</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
<tr style='mso-yfti-irow:1;mso-yfti-lastrow:yes'>  
<td width=19 valign=top style='width:14.15pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style='width:14.2pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style='width:14.15pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>s<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style='width:14.2pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>p<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=18 valign=top style='width:13.5pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>d<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=20 valign=top style='width:14.85pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>f<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style='width:14.15pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>g<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style='width:14.2pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>h<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style='width:14.15pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>i<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style='width:14.2pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>k<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
<td width=19 valign=top style='width:14.15pt;padding:0cm 3.5pt 0cm 3.5pt'>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:



symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¼</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p></td></tr></table>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La paridad del estado se determina por un valor del número cuántico l. La paridad de un estado con momento angular dado y con proyección del mismo sobre el eje z dada, es igual a (-l)<sup>l</sup>, o sea:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:62.25pt;height:17.25pt'o:ole=""><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image095.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969032"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como la función de onda radial no depende del valor absoluto del vector de posición, no cambia en la inversión. La ley de transformación indicada es válida para la función de onda total:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:17.25pt'o:ole=""><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image096.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969033"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>de</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> esta forma los estados s, d, q, ... son pares y los p, f, h, ... son <span class=Spelle>impares</span>, para una paridad intrínseca positiva. La probabilidad de que el electrón que se encuentra en el estado:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:99.75pt;height:15pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image097.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969034">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>se detecte en un elemento de volumen <span class=SpellE>dV</span>  
con coordenadas (r, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>q</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) está dada por:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:131.25pt;height:18.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image098.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969035">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:71.25pt;height:15pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image099.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969036">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">Si integramos para todos los valores de los ángulos </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se obtiene la probabilidad <span class=SpElE><span class=GramE>dW</span></span><span class=GramE>(</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>)</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en la dirección definida por </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. <o:p></o:p></span></p> <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpElE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>dW<sub>lm</sub></span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'>j</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial'>)</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:

Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>Y<sub>lm</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2 </span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como la función es esférica, no depende de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y esto significa que en un plano perpendicular al eje z, la distribución de probabilidad del detector de la partícula es simétrica. De esta forma se deduce:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:96pt;height:18.75pt'o:ole=""><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image100.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969037"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=SpellE><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>çesta</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> distribución de probabilidad viene determinada por los números cuánticos l y m. Un estado con l = 0 tiene simetría esférica, ya que l = 0 implica que m = 0, y  $P_{00} = \langle P_{00} \rangle = \langle \text{cte} \rangle$ , por lo que  $\langle dW_{00} \rangle = 1/4$ <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. En un estado p (l = 1), la distribución de probabilidad se define por:<o:p></o:p></span></p>

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:93pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image101.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969038"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

Las distribuciones para diferentes valores de l y m se muestran en la figura:<o:p></o:p></span></p>

<o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:417.75pt;height:104.25pt'><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image041.png" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></span></p>

<o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

Consideremos la ecuación de la componente radial, en lugar de la función R conviene la función </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>c</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(r).<o:p></o:p></span></p>

<o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

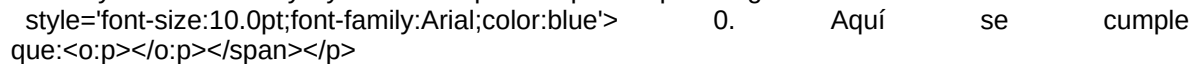
<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image102.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969039"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

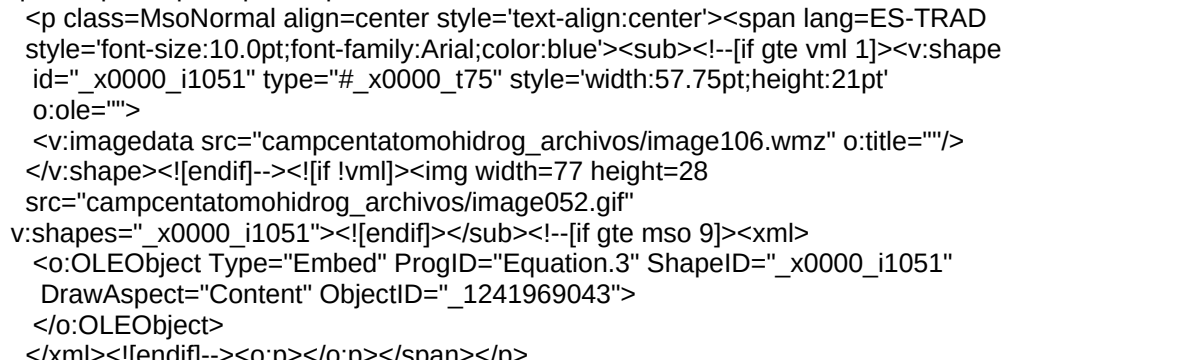
para ella:<o:p></o:p></span></p>

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:155.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image103.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969040">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>La condición de que la función sea finita en  $r = 0$  da: </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>c</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>La ecuación para la función radial se reduce a la ecuación  
 del movimiento unidimensional con una U efectiva dada por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:93pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image104.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969041">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>donde :<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:42.75pt;height:30pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image105.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969042">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>es</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la energía centrífuga.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

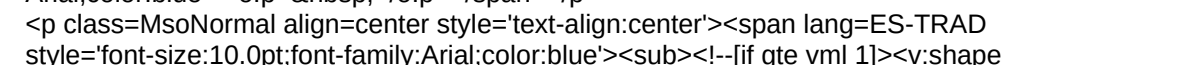
Analicemos la región en que  $r$  cumple





$\frac{1}{r}$  y se eliminan  $E$  y  $U(r)$  crece más lentamente que  $\frac{1}{r^2}$ . Si  $r$

$0$  y se eliminan  $E$  y  $U(r)$  crece más lentamente que  $\frac{1}{r^2}$ , en comparación con el término de



se tiene:

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

La solución es de la forma:

$$y = \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{1}{(x - 1)(x + 1)}$$

que tiene dos raíces:

$$x = 1 \text{ y } x = -1$$

que se desecha, ya que corresponde a una función R



<span

10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">®</span></span><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> </span><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">¥</span></span><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> U(r) </span><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">®</span></span><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> 0 y en este caso se elimina U</span><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">c</span></span><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> y el de la energía centrífuga. En comparación con E</span><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">c</span></span><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">, se tiene.</span></p><p class="MsoNormal" align="center" style="text-align:center"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style="width:62.25pt;height:29.25pt" o:ole=""><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image109.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969046"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span></p><p class="MsoNormal"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">donde:</span></p><p class="MsoNormal" align="center" style="text-align:center"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style="width:54.75pt;height:32.25pt" o:ole=""><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image110.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969047"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span></p><p class="MsoNormal"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">La solución es:</span></p><p class="MsoNormal" align="center" style="text-align:center"><span lang="ES-TRAD" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;height:17.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image111.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969048">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Para valores de  $E \geq 0$ ,  $k$  es real, y la parte radial de  
la función de onda se reduce a:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1057" type="#\_x0000\_t75" style='width:105pt;height:27.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image112.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1057"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969049">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>A<sub>1</sub> y A<sub>2</sub> son diferentes de  
cero.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Lejos del centro de fuerzas la función representa la  
superposición de ondas convergentes y divergentes.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Analizaremos el espectro energético de una partícula en un  
campo cuya energía de interacción es  $U(r)$ . La función </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>c</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> no se anula en el  
infinito, por lo que es un movimiento acotado al infinito, es decir que la  
partícula escapa al infinito. La integral del cuadrado del módulo de la  
función en todo el espacio es divergente, y estas funciones son de espectro  
continuo, lo que significa que cuando  $E \geq 0$  el espectro energético es  
continuo.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Si la componente radial de la densidad de corriente es

cero, la función  $R(r)$  es real. Por esto:

$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) = -k^2 R$

donde  $A$  y  $B$  son reales y la  $R(r)$  será:

$$R(r) = \frac{1}{r} \left( A e^{-kr} + B e^{kr} \right)$$

donde



<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1061" type="#\_x0000\_t75" style='width:80.25pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image116.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1061" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969053"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que se escribe como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1062" type="#\_x0000\_t75" style='width:102.75pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image117.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1062" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969054"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para que la función de onda sea finita cuando  $r \rightarrow \infty$  </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>,  $A_2 = 0$ , por lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1063" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image118.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1063" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969055"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span></p>

</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que R </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0, r </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, lo que nos dice que la probabilidad de encontrar la partícula en r = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es cero. <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>A esto corresponde un movimiento finito y las funciones de onda asociadas son cuádradas integrables y dan un espectro discreto. La solución general de la ecuación de <span class=Spelle>Schrödinger</span> se puede representar como superposición de funciones de onda:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1064" type="#\_x0000\_t75" style='width:126pt;height:24.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="campcentatomohidrog\_archivos/image119.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1064" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241969056">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Cuando no depende de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

```

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1065" type="#_x0000_t75" style='width:113.25pt;height:24.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="campcentatomohidrog_archivos/image120.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1065"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969057">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 6.16. Mecánica Cuántica. Movimiento libre de una partícula con momento angular

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="movlibpartmomentang_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="movlibpartmomentang_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="movlibpartmomentang_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>MOVIMIENTO LIBRE DE UNA PARTICULA CON MOMENTO ANGULAR</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>

```



```

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T18:01:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:15:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>195</o:Words>
<o:Characters>1077</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>8</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1270</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;

```

```

 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>MOVIMIENTO LIBRE DE UNA
PARTICULA CON MOMENTO ANGULAR<span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En la mecánica clásica una partícula que se mueve con un
impulso dado, tiene también un momento angular bien definido. En la mecánica
cuántica esto se modifica. En un estado con un impulso dado, el momento
angular está indeterminado. También en un estado dado con valores <sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>

```



<v:imagedata src="movlibpartmomentang\_archivos/image004.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID=" \_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID=" \_1241971284">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>La función <span class=SpellE>R<sub>kl</sub></span>  
 satisfice:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id=" \_x0000\_i1028" type="# \_x0000\_t75" style='width:120pt;height:30.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="movlibpartmomentang\_archivos/image006.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID=" \_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID=" \_1241971285">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>La solución será:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id=" \_x0000\_i1029" type="# \_x0000\_t75" style='width:66pt;height:27pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movlibpartmomentang\_archivos/image008.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID=" \_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID=" \_1241971286">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Para la solución cuando l </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>1</sup></span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0 se tomó la función <span  
 class=SpellE>R<sub>kl</sub></span> = S<sup>-1/2</sup> Z, donde S = <span  
 class=SpellE>kr</span>. Con lo anterior se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id=" \_x0000\_i1030" type="# \_x0000\_t75" style='width:152.25pt;height:65.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="movlibpartmomentang\_archivos/image010.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971287">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La solución que satisfaga que la función de onda sea finita en el origen de coordenadas, es una función de <span class=Spelle>Bessel</span> de orden <span class=Spelle>semi</span> entero:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:24pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movlibpartmomentang\_archivos/image012.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971288">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Para la función radial se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movlibpartmomentang\_archivos/image014.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971289">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Cuando r </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>®</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>¥</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, se emplea la función asintótica de <span class=Spelle>Bessel</span>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

```

id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:120.75pt;height:42pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="movlibpartmomentang_archivos/image016.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241971290">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 6.17. Mecánica Cuántica. Movimiento en un campo coulombiano

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="movcampocoulomb_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="movcampocoulomb_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="movcampocoulomb_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>MOVIMIENTO EN UN CAMPO COULOMBIANO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>

```

```

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>15</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T18:03:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:12:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>905</o:Words>
<o:Characters>4983</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>41</o:Lines>
<o:Paragraphs>11</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>5877</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;

```

```

 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>MOVIMIENTO EN UN CAMPO
COULOMBIANO<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La energía potencial de un electrón que se mueve en el
campo de un núcleo cuya energía potencial es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>

```



<v:formulas>  
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>  
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>  
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>  
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>  
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>  
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>  
 </v:formulas>  
 <v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
 <o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
 </v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:56.25pt; height:27.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image061.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971161">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>tiene por ecuación de <span class=SpellE>Schrödinger</span>  
 radial:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:192pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image062.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971162">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Para resolver la ecuación es bueno pasar a magnitudes  
 adimensionales. Como magnitudes fundamentales se eligen la carga del electrón  
 e, la masa reducida </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>m</span></span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y la  
 constante de <span class=SpellE>Planck</span>. A partir de esto se  
 obtiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:39pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image063.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971163"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Introduzcamos en la ecuación de <span class=Spelle>Schrödinger</span> la variable adimensional </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y la energía </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, definidas como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image064.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971164"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por lo que la ecuación es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:177pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image065.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971165"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>para</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> r </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>®</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0 la R se comporta como </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol; mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>l</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>r</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>®</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'>¥</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial'>: <span style='color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:23.25pt' o:ole=""> <v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image066.wmz" o:title=""> </v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971166">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]-->. <o:p></o:p></span></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Con base en esto se buscará como solución una ecuación del tipo:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:75.75pt;height:17.25pt' o:ole=""> <v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image067.wmz" o:title=""> </v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971167">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:42.75pt;height:23.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image068.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971168">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:183.75pt;height:30.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image069.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971169">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sea la nueva variable </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 2</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>r</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. La ecuación será:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:150pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image070.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971170">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>R debe ser finita en todo el intervalo de variación de la <span class=GramE>variable </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Su solución será de la forma:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:63.75pt;height:24.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image071.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971171">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Sustituyendo y reuniendo los términos con iguales potencias de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se obtiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:213.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image072.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971172">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'>Igualando el paréntesis recto a cero:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:104.25pt;height:45pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image073.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971173">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Para determinar una función que posea las propiedades  
impuestas y sea solución de la ecuación en </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> hay que truncar la  
serie a partir de cierto término, o sea reducirla a un polinomio. Si para un  
cierto valor del número k = <span class=Spelle>nr</span>, el coeficiente de  
la serie <span class=Spelle>a<sub>nr+1</sub></span> se anula entonces, según  
la relación de recurrencia, también todos los coeficientes que siguen. En  
este caso la serie infinita queda reducida a un polinomio de grado <span  
class=Spelle>nr</span>. Para valores grandes de </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la función <span  
class=GramE>v(</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) crecerá  
según una ley potencial v(</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) = </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span class=Spelle><sup><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>nr</span></sup></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. La  
función de onda tenderá a cero en infinito debido al factor exponencial.  
Cuando </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span

style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0 el polinomio <span class=GramE>v</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) tiende a una constante  $a$  con lo cual la función de onda tiende a cero o a una constante y así cumplirá las condiciones de contorno típicas.</p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math>a</math></span></p><p></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para que <span class=SpellE> $a_{n+1}$ </span> = 0, se necesita que:</p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math>0 \leq \sqrt[n]{a\_{n+1}} \leq 1</math></span></p><p></p><img alt="Equation 3: A diagram showing a rectangular box with dimensions 72.75pt by 29.25pt. Inside the box, the text 'OLEObject Type=Equation.3' is visible." data-bbox="148 425 705 468"/><math>0 \leq \sqrt[n]{a\_{n+1}} \leq 1</math></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math>0 \leq \sqrt[n]{a\_{n+1}} \leq 1</math></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Dado que <span class=SpellE> $n$ </span> es un número entero, la suma (<span class=SpellE> $n$ </span> + 1) es también un número entero positivo. Designémosla por  $n$ ,  $n =$  <span class=SpellE> $n$ </span> + 1. A este número  $n$  se le llama número cuántico principal y el número <span class=SpellE> $n$ </span> se le llama número cuántico radial. Para un valor fijo del número cuántico azimutal  $l$  se tiene que  $n$  </p><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>3</sup></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> + 1, teniendo en cuenta el valor </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se tiene:</p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math>0 \leq \sqrt[n]{a\_{n+1}} \leq 1</math></span></p>





style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0, y el espectro pasa a ser continuo.</p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La función radial <span class=SpellE>Rnl</span>, viene dada por la ecuación <span class=SpellE>R<sub>nl</sub></span> = <span class=SpellE>cte</span> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>I </span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>e<sup></sup></span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span></sup><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>/2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span class=GramE>v</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue'>), donde el polinomio v(<span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue'>), con los coeficientes definidos por la ecuación de recurrencia coincide con el polinomio generalizado de <span class=SpellE>Laguerre</span>, salvo un factor constante. Por lo que en nuestro caso la <span class=SpellE>R<sub>nl</sub></span> es:</p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:24pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image077.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971177"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El polinomio generalizado de <span class=SpellE>Laguerre</span> <span class=SpellE>L<sub>n</sub></span><sup>m</sup></span>(</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span>

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) se expresa en función de las derivadas de los polinomios de <span class=SpellE>Laguerre</span> que se definen por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:96pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image078.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971178"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:78pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image079.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971179"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las funciones de onda quedan determinadas por el conjunto de los valores de los números cuánticos n, m, l. Los niveles de energía dependen sólo del número cuántico principal n, lo que nos dice que los niveles energéticos del átomo de hidrógeno son degenerados. En un campo central los niveles de energía son degenerados respecto al número cuántico acimutal l, por lo que la degeneración se llama degeneración accidental. Como para un n dado, el número l toma todos los valores enteros desde 0 a n - 1, y a cada l corresponden 2l + 1 valores posibles del número cuántico m, la multiplicidad de la degeneración es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:66.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image080.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971180"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

$$E_n = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}$$

cada nivel  $E_n$  se asocian  $n^2$  funciones de onda diferentes.

Los niveles de energía del átomo de hidrógeno están dados por la ecuación de Bohr, en la cual  $z = 1$ . La energía del estado fundamental determina el potencial de ionización del átomo. Según la teoría cuántica de la luz, las diferencias de los estados energéticos determinan las frecuencias de las ondas electromagnéticas emitidas por el átomo.

$$E_n = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}$$

$$E_n = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}$$

$$E_n = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}$$

La magnitud:

$$E_n = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}$$

llama término espectral. Sustituyendo:

$$E_n = -13.6 \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}$$

</o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>R es la constante de <span class=Spelle>Rydberg</span>. <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Todas las frecuencias que corresponden a transiciones a un mismo nivel inferior, forman una serie espectral. Así si  $n = l$ , se tiene la serie de <span class=Spelle>Lyman</span> que es ultravioleta, para  $n = 2$  el visible y se llama serie de <span class=Spelle>Balmer</span>. <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El estado fundamental de un electrón en el átomo de hidrógeno se describe por la función de onda </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>100</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = R<sub>10</sub>Y<sub>00</sub>. La parte angular por ser  $l = 0$  y  $m = 0$  es una constante, por lo que el estado tiene una simetría esférica. La probabilidad de encontrar al electrón en el estado </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>100</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> a una distancia dada del núcleo está dada por <span class=Spelle>dW<sub>10</sub></span> = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>100</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>4</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>r<sup>2</sup> <span class=Spelle>dr.</span> Aplicando la función de onda radial, resulta que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;height:32.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image084.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971184"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es diferente de cero en todo el espacio, aunque disminuye al crecer v. La curva <span class=SpellE>dW<sub>10</sub></span></span><span class=SpellE>dr</span> tiene un máximo en r = a, donde:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:39.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image085.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971185"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><!--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se llama radio de <span class=SpellE>Bohr</span>.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Consideremos el espectro energético continuo E &gt; 0, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>e</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = -E/E<sub>0</sub></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:147pt;height:39pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image086.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971186">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>la función de onda radial del espectro continuo es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:186.75pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image087.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971187">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span class=SpellE>C<sub>k</sub></span> es un factor de normalización.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si la función <span class=SpellE>R<sub>k</sub></span> se normaliza respecto de la función </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de k, este factor es igual a:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:128.25pt;height:38.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image088.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971188">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>la expresión asintótica de la función de onda radial para valores grandes de p se determina por:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:191.25pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image089.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971189"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:90pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="movcampocoulomb\_archivos/image090.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971190"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</td>

</tr>

</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

## 6.18. Mecánica Cuántica. El paso al límite de la mecánica Clásica

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="pasolimdemecclasica_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="pasolimdemecclasica_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="pasolimdemecclasica_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>EL PASO AL LIMITE DE LA MECANICA CLASICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>8</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T21:23:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:43:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>547</o:Words>
<o:Characters>3011</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>25</o:Lines>
<o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3551</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */

```



```

p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}

span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}

div.Section1
 {page:Section1;}

/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:1421561554;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:-1605630016;}

@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}

ol
 {margin-bottom:0cm;}

ul
 {margin-bottom:0cm;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";

```

mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;  
 mso-para-margin:0cm;  
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;  
 mso-pagination:widow-orphan;  
 font-size:10.0pt;  
 font-family:"Times New Roman";}

</style>  
 <![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>  
 </xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:shapelayout v:ext="edit">  
 <o:imap v:ext="edit" data="1"/>  
 </o:shapelayout></xml><![endif]-->  
 </head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792  
 style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>

<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>

<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>

<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>EL PASO AL LIMITE DE LA  
 MECANICA CLASICA</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Este es el método de aproximación WKB. Si en la ecuación de  
 <span class=SpellE>Schrödinger</span><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype  
 id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"  
 path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">  
 <v:stroke joinstyle="miter"/>  
 <v:formulas>  
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>  
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>  
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>  
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>  
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>  
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>  
 </v:formulas>  
 <v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
 <o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
 </v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_t75" type="#\_x0000\_t75" style='width:105.75pt;

height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image047.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241972999">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Si se hace sin más <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026"  
type="#\_x0000\_t75" style='width:24.75pt;height:12.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image048.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973000">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]-->, esta ecuación no tiene sentido, por lo que para llevar  
este paso al límite se tomará la </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>y</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de la  
forma:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:35.25pt;height:24pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image049.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973001">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>sustituyendo en la ecuación de <span class=SpellE>Schrödinger</span>  
se obtiene una ecuación para la función S:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:132pt;height:27pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image050.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973002">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Desarrollando en potencias de </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:11.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image051.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973003">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]></i><span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:123.75pt;height:33pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image052.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973004">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Sustituyendo en la ecuación anterior e igualando los  
coeficientes de las potencias iguales de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:11.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image053.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973005">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>con precisión de  
términos de primer orden respecto de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032"  
type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:11.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image054.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973006">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>se tiene:<o:p></o:p></span></p>

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + q\int_{r_0}^r E dr$$

La primera de estas ecuaciones es la ecuación de Hamilton-Jacobi de la mecánica clásica para una función de acción  $S$ . Esto representa que en la aproximación de orden cero el movimiento de la partícula sigue la trayectoria clásica. Para la segunda ecuación escribamos la densidad de probabilidad de encontrar la partícula en un punto dado del espacio en la forma:

$$P(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\Omega} \left| \frac{1}{r^2} \frac{\partial S}{\partial r} \right|^2$$

y

sabiendo que:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial S}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial S}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial S}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973008">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:189.75pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image057.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973009">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> esta es una ecuación de continuidad y prueba que la densidad de probabilidad se desplaza en el espacio con la misma velocidad </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = m<sup>-1</sup></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>S<sub>0</sub> y en la misma trayectoria clásica. Las superficies S = <span class=Spelle>cte</span> se llaman superficies de igual fase de la función de onda.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para los estados estacionarios en una dimensión<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(x, t)<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y como es estado estacionario:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:81.75pt;height:24.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image058.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973010">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>o sea que</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S<sub>0</sub>(x, t) = - Et +  
S<sub>0</sub>(x),<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>mientras</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que S<sub>1</sub>,&br/>
S<sub>2</sub>, ... son independientes del tiempo. De la primera ecuación se  
deduce:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image059.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973011">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:182.25pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image060.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973012">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:96pt;height:21pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image061.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973013">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son las formas de la  
mecánica clásica.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Con la segunda ecuación se determina  $S_1$  que como  
es constante en el tiempo:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:108pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image062.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973014">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>o bien:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:123.75pt;height:56.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image063.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973015">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>integrando:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image064.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--  
[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042"



DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973016">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Por lo anterior se puede expresar </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> con precisión de primer orden en </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:11.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image065.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973017"></o:OLEObject></xml><![endif]-->i <span style='color:blue'>para E &gt; U y E &lt; U como:<o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:258.75pt;height:71.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image066.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973018"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El carácter de la función de onda a que se llega depende del modo esencial del signo de (E - U). Si E &gt; U el impulso es real y corresponde al movimiento de una partícula en la región permitida por la mecánica clásica. En el punto E = U, o punto de retorno es p = 0 y la expresión obtenida para la función de onda pierde su sentido, o sea que cerca del punto de retorno la aproximación cuasiclásica deja de ser aplicable por lo que es imposible determinar las constantes que figuran en las expresiones oscilante y exponencial sin lo cual las funciones de onda cuasiclásica carecen de valor práctico.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Podemos ver que hacer S = S<sub>0</sub> se eliminó por ser pequeño el término </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(i<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:11.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image065.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973017"></o:OLEObject></xml><![endif]-->i <span style='color:blue'>para E &gt; U y E &lt; U como:<o:p></o:p></span></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:258.75pt;height:71.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image066.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973018"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El carácter de la función de onda a que se llega depende del modo esencial del signo de (E - U). Si E &gt; U el impulso es real y corresponde al movimiento de una partícula en la región permitida por la mecánica clásica. En el punto E = U, o punto de retorno es p = 0 y la expresión obtenida para la función de onda pierde su sentido, o sea que cerca del punto de retorno la aproximación cuasiclásica deja de ser aplicable por lo que es imposible determinar las constantes que figuran en las expresiones oscilante y exponencial sin lo cual las funciones de onda cuasiclásica carecen de valor práctico.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Podemos ver que hacer S = S<sub>0</sub> se eliminó por ser pequeño el término </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(i<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:11.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image065.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973017"></o:OLEObject></xml><![endif]-->i <span style='color:blue'>para E &gt; U y E &lt; U como:<o:p></o:p></span></span></p>

type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:11.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image067.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973019"></o:OLEObject></xml><![endif]></2m></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Ñ</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>S<sub>0</sub></span><span style='color:blue'> y para que esto sea correcto se debe de cumplir:</p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:95.25pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image068.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973020"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>En el caso de una medida se escribe:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:51pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image069.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973021"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Sustituyendo p por el número de onda k y la correspondiente<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'>|</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial'> = <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:14.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="pasolimdemecclasica\_archivos/image070.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973022"></o:OLEObject></xml><![endif]-->/p = k<sup>-1</sup></p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se tiene: <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>/</span><span class=SpellE>dx</span> &lt;&lt; 1,<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=Grame><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>de</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> esta forma la ecuación de <span class=SpellE>Schrödinger</span> se reduce a las ecuaciones diferenciales anteriores.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Por lo anterior la aproximación cuasiclásica es válida:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span style='mso-list:ignore'>1.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Cuando la longitud de onda de <span class=SpellE>DeBroglie</span> es pequeña. (Partícula rápida)<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span style='mso-list:ignore'>2.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para una variación lenta de la energía potencial de un punto a otro.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;mso-fareast-font-family:Arial;color:blue'><span style='mso-list:ignore'>3.<span style='font:7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Cuando no se produce ningún cambio apreciable del impulso de la partícula a lo largo de una longitud del orden de <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape

```

id="_x0000_i1049" type="#_x0000_t75" style='width:9.75pt;height:12.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="pasolimdemecclasica_archivos/image071.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1049"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241973023">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 6.19. Mecánica Cuántica. Solución de la ecuación de Schrödinger cerca del punto de retorno

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="solecschoedingerpuntoret_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="solecschoedingerpuntoret_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="solecschoedingerpuntoret_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>SOLUCION DE LA ECUACION DE SCHRÖDINGER CERCA DEL PUNTO DE
RETORNO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>

```

```

<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T21:30:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T01:01:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>431</o:Words>
<o:Characters>2373</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>19</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2799</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}

```

```

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>SOLUCION DE LA ECUACION
DE SCHRÖDINGER CERCA DEL PUNTO DE RETORNO<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Dado que cerca de un punto de retorno la aproximación
cuasiclásica resulta inadmisble, es necesario encontrar la solución sin
emplearla. Cerca de un punto de retorno se puede desarrollar la energía
potencial U(x) en serie de potencias de <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;

```

$x - a$ , que es pequeña y limitarnos a la aproximación lineal de este desarrollo.

Supongamos que cerca del punto de retorno la curva  $U(x)$  es suave, como lo muestra la figura.

!-[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">  
<v:stroke joinstyle="miter"/>  
</v:shapetype>  
  
<v:formulas>  
    <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>  
    <v:f eqn="sum @0 1 0"/>  
    <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>  
    <v:f eqn="prod @2 1 2"/>  
    <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>  
    <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
    <v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
    <v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
    <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
    <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
    <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
    <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>  
</v:formulas>  
  
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:144.75pt; height:153pt'>  
    <v:imagedata src="solecschoedingerpuntoret\_archivos/image001.png" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><p></o:p></span></p>  

Se admite que la región  $x > a$  se extiende al infinito.  
Cerca del punto  $x = a$ , se tiene:

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:135pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
    <v:imagedata src="solecschoedingerpuntoret\_archivos/image041.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
    DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974048">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><p></o:p></span></p></sub>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La energía potencial en el punto a, coincide con la energía total de la partícula  $U(a) = E$ . Sea  $f$  la fuerza que actúa sobre ésta en el punto de retorno:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:53.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="solecschoedingerpuntoret\_archivos/image042.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974049"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Introduscamos</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> una nueva variable </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol; mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = x - a = (E - U)/f. La ecuación de <span class=SpellE>Schrödinger</span> cerca de x = a es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:83.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="solecschoedingerpuntoret\_archivos/image043.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974050"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>cuando x >> a la solución de la ecuación es de la forma:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:156.75pt;height:39.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="solecschoedingerpuntoret\_archivos/image044.wmz" o:title=""/>



</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974051">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> c es la constante de  
normalización. La impulso p en el campo es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:117.75pt;height:24pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="solecschoedingerpuntoret\_archivos/image045.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974052">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>la acción en función de </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:186pt;height:33.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="solecschoedingerpuntoret\_archivos/image046.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974053">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Con base en esto la función de onda será:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:258pt;height:35.25pt'  
o:ole="">





$y$

$y$

$2$

son dos funciones linealmente independientes que satisfacen la ecuación de Schrödinger en una dimensión y corresponden a la energía E, dichas funciones están ligadas por la relación:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0$$

Integrando:

$$\psi(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx)$$

La solución linealmente independiente de la anterior ecuación cuasiclásica es de la forma:

$$\psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$$

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:192.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="solecschoedingerpuntoret\_archivos/image056.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974063"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para el punto b serán:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:180.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="solecschoedingerpuntoret\_archivos/image057.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974064"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:189.75pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="solecschoedingerpuntoret\_archivos/image058.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974065"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

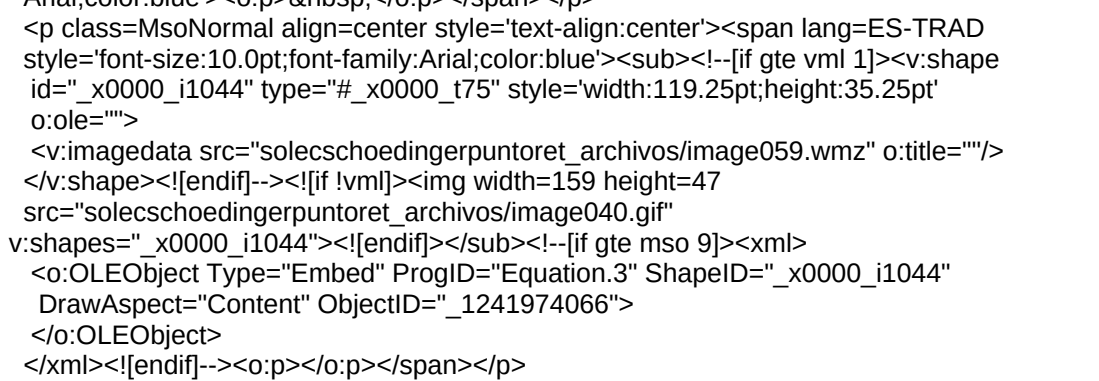
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Estas expresiones no se aplicarán en el caso en el que en el punto de retorno la energía potencial se haga bruscamente infinita. En este caso para x </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>3</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> b y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0. La fase de la función de onda para x &lt; b se determina si las condiciones de aplicación

de la aproximación cuasiclásica se cumplen para  $x = b$  y como

(b) = 0 se tiene:

&nbsp;



&nbsp;

## 6.20. Mecánica Cuántica. Movimiento en un pozo de potencial

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="movpozopotencial_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="movpozopotencial_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="movpozopotencial_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}

```

```

o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>MOVIMIENTO EN UN POZO DE POTENCIAL</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>9</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T21:38:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:17:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>206</o:Words>
<o:Characters>1137</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>9</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1341</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";

```

```

 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 3.0cm 70.85pt 3.0cm;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>MOVIMIENTO EN UN POZO DE
POTENCIAL<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

```



Consideremos un pozo de potencial de paredes infinitamente altas. La función de onda en la aproximación cuasiclásica está dada por:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} \phi(k) dk$$

En un pozo de potencial existen dos puntos de retorno a y b y en ellos

$$\psi(x) = 0, \quad \text{sea } x = 0, \text{ o } x = a$$
$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx} \phi(k) dk$$

</o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que es válido si:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:60.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movpozopotencial\_archivos/image021.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971387">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>como  $p = (2mE)^{1/2}$  y constante se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:29.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="movpozopotencial\_archivos/image022.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971388">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>  $l = b - a$  es el ancho del pozo.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En el caso más simple de un pozo de potencial la aproximación cuasiclásica nos da exactamente el espectro energético. Consideremos el caso del pozo de potencial de la figura:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:129pt;height:148.5pt'>  
 <v:imagedata src="movpozopotencial\_archivos/image009.png" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En la región prohibida del espacio a la derecha y a la izquierda de los puntos de retorno se extiende hasta el infinito. De esta forma la ecuación cuasiclásica no tendrá términos exponenciales y será un coseno.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Las dos funciones que describen el movimiento de la partícula en el pozo son idénticas, así que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:230.25pt;height:35.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="movpozopotencial\_archivos/image023.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971389"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>con a &lt; x &lt; b. esto sólo es posible en el caso en que la suma de ambas fases sean igual a múltiplo entero de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:78pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="movpozopotencial\_archivos/image024.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971390"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>con esto: <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>c</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>' = (-1)<span class=SpellE><sup>n</sup>c</span>. <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si se introduce la integral a lo largo de un periodo de movimiento clásico de la partícula desde a hasta b y al revés:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:68.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="movpozopotencial\_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971391"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>así que:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="movpozopotencial\_archivos/image026.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971392"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la regla de cuantificación de <span class=SpellE>Bohr</span>.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p></td></tr></table><p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p></div></body></html>

## 6.21. Mecánica Cuántica. Teoría de perturbaciones independiente del tiempo

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml" xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office" xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word" xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head><meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

```

<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="teorpertindtiempo_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="teorpertindtiempo_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="teorpertindtiempo_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TEORIA DE PERTURBACIONES INDEPENDIENTE DEL TIEMPO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>16</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T23:08:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T01:09:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>584</o:Words>
<o:Characters>3217</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>26</o:Lines>
<o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3794</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;

```

```

 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TEORIA DE PERTURBACIONES
INDEPENDIENTE DEL TIEMPO<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Consideremos el caso más simple, el de un sistema mecánico cuántico en el que el operador de Hamilton <sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt; height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image001.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974552"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>no depende explícitamente del tiempo. Supongamos que el operador <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image001.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974553"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>se puede representar de la forma <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:9.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image001.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974554"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><sub> </sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:14.25pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image003.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974555">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>+<sub> </sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image005.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974556">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>+donde <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image007.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974557">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span>es pequeño en  
 comparación con <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75"  
 style='width:14.25pt;height:18pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image008.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974558">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>+En estas condiciones la ecuación de Schrödinger toma la  
 forma: <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(<sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:14.25pt;height:18pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image009.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974559">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]>+<sub> </sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033"  
 type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image010.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974560">

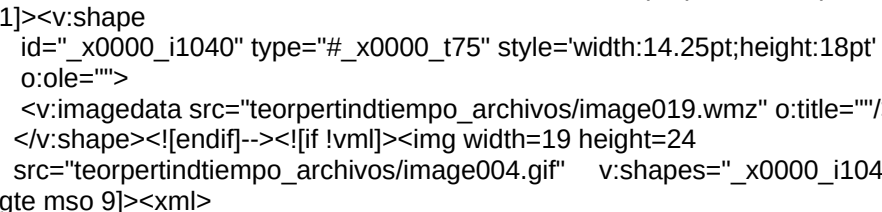


</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = E</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Supondremos adems que se conoce una solucin a la ecuacin que es<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:14.25pt;height:18pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image011.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974561">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>0</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = E<sup>(0)</sup></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(0).<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>A <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:14.25pt;height:18pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image012.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974562">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;

mso-symbol-font-family:Symbol">y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(0)<span style='color:blue'> le llamaremos no perturbados y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image013.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974563"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'></span>será el operador de perturbación. Que el operador <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:12pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image014.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974564"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'></span>sea pequeño significa que bajo la acción de la perturbación el estado del sistema debe de cambiar relativamente poco. Nuestro problema es encontrar la solución de la ecuación de Schrödinger en el supuesto que se conozca la </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(0) del sistema no perturbado. Buscaremos la solución de la ecuación<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>( <sub></sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:17.25pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image015.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974565"></o:OLEObject></xml><!--[endif]>+<sub></sub><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:15pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image017.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974566"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span

= E

en forma de serie de funciones propias del operador



Equation 3

Si el operador



Equation 4

tiene un espectro continuo hay que añadir a la ecuación anterior la integral extendida correspondiente a dicho espectro. Sustituyendo

(x) en la ecuación de Schrödinger tenemos:

(x)

id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:138.75pt;height:26.25pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image023.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974570">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Si multiplicamos por </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>m</span></sub><sup><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(0)\*</span></sup><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> e  
integramos en todo el dominio de variaci3n de las variables independientes se  
tiene:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:150.75pt;height:24.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image025.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974571">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:95.25pt;height:21pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image027.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974572">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Aplicamos la hip3tesis de que el operador de perturbaci3n  
es peque1o. Seg3n esto, los niveles de energ3a y las funciones de onda ser3n

en nuestro problema próximos a los valores correspondientes del sistema no perturbado. Los buscaremos en forma de un desarrollo en serie:

$\epsilon$

donde  $E^{(0)}$  y  $C^{(0)}$  son los valores no perturbados,  $E^{(2)}$  y  $C^{(2)}$ , son de segundo orden, etc. Hallaremos la corrección al  $n$ -ésimo orden del nivel de energía y a la  $n$ -ésima función propia del problema no perturbado, limitándonos al segundo orden:

$\epsilon$

donde el  $n$ -ésimo nivel de energía del problema no perturbado es no degenerado.

En la aproximación de orden cero la función de onda coincide con

$y_n^{(0)}$

. Esto nos da:

$y_n^{(0)}$

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style="width:92.25pt;height:24.75pt" o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974575"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">es decir:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style="width:42pt;height:17.25pt" o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image035.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974576"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">Sustituyendo<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style="width:90.75pt;height:33pt" o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image031.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974577"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">en<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style="width:150.75pt;height:24.75pt" o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974578"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">se tiene:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:284.25pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image037.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974579"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En esta ecuación se igualan entre sí los términos del mismo orden. Para los de primer orden se tiene:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:195.75pt;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image039.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974580"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si  $m = n$  se tiene:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:117.75pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image041.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974582"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que es el valor medio de la energía de perturbación en el estado no perturbado </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>n</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(0)</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La corrección de primer orden a la función de onda se encuentra a partir de la ecuación (4) cuando m </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>1</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> n:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image043.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974583"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La ecuación para términos de segundo orden:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1056" type="#\_x0000\_t75" style='width:3in;height:24.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image045.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1056" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974584"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>si m </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>1</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> n, de la ecuación anterior se deduce la corrección de segundo orden:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1057" type="#\_x0000\_t75" style='width:168pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image047.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><img width=224 height=44



src="teorpertindtiempo\_archivos/image048.gif" v:shapes="\_x0000\_i1057"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1057"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974585">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>c<sub>n</sub><sup>(1)</sup> y c<sub>n</sub><sup>(2)</sup> se obtienen de la condición de normalización: <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1058" type="#\_x0000\_t75" style='width:56.25pt;height:27.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image049.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1058"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974586">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si sustituimos en la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1059" type="#\_x0000\_t75" style='width:95.25pt;height:21pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image051.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1059"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974587">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>en la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1060" type="#\_x0000\_t75" style='width:107.25pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image052.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1060"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974588">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'>tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1061" type="#\_x0000\_t75" style='width:102.75pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image053.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1061" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974589"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Igualando:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1062" type="#\_x0000\_t75" style='width:165pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image055.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1062" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974590"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>c<sub>n</sub><sup>(1)</sup> y c<sub>n</sub><sup>(2)</sup> son arbitrarios ya que </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> está determinada salvo un factor de fase e<sup>ik</sup>, por lo que se puede suponer que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1063" type="#\_x0000\_t75" style='width:174pt;height:33.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image057.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1063" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974591"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><span style='mso-spacerun:yes'> </span><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>de c<sub>m</sub><sup>(2)</sup> tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

$$m = n$$

Si  $m = n$  en la ecuación

$$m = n$$

tenemos:

$$m = n$$

Por lo que la energía del sistema es:

$$m = n$$

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La ecuación para la función de onda perturbada del sistema es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1068" type="#\_x0000\_t75" style='width:140.25pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertindtiempo\_archivos/image066.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1068" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974596"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</td>

</tr>

</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

## 6.22. Mecánica Cuántica. Teoría de perturbaciones cuando existe degeneración

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

<meta name=ProgId content=Word.Document>

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

<link rel=File-List href="teorpertdegene\_archivos/filelist.xml">

<link rel=Edit-Time-Data href="teorpertdegene\_archivos/editdata.mso">

<link rel=OLE-Object-Data href="teorpertdegene\_archivos/oledata.mso">

<!--[if !mso]>

<style>

v\:\* {behavior:url(#default#VML);}

o\:\* {behavior:url(#default#VML);}

w\:\* {behavior:url(#default#VML);}

.shape {behavior:url(#default#VML);}

```

</style>
<![endif]-->
<title>TEORIA DE PERTURBACIONES CUANDO EXISTE DEGENERACION</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>HHMM</o:Author>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>4</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-24T23:24:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T01:05:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>340</o:Words>
 <o:Characters>1875</o:Characters>
 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
 <o:Lines>15</o:Lines>
 <o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>2211</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle

```

```

 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TEORIA DE PERTURBACIONES
CUANDO EXISTE DEGENERACION<span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La degeneración está siempre ligada a la simetría del hamiltoniano respecto a una determinada clase de

```

transformaciones de las coordenadas del sistema. Por lo general la perturbación no tiene la misma simetría, es por esto que el hamiltoniano que resulta no posee la misma simetría y sus niveles no serán degenerados.

&nbsp;

Después de aplicar la perturbación, un nivel de energía degenerado se desdobla en s niveles próximos. A cada uno de los cuales corresponde su función de onda que es combinación lineal de las funciones

$y$

$\text{nr}$

$0$

&nbsp;



teorperdegene\_archivos/image033.wmz

teorperdegene\_archivos/image002.gif

OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974327"

Supondremos que la perturbación es pequeña y buscaremos en primera aproximación de la teoría de perturbaciones los niveles energéticos próximos, o subniveles, en que se desdobra el nivel degenerado. Consideremos primero el caso de una degeneración de segundo orden y en este caso la ecuación anterior da

$$y = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4E_2}$$

Sustituyendo en la ecuación de Schrödinger

$$E = E_0 + E_2$$

Si

$$E = E_0 + E_2$$

se obtiene el sistema de ecuaciones homogéneas:

$$E = E_0 + E_2$$



</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para que tenga solución su determinante debe ser cero:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:126.75pt;height:33pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="teorperdegene\_archivos/image036.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974330">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>de donde:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:126.75pt;height:18.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="teorperdegene\_archivos/image037.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974331">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:198.75pt;height:30pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="teorperdegene\_archivos/image038.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974332">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Así el nivel degenerado se desdobra en dos <span class=SpellE>subniveles</span> que corresponden a los signos diferentes de la raíz.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si <o:p></o:p></span></p>

$$\text{teorpertdegene\_archivos/image039.wmz}$$

$$\text{teorpertdegene\_archivos/image014.gif}$$

$$\text{teorpertdegene\_archivos/image040.wmz}$$

$$\text{teorpertdegene\_archivos/image016.gif}$$

$$\text{teorpertdegene\_archivos/image041.wmz}$$

$$\text{teorpertdegene\_archivos/image018.gif}$$

$$\text{teorpertdegene\_archivos/image042.wmz}$$

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974336">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:66pt;height:24.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertdegene\_archivos/image043.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974337">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en la de <span class=SpellE>Schrödinger</span> se  
 tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:24.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertdegene\_archivos/image044.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974338">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:108pt;height:21pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertdegene\_archivos/image045.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974339">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si escribimos la energía E en la ecuación<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:122.25pt;height:24.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertdegene\_archivos/image046.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974340">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>se tiene que<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>E = E<sub>n</sub><sup>(0)</sup> + E<sup>(r)</sup></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:86.25pt;height:30.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertdegene\_archivos/image047.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974341">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Este sistema de ecuaciones <span class=SpellE>homogeneas</span> sólo tiene solución no trivial en el caso en que el determinante sea cero:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:170.25pt;height:63pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertdegene\_archivos/image048.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241974342">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La ecuación se llama ecuación secular y tiene s raíces. Resuelta para E<sup>(1)</sup> se encuentran para esa magnitud s valores, por lo que el n-ésimo nivel de energía se desdobra en s <span class=SpellE>subniveles</span>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:17.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="teorpertdegene\_archivos/image049.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
  <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041"
  DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974343">
  </o:OLEObject>
</xml><![endif]>--><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>si</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> las raíces son iguales
entre sí, sólo se rompe en parte la degeneración del sistema.<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

```

6.23. Mecánica Cuántica. Teoría de perturbaciones no estacionarias

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="teorpertnoest_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="teorpertnoest_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="teorpertnoest_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]>-->
<title>TEORÍA DE PERTURBACIONES NO ESTACIONARIAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>

```

```

<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-24T23:39:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T01:10:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>163</o:Words>
<o:Characters>901</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>7</o:Lines>
<o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1062</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}

```

```

@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TEORÍA DE PERTURBACIONES
NO ESTACIONARIAS</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>las perturbaciones no estacionarias son las que dependen
del tiempo, por lo que:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"

```

```

path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
  <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
  <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
  <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
  <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
  <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
  <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
  <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
  <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
  <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
  <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
  <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
  <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:39.75pt;
height:17.25pt' o:ole="">
  <v:imagedata src="teorperthnoest_archivos/image019.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
  <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
  DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974598">
  </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Supongamos que conocemos los estados estacionarios del
sistema no perturbado, es decir se conoce:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:87.75pt;height:24pt'
o:ole="">
  <v:imagedata src="teorperthnoest_archivos/image020.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
  <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
  DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974599">
  </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>que satisface la ecuación no perturbada:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:111pt;height:27.75pt'
o:ole="">
  <v:imagedata src="teorperthnoest_archivos/image021.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><img width=148 height=37

```


src="teorperthnoest_archivos/image006.gif" v:shapes="_x0000_i1027"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974600">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Sobre el sistema actúa una pequeña perturbación descrita por <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:23.25pt;height:18pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teorperthnoest_archivos/image022.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974601">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--. La función de onda del sistema perturbado y satisfice:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:80.25pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teorperthnoest_archivos/image023.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974602">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Un método de solución de la ecuación, lo desarrolló Dirac y se llama teoría de perturbaciones, o método de variación de constantes. Para la solución de la ecuación se representa por un desarrollo en funciones propias del problema perturbado:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:102pt;height:24.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teorperthnoest_archivos/image024.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--<![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974603">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Como las funciones de onda y_{k}^{(}^{0}(x, t)</sup>_{<![if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:80.25pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertnoest_archivos/image023.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974604">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>tenemos<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:159.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertnoest_archivos/image025.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974605">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>Integrando:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:114pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="teorpertnoest_archivos/image026.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974606">

```

</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>para la corrección de segundo orden:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:141.75pt;height:33pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teorpertnoest_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974607">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
</td>
</tr>
</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

```

6.24. Mecánica Cuántica. Teoría adiabática de las perturbaciones

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="teoadiabpturb_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="teoadiabpturb_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="teoadiabpturb_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>

```

```

<![endif]-->
<title>TEORIA ADIABATICA DE LAS PERTURBACIONES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
  <o:Author>HHMM</o:Author>
  <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
  <o:Revision>2</o:Revision>
  <o:TotalTime>19</o:TotalTime>
  <o:Created>2007-05-24T23:42:00Z</o:Created>
  <o:LastSaved>2007-05-30T01:03:00Z</o:LastSaved>
  <o:Pages>1</o:Pages>
  <o:Words>490</o:Words>
  <o:Characters>2695</o:Characters>
  <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
  <o:Lines>22</o:Lines>
  <o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
  <o:CharactersWithSpaces>3179</o:CharactersWithSpaces>
  <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
{mso-style-name:"";

```

```

        mso-spl-e:yes;}
span.GramE
        {mso-style-name:"";
        mso-gram-e:yes;}
@page Section1
        {size:612.1pt 792.1pt;
        margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
        mso-header-margin:36.0pt;
        mso-footer-margin:36.0pt;
        mso-paper-source:0;}
div.Section1
        {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
        {mso-style-name:"Tabla normal";
        mso-tstyle-rowband-size:0;
        mso-tstyle-colband-size:0;
        mso-style-noshow:yes;
        mso-style-parent:"";
        mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
        mso-para-margin:0cm;
        mso-para-margin-bottom:.0001pt;
        mso-pagination:widow-orphan;
        font-size:10.0pt;
        font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
  <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TEORIA ADIABATICA DE LAS
PERTURBACIONES</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En algunos casos la perturbación que actúa sobre un sistema
cuántico está ligada a una variación adiabática lenta de los parámetros de
que depende el estado del sistema. En el caso de una variación adiabática de

```

algunos parámetros que caracterizan el sistema, se puede desarrollar un método aproximado llamado teoría adiabática de perturbaciones. En esencia esta teoría se reduce al que el movimiento del subsistema rápido se considera en la primera aproximación, para coordenadas dadas del subsistema lento, lo que significa que estos dos movimientos son en cierto grado independientes.

Consideremos el movimiento de un sistema constituido por electrones y núcleos. La ecuación de Schrödinger

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \prod_{k=1}^N \frac{1}{r_{ij}^{1/2}} \frac{1}{r_{jk}^{1/2}} \frac{1}{r_{ki}^{1/2}}$$

</v:formulas>

<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>

<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>

<v:f eqn="prod @2 1 2"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @0 0 1"/>

<v:f eqn="prod @6 1 2"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

</v:formulas>

<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>

</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:237.75pt; height:33pt' o:ole="">

<v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image023.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974176">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

Aquí m y m son las masas de los electrones y de los núcleos respectivamente y U es el operador de energía de interacción de las partículas entre sí. Supongamos además que se puede encontrar una solución para la siguiente ecuación de Schrödinger

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \prod_{k=1}^N \frac{1}{r_{ij}^{1/2}} \frac{1}{r_{jk}^{1/2}} \frac{1}{r_{ki}^{1/2}}$$

id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:222pt;height:33pt' o:ole="">
<v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image024.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974177">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=right style='text-align:right'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>en<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> la cual admitimos que
los núcleos están fijos en los puntos <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>R_i. Resolver la anterior ecuación se remite a
determinar el carácter del movimiento de los electrones frente a núcleos en
reposo. Geométricamente la energía de los electrones En<span
class=Spelle><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_i
define a una determinada superficie en el espacio <b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_i llamada término
electrónico.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La solución de la ecuación<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:237.75pt;height:33pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image023.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974178">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>se representa como desarrollo en serie relativo al sistema
completo de funciones de onda <span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>y<sub><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>n</sub><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:125.25pt;height:24.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image025.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974179">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Sustituyendo la ecuación anterior en<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:237.75pt;height:33pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image023.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974180">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>y multiplicandola por <span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>m</sub><sup><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>*</sup><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>e
integrando respecto a las coordenadas de los electrones dV
= dV₁ dV₂
... Teniendo en cuenta la ecuación:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:192.75pt;height:17.25pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image026.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974181">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>se encuentra:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:384pt;height:33pt' o:ole="">
<v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image027.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><img width=512 height=44

src="teoadiabpturb_archivos/image010.gif" v:shapes="_x0000_i1031"><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974182">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>donde Ñ_{i} se calcula con relación a las <b style='mso-bidi-font-weight: normal'>R_i. Escribamos la ecuación anterior de la forma:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:204.75pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image028.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974183">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal>donde:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:260.25pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image029.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974184">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:6.75pt;height:15pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image030.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]><!--><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974185">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]> se
 llama operador no adiabático. Si se considera que <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:6.75pt;height:15pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image031.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974186">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]> es pequeño y se
 suprime en<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:260.25pt;height:33pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image029.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974187">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>cos <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>y</p>
 _{m}<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</sub><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>m</sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:179.25pt;height:33pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image032.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974188">
 </o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1038" type="#_x0000_t75" style='width:2in;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974189"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>La ecuación<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1039" type="#_x0000_t75" style='width:179.25pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image032.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974190"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>es una ecuación de Schrödinger. La función y_{m}(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r_{k}, <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_i), describe el movimiento de los electrones para los núcleos inmóviles. La ecuación<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1040" type="#_x0000_t75" style='width:2in;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974191"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>tiene sólo operadores que actúan sobre las coordenadas de los núcleos. Se puede considerar como ecuación de Schrödinger del subsistema pesado, el de los núcleos, y en este caso la energía del subsistema electrónico E_mR_i) representa el papel de energía potencial de los núcleos.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La función de onda total del sistema en _{<!--[if gte vml 1]><v:shape id=" _x0000_i1041" type="# _x0000_t75" style='width:6.75pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="teoadiabpturb_archivos/image034.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241974192"></o:OLEObject></xml><![endif]-->= 0 se puede representar como un producto de funciones de onda a_{m} y y_{m}, es decir como si ambos subsistemas funcionaran independientes.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>y = a_{m} (<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_i) y<sub><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>m</sub>(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r_k, <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_i)<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>En esta aproximación el subsistema electrónico sigue adiabáticamente el movimiento de los núcleos en el sentido de que al variar la posición de los núcleos <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_i, el subsistema formado por los electrones se mantiene en el mismo estado cuántico E_m, sin embargo su nivel de energía E_m varía en correspondencia con el movimiento de los núcleos.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 </td>
 </tr>
 </table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

6.25. Mecánica Cuántica. Aproximación de Born

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="aproxborn_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="aproxborn_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="aproxborn_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
```

```

<title>APROXIMACION DE BORN</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
  <o:DocumentProperties>
    <o:Author>HHMM</o:Author>
    <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
    <o:Revision>3</o:Revision>
    <o:TotalTime>7</o:TotalTime>
    <o:Created>2007-05-25T00:17:00Z</o:Created>
    <o:LastSaved>2007-05-29T23:16:00Z</o:LastSaved>
    <o:Pages>1</o:Pages>
    <o:Words>498</o:Words>
    <o:Characters>2740</o:Characters>
    <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
    <o:Lines>22</o:Lines>
    <o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
    <o:CharactersWithSpaces>3232</o:CharactersWithSpaces>
    <o:Version>10.2625</o:Version>
  </o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
  <w:WordDocument>
    <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
    <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
    <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
    <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
    <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
    <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
    <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
    <w:Compatibility>
      <w:BreakWrappedTables/>
      <w:SnapToGridInCell/>
      <w:WrapTextWithPunct/>
      <w:UseAsianBreakRules/>
    </w:Compatibility>
    <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
  </w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}

```

```

span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
    <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>APROXIMACION DE BORN</span></b><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>La sección eficaz de dispersión se puede calcular de forma
general en el caso en el cual el campo dispersor se puede considerar como una
perturbación, que corresponde al caso en que las fases son pequeñas, además
es necesario que estas fases se puedan calcular a partir de una ecuación de <span
class=SpellE>Schrödinger</span> en la que la energía potencial se considera

```

como una perturbación. Esto es posible con que se cumpla una de las condiciones:

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:50.25pt; height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="aproxborn_archivos/image001.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967771"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>o bien:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:86.25pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="aproxborn_archivos/image003.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967772"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>donde a es el radio de acción del campo U(r) y U es un orden de magnitud en el dominio fundamental de existencia del mismo. Si se cumple la primera condición, la aproximación considerada es aplicable cualquiera que sea la velocidad. En cambio, la segunda condición pone de manifiesto que es siempre aplicable para

velocidades suficientemente grandes.

Busquemos la función de onda en la forma

$$Y = Y_0 \cos(kx - \omega t)$$

donde

corresponde a la partícula incidente con vector de onda

así que:

id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:189pt;height:27.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="aproxborn_archivos/image007.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967774">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Si elegimos el centro dispersor como el origen de
 coordenadas, se introduce el vector de posición <b style='mso-bidi-font-weight:
 normal'>R₀ del punto de observación de <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>Y<sup><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(1)</sup><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y designamos
 a n' el versor del vector <b style='mso-bidi-font-weight:
 normal'>R₀. sea <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r
 el vector de posición del elemento de volumen dV,
 con lo que <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>R<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'> = <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R₀
 - <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r. <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>A grandes distancias del centro se tiene que <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>R<sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'>0</sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial'> >> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r'. <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>de modo que <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>R = <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>|<b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>R<sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>0</sub><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> - <b
 style='mso-bidi-font-weight:normal'>r<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;

mso-symbol-font-family:Symbol">| » <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R₀ - <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r × <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n'.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Sustituyendo en la ecuación<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:189pt;height:27.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="aproxborn_archivos/image009.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967775">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>tenemos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:156pt;height:30.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="aproxborn_archivos/image010.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967776">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal>donde <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>k' = k<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>es<span lang=ES-TRAD

el vector de onda de la partícula después de la dispersión. La amplitud de la dispersión será:

$$q = k \sin \theta$$

donde q es el módulo de la dispersión, k es el ángulo de dispersión, θ es el ángulo formado por k y k' , que es el ángulo de dispersión.

Si elevamos al cuadrado el módulo de la amplitud de dispersión, observamos la siguiente relación para la sección eficaz de dispersión en el elemento de ángulo sólido $d\Omega$:

<sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:120pt;height:29.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="aproxborn_archivos/image014.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967778">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Vemos así que la dispersión acompañada de una variación del
impulso igual a <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75"
style='width:9.75pt;height:14.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="aproxborn_archivos/image016.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso
9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1033"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967779">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]><!--<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>q viene
determinada por el cuadrado del módulo de la correspondiente componente de
Fourier del campo U. Esta es la aproximación de Born
en la teoría de colisiones.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>En esta aproximación se cumple la relación <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>f(<b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>k, <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>k') = f^{*}(<b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>k', <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>k)<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>entre<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> las amplitudes de los
procesos de dispersión directo e inverso, es decir, de los procesos que
difieren en la permutación de los impulsos inicial y final, sin cambiar sus
signos como ocurría en la inversión del tiempo. Se manifiesta así en la
dispersión una propiedad de simetría adicional que añade al teorema de
reciprocidad que es <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>f(<b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>n, <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n') = f(<b
style='mso-bidi-font-weight:normal'>n, <b style='mso-bidi-font-weight:
normal'>n)<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>o sea la coincidencia de las amplitudes de dos procesos de dispersión que resultan ser inversos en el tiempo. La inversión del tiempo permuta los estados inicial y final, y cambia los sentidos del movimiento de las partículas en sus opuestos.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Esta propiedad está íntimamente vinculada con el hecho de que el valor de la amplitud de dispersión es pequeño en la teoría de perturbaciones, y se sigue directamente de la condición de unilatariedad si se prescinde en ella del término integral cuadrático respecto de f¹¹</sup>¹</sup></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>El teorema de la untariedad para la dispersión es:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:176.25pt;height:27pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="aproxborn_archivos/image018.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967780">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 </td>
 </tr>
 </table>
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><o:p> </o:p></p>
 </div>
 </body>
 </html>

6.26. Mecánica Cuántica. Aproximación de Born-Oppenheimer

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"

```

xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="aproxbohroppenheimer_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="aproxbohroppenheimer_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="aproxbohroppenheimer_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>APROXIMACION DE BORN-OPPENHEIMER</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>17</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T00:01:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T23:13:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>398</o:Words>
<o:Characters>2192</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>18</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2585</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--

```

```

/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.SpellE
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}

span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}

@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}

div.Section1
    {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}

</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

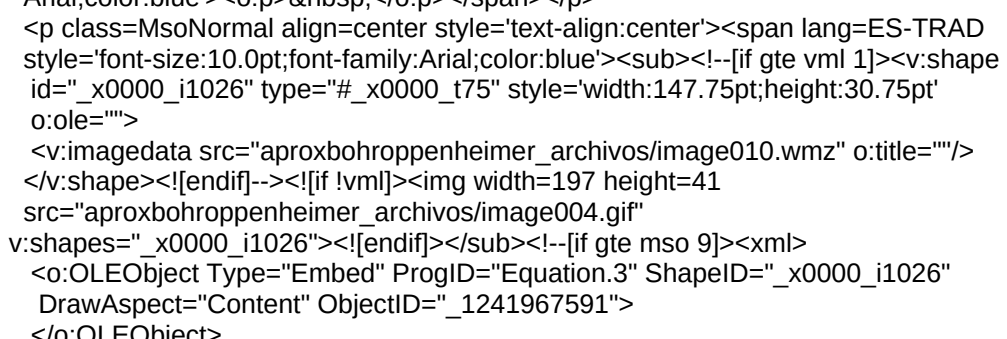
```


<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792 style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>APROXIMACION DE BORN-OPPENHEIMER<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>En los fundamentos de todos tratamientos mecánicos cuánticos de problemas moleculares está el hecho de que la gran disparidad de las masas electrónicas y nucleares, permite ampliamente separar el movimiento electrónico y nuclear. Tomemos la hamiltoniana total:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:168.75pt; height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="aproxbohroppenheimer_archivos/image009.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967590"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--> <o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>donde k corre sobre todos los núcleos, i sobre todos los electrones y las U's son energías potenciales que dependen de las posiciones de núcleos (n) y

electrones (e).

Si el núcleo estuviera clavado en posición como infinitamente masivo, la hamiltoniana sería:



y tendría funciones propias electrónicas

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x)$$

que satisfacen

$$H \psi_n = E_n \psi_n$$

=

dependen del parámetro U debido al término $U \psi_n$.

Como el núcleo está clavado el término U se considera como una constante aditiva en el hamiltoniano y no tendrá efecto en

pero se sumará directamente a la energía E . Así que el hamiltoniano total será:

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(r)$$

Lo que Born y Oppenheimer realizaron fue demostrar que como M es pequeño, se puede considerar a H como una pequeña perturbación. La posible expansión de parámetros nos lleva a que

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(r)$$

donde M es la masa promedio de los núcleos. Si se consideran sólo pequeños desplazamientos del núcleo, de la configuración de equilibrio, los términos lineales en k son cero para definir la configuración de equilibrio. Los términos cuadráticos nos dan la energía vibracional, los términos cúbicos son cero y los términos de cuarto orden dan la energía rotacional y algunas correcciones a la energía vibracional.

En el orden cero la aproximación a las funciones propias, ya que una función propia total aproximada de H se escribe como un simple producto

$$y = \frac{y}{n}$$

<o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>donde y_{e}y_{n}<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>donde y_{e}y_{n}(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_i<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_k es la función propia de H_e, y y_{n}(<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_k depende sólo de <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_k.</p>
 De esta forma obtenemos la ecuación:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:99.75pt;height:15pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="aproxbohroppenheimer_archivos/image012.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967593">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD

esta ecuación de Schrödinger

para

esta ecuación de Schrödinger para el estado internuclear.

Esta separación del problema es físicamente muy razonable, los ligeros electrones orbitan alrededor muy rápidamente comparado con el movimiento del núcleo pesado, y se puede resolver en forma aproximada considerando al núcleo fijo. Luego se incluye la energía de este movimiento electrónico en el potencial efectivo para el movimiento cuasiestático del núcleo.

tiende rápidamente a cero si R está desplazado por una distancia del orden de las distancias internucleares.

6.27. Mecánica Cuántica. Campo autoconsistente (Método de Fok)

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">
```

```
<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
```

```

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="camoautoconsist_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="camoautoconsist_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="camoautoconsist_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>CAMPO AUTOCONSISTENTE (METODO DE FOK)</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>2</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T00:25:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T23:23:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>432</o:Words>
<o:Characters>2378</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>19</o:Lines>
<o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>2805</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;

```

```

        text-align:justify;
        mso-pagination:widow-orphan;
        mso-layout-grid-align:none;
        punctuation-wrap:simple;
        text-autospace:none;
        font-size:12.0pt;
        mso-bidi-font-size:10.0pt;
        font-family:"Times New Roman";
        mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
        mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
  <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>

```

CAMPO AUTOCONSISTENTE (METODO DE FOK) La ecuación de Schrödinger para los átomos que contienen más de un electrón no se puede resolver de un modo directo. Debido a esto cobran valor los métodos aproximados para el cálculo de las energías y funciones de onda de los estados estacionarios de los átomos. El más importante de estos métodos es el llamado método del campo autoconsistente. La idea central del método consiste en considerar que cada uno de los electrones del átomo se mueve en un campo autoconsistente creado por el núcleo junto con los demás electrones. Tomemos por ejemplo al átomo de helio, limitándonos a aquellos términos del mismo en los que ambos electrones se encuentran en estado s. En estas condiciones también los estados de todo el átomo serán estados s. Sean ψ_1 ψ_2 las funciones de onda de los electrones en los estados s. estas funciones dependen sólo de las distancias r_1 y r_2 entre los electrones y el núcleo. La función de onda $\psi = \psi_1 \psi_2$ del átomo como un todo se representa por el producto simétrico $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 \psi_2 + \psi_2 \psi_1)$

$\psi = 1$, para helio y $\psi = 0$ respectivamente. Consideremos el caso del helio. Las funciones de onda de los electrones en el átomo de helio se pueden suponer ortogonales entre sí, ya que en el caso antisimétrico $\psi = 0$ se sustituye por $\psi = 0$.

Veamos como se puede determinar una función de la forma $\psi = A \sin(kr)$ que resulte ser la mejor aproximación de la función de onda real del átomo. Para ello es natural partir del principio variacional, considerando en él como funciones admisibles tan sólo funciones de la forma $\psi = A \sin(kr)$. Es posible obtener la ecuación de Schrödinger a partir del principio variacional.

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:99.75pt; height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="camoautoconsist_archivos/image011.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241968190"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>con la condición de que:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:78pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="camoautoconsist_archivos/image012.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241968191"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>La variación conduce a:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:114.75pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="camoautoconsist_archivos/image013.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241968192"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>de donde se sigue que para una variación arbitraria de la función de onda y, la ecuación de Schrödinger ordinaria. En cambio en el método de campo autoconsistente se sustituye la última ecuación en la ecuación antisimétrica para y y se aplica la variación a las funciones y_{1}(r₁y y_{2}(r₂</sub>y_{1}(r₁y y_{2}(r₂</sub> por separado, es decir se busca el extremo de la integral con relación a las funciones y_{1}(r₁y y_{2}(r₂</sub> por separado de la forma antisimétrica y como resultado se obtiene naturalmente un valor propio de la energía que no es exacto, como tampoco lo es la función de onda, pero sí, la mejor de todas las funciones que se pueden representar en dicha forma.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>El hamiltoniano del átomo de helio se escribe como:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:144.75pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="camoautoconsist_archivos/image014.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241968193"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Sustituyendo la antisimetría en la ecuación de variación, efectuando la variación e igualando a cero los coeficientes de dy_{1} y dy_{2} en el integrando, se obtiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:129pt;height:65.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="camoautoconsist_archivos/image015.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241968194"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

</td>

</tr>

</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

6.28. Mecánica Cuántica. Método de Hatree-Fock

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="methatree-fock_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="methatree-fock_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="methatree-fock_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>METODO DE HATREE-FOCK</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>4</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T00:27:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:04:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>474</o:Words>
<o:Characters>2612</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>21</o:Lines>
<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3080</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
```

```

<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
  <w:BreakWrappedTables/>
  <w:SnapToGridInCell/>
  <w:WrapTextWithPunct/>
  <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";

```

mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}

</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<p><table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792 style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'> <tr ><br="" style="mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes"></tr> <td ><br="" style="padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt"></td> <p class="MsoNormal"><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>METODO DE HATREE-FOCK<o:p></o:p></p> <p ><o:p>&nbsp;<="" class="MsoNormal><span" lang="ES-TRAD" o:p><="" p><br="" span><="" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"></p> <p >la="" a="" aproximación="" campo="" carga="" cero="" class="MsoNormal><span" considera="" consiste="" creado="" de="" del="" densidad="" el="" electrones="" electrones.<o:p><="" electrostático="" en="" encuentran="" este="" funciones="" idea="" independientemente="" la="" lang="ES-TRAD" las="" lo="" los="" medio="" mueven="" método="" núcleo.="" o:p><="" onda="" orden="" otros="" p><br="" partir="" por="" que="" se="" siguiente:="" span><="" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue" todos="" unos="" y=""></p> <p ><o:p>&nbsp;<="" class="MsoNormal><span" lang="ES-TRAD" o:p><="" p><br="" span><="" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"></p> <p >en="" <span="" a="" admite="" aproximación="" aproximación.="" así="" cada="" campo="" campo,="" carga="" class="Spelle>Schrödinger" corrección="" correspondiente="" creado="" da="" de="" del="" distribución="" ecuación="" el="" electrones="" en="" encontrar="" es="" este="" función="" introducimos="" la="" lang="ES-TRAD" los="" mueve="" nuevo="" núcleo,="" o:p><="" onda="" p><br="" por="" posible="" primera="" que="" resolvemos="" restantes.="" schrödinger="" se="" segunda="" si="" siguiente="" solución="" span><="" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue" sucesivamente.<o:p><="" todos="" uno="" y=""></p> <p ><o:p>&nbsp;<="" class="MsoNormal><span" lang="ES-TRAD" o:p><="" p><br="" span><="" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"></p> <p >para="" <="" <span="" ambos="" aproximación="" autoconsistente="" campo="" cero,="" class="GramE>idénticas" con="" condición="" consideraremos="" cuenta="" de="" del="" describen="" ecuación="" el="" electrones="" electrones.="" en="" estado="" funciones="" función="" helio="" la="" lang="ES-TRAD" obtener="" onda="" orden="" p="" p><="" por="" principio="" reales="" s.="" se="" simetría="" sistema="" span><="" style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue" sus="" tampoco="" tendremos="" utilizaremos="" variacional.="" átomo=""> </p></p></p>	

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y, y la función de onda del átomo tiene la forma, y = y_{1} y_{2}. En esta aproximación las funciones y_{1} y y_{2} se varían independientemente una de otra para aplicar el principio variacional. Cuando dy_{2} = 0 se obtiene:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:306.75pt; height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="methatree-fock_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970630"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>Como dy_{1} es arbitraria:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:101.25pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="methatree-fock_archivos/image026.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970631"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Dado el valor de H para un sistema de dos electrones con el núcleo en reposo:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:198.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="methatree-fock_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><![if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970632"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>se obtiene.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:156.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="methatree-fock_archivos/image028.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><![if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970633"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>En la energía potencial del electrón uno aparece un término adicional:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:143.25pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="methatree-fock_archivos/image029.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]--><![if !vml]><!--[endif]-->}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970634"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:153pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="methatree-fock_archivos/image032.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970637"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>Sustituyendo en:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:117pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="methatree-fock_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970638"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>y variando independientemente una de otra las funciones de onda y_{1}y y_{2 }se tiene:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:270.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="methatree-fock_archivos/image034.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970639"></o:OLEObject></xml><![endif]><!--<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

class=SpellE>Hartree consiste en la aparición de integrales de intercambio, es decir, de términos de la forma c^{12} .</p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p></td></tr></table><p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p></div></body></html>

6.29. Mecánica Cuántica. Método de Thomas-Fermi

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="metthomasfermi_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="metthomasfermi_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="metthomasfermi_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>METODO DE THOMAS-FERMI</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>5</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T00:31:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-30T00:06:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>787</o:Words>
<o:Characters>4334</o:Characters>
```

```

<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>36</o:Lines>
<o:Paragraphs>10</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>5111</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
  <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
  <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
  <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
  <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
  <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
  <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
  <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
  <w:Compatibility>
    <w:BreakWrappedTables/>
    <w:SnapToGridInCell/>
    <w:WrapTextWithPunct/>
    <w:UseAsianBreakRules/>
  </w:Compatibility>
  <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
p.style1, li.style1, div.style1
{mso-style-name:style1;
mso-margin-top-alt:auto;
margin-right:0cm;
mso-margin-bottom-alt:auto;
margin-left:0cm;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:Arial;
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
color:red;}
span.style11
{mso-style-name:style11;
mso-ansi-font-size:10.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;

```



```

        font-family:Arial;
        mso-ascii-font-family:Arial;
        mso-hansi-font-family:Arial;
        mso-bidi-font-family:Arial;
        color:red;}
span.SpellE
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>METODO                DE                THOMAS-
FERMI</span></b></p>

```

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>En la base de este método se encuentra el hecho de que en los átomos complejos, con un gran número de electrones, la mayoría de ellos poseen números cuánticos principales relativamente altos, en estas condiciones es aplicable la aproximación cuasiclásica. Podemos entonces aplicar a los estados de los electrones individuales del átomo el concepto de celdas en el espacio de las fases. El concepto de celda proviene de la regla de cuantización de
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:84.75pt; height:30.75pt' o:ole=""><v:image data src="metthomasfermi_archivos/image024.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><!--[endif]></p></p>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970775"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>La integral es el área limitada por la trayectoria cerrada clásica en el espacio de las fases de la partícula, dividiendo esta en celdas de área _{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:20.25pt;height:12.75pt' o:ole=""><v:image data src="metthomasfermi_archivos/image025.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><!--[endif]></p></p>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970776">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--> cada una, se tiene
 en total n celdas. Pero n es el número de estados cuánticos con energías que
 no superan el valor dado de la energía que corresponde a la trayectoria
 considerada en el espacio fase. Se puede decir que en el caso cuasiclásico a
 cada estado cuántico corresponde una celda de área <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:20.25pt;height:12.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="metthomasfermi_archivos/image026.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970777">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--> en el espacio de las
 fases.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>El volumen en el espacio de las fases que corresponden a
 los electrones cuyo impulso es menor que p , y que se encuentran en el
 elemento de volumen dV del espacio físico, es igual
 a $4/3$ <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'> p <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'> r <sup><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 3 </sup><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> dV . A
 este volumen le corresponden 4 <span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:
 Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
 family:Symbol'> p <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'> r <sup><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 3 </sup><span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> $dV/3(2$ <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'> p <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>)^{3} celdas.
 Es decir, este es el número de estados posibles en los que se pueden
 encontrar simultáneamente no más de p ^{3}/ 3 <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;

$$p = \frac{2}{3} n \frac{h^2}{2m} = \frac{2}{3} n \frac{h^2}{2m} = \frac{2}{3} n \frac{h^2}{2m}$$

mso-symbol-font-family:Symbol'>p^{2} dV electrones, dos en cada celda con spin opuesto. En el estado normal del átomo los electrones que se encuentran en cada elemento de volumen dV deben de llenar las celdas que corresponden a un impulso desde cero hasta un cierto valor máximo p y la energía cinética de los electrones tendrá entonces en cada punto, el menor valor posible. Si el número de electrones en el volumen dV se escribe ndV , donde n es la densidad del número de electrones, se puede afirmar que el número máximo del impulso de los electrones en cada punto, está ligado con n por la relación $p = n \frac{h^2}{2m}$

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>p₀³p^{2} = $n \cdot p$ </p>

<p class=MsoNormal>$p = n \cdot \frac{h^2}{2m}$</p>

<p class=MsoNormal>El valor máximo de la energía cinética de los electrones en un punto en el que la densidad electrónica sea n , será:$p = n \cdot \frac{h^2}{2m}$</p>

<p class=MsoNormal>$p = n \cdot \frac{h^2}{2m}$</p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>$p = n \cdot \frac{h^2}{2m}$</p>

<v:imagedata src="metthomasfermi_archivos/image027.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970778">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]-->$p = n \cdot \frac{h^2}{2m}$</p>

<p class=MsoNormal>$p = n \cdot \frac{h^2}{2m}$</p>

<p class=MsoNormal>Sea $p = n \cdot \frac{h^2}{2m}$(r) el potencial electrostático que tomamos igual a cero en el infinito. La energía total del electrón es $(\frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r})$

$p = n \cdot \frac{h^2}{2m}$). La energía total de

cada electrón debe de ser negativa, de no serlo, éste escaparía al infinito.

Sea ϕ el potencial en cada punto, así:

$$\frac{1}{2} p^2 = 0$$

la máxima energía total del electrón en cada punto, así:

$$\frac{1}{2} p^2 = 0$$

Igualando las dos ecuaciones tenemos que:

$$\frac{1}{2} p^2 = 0$$

liga la densidad electrónica y el potencial en cada punto del átomo. La ecuación

$$\frac{1}{2} p^2 = 0$$

determina el límite del átomo. Fuera de una distribución central de cargas cuya carga total es cero, no existe campo, por lo que en la frontera de un átomo neutro

debe ser f = 0, y para un ion f_{0} ¹ 0.<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>Consideremos el átomo neutro, entonces f_{0} = 0. Según la ecuación de Poisson se tiene que Df = 4pn, por lo que:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:59.25pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="metthomasfermi_archivos/image029.wmz" o:title=""></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970780"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

que es la ecuación fundamental de Thomas-Fermi.

La distribución del campo en el estado normal de un átomo se determina como solución, con simetría esférica, de esta ecuación que satisface las condiciones de contorno. Para r al ∞ del núcleo, o sea $r = 0$, el campo se reduce al coulombiano del núcleo, o sea $\frac{1}{r^2}$ z, y para $r \rightarrow \infty$ se reduce al campo de un dipolo eléctrico $\frac{1}{r^3}$.

Se cambia r por $\frac{1}{r}$, por lo que:

o:ole="">
 <v:imagedata src="metthomasfermi_archivos/image030.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970781">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>así:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1032" type="#_x0000_t75" style='width:111pt;height:48.75pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="metthomasfermi_archivos/image031.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970782">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>de esto obtenemos la ecuación:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:57.75pt;height:30pt'
 o:ole="">
 <v:imagedata src="metthomasfermi_archivos/image032.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970783">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Con las condiciones de contorno: <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>c<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 1 para x = 0 y <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>c<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = 0 para x <span
 class=GramE>= <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>¥</p>

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>En el modelo de Thomas-Fermi el átomo no tiene fronteras y se extiende hasta el infinito, y el potencial <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>f(r) = z/(r - 1.80z^{1/3}).<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>El primer término es el potencial de campo del núcleo, y el segundo es el potencial creado por los electrones en el origen de coordenadas.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>La densidad del electrón será: <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:65.25pt;height:48.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metthomasfermi_archivos/image033.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970784"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75" style='width:72.75pt;height:36.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metthomasfermi_archivos/image034.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970785"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Vemos que en el modelo de Thomas-Fermi la distribución de la densidad de carga presenta la misma forma en los diferentes átomos, representando el papel de parámetro de longitud característico.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La ecuación de Thomas-Fermi deja de ser aplicable tanto a distancias muy pequeñas del núcleo, como demasiado grandes, y su dominio de aplicación es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75" style='width:39.75pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="metthomasfermi_archivos/image035.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241970786"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>ya que a distancias menores la aproximación cuasiclásica deja de ser aplicable, así como en muchos complejos para grandes valores de r, ya que u, la longitud de onda de De´ Broglie del electrón, pasa a ser del orden de esta misma distancia que viola la condición del carácter cuasiclásico.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Con este método se puede calcular la energía total de ionización E, es decir la energía necesaria para separar todos los electrones del átomo neutro. Para lo anterior se calcula la energía electrostática de la distribución de Thomas-Fermi que corresponde a las cargas en el átomo. La energía total que se busca será igual a la mitad de esta energía electrostática, ya que en un sistema de partículas que interactúan entre sí según la ley de Coulomb, la energía cinética media es igual, de acuerdo con el teorema del virial, a la mitad de la energía potencial media con signo contrario.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La ecuación de Thomas-Fermi no toma en cuenta la interacción de intercambio entre electrones.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

</td>

</tr>

</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

6.30. Mecánica Cuántica. La aproximación de Rayleigh-Ritz

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

<meta name=ProgId content=Word.Document>

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

<link rel=File-List href="aproxrayleigh_archivos/filelist.xml">

<link rel=Edit-Time-Data href="aproxrayleigh_archivos/editdata.mso">

<link rel=OLE-Object-Data href="aproxrayleigh_archivos/oledata.mso">

<!--[if !mso]>

<style>

v\:* {behavior:url(#default#VML);}

o\:* {behavior:url(#default#VML);}

w\:* {behavior:url(#default#VML);}

.shape {behavior:url(#default#VML);}

</style>

<![endif]-->

<title>LA APROXIMACION DE RAYLEIGH-RITZ</title>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:DocumentProperties>

<o:Author>HHMM</o:Author>

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

<o:Revision>2</o:Revision>

<o:TotalTime>5</o:TotalTime>

<o:Created>2007-05-25T00:35:00Z</o:Created>

<o:LastSaved>2007-05-29T23:18:00Z</o:LastSaved>

<o:Pages>1</o:Pages>

<o:Words>472</o:Words>

<o:Characters>2599</o:Characters>

<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>

<o:Lines>21</o:Lines>

<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>

<o:CharactersWithSpaces>3065</o:CharactersWithSpaces>

<o:Version>10.2625</o:Version>

</o:DocumentProperties>

</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

<w:WordDocument>

<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>

<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>

<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>

```

<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
  <w:BreakWrappedTables/>
  <w:SnapToGridInCell/>
  <w:WrapTextWithPunct/>
  <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}
span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}
@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;

```

mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}

</style>
 <![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
 </xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
 </o:shapelayout></xml><![endif]-->
 </head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792 style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'> <tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'> <td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'> <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>LA APROXIMACION DE RAYLEIGH-RITZ<o:p></o:p></p> <p class=MsoNormal><o:p>&nbsp;</o:p></p> <p class=MsoNormal>Existe una diferencia significativa en el problema de obtener soluciones aproximadas de la ecuación de Schrödinger para estados acotados al compararlos con los estados continuos. En el último caso el problema es encontrar la función de estado estacionario para alguna energía preasignada en el continuo. En esta forma se puede determinar la energía discreta. Este es un método variacional que optimiza la determinación aproximada de la energía del estado discreto, al menos para el menor de los pocos de estos estados.<o:p></o:p></p> <p class=MsoNormal><o:p>&nbsp;</o:p></p> <p class=MsoNormal>Considérese la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo, Hy<sub>E</sub> = Ey<sub>E</sub> para algún sistema descrito por alguna hamiltoniana H. Si multiplicamos por <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>E</sub><sup><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>*</sup><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> e
integrarnos sobre el espacio, tenemos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:1in;
height:41.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="aproxrayleigh_archivos/image016.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967873">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Esta funci3n es una identidad para la funci3n propia de H
correcta. Nuestro problema para estados acotados es que nunca se conoce E.
Consideremos alguna aproximaci3n a <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>y<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>E</sub><span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, <span
class=GramE>digamos <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:

Symbol'>y. Si sustituimos y_{E} por y en la ecuación anterior, obtenemos alguna aproximación a E, digamos E', por lo que E' está definida por y y y^{*} físicamente admisibles por:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:65.25pt;height:41.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="aproxrayleigh_archivos/image017.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967874"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>Es evidente que E' se puede interpretar como un valor de expectación de la hamiltoniana para el estado aproximado y.<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal>La energía es estacionaria con respecto a variaciones

arbitrarias e independientes de y y y^{*} alrededor de los valores verdaderos.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Elegimos una clase de funciones arbitrarias y que incluye la función verdadera. Una forma general de hacerlo es introducir la familia de un parámetro, y = y_{E} + af, que sólo expresa la desviación de y del valor de verdad y_{E} como <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;

[illegible]

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Las propiedades estacionarias valen igual si y^{*} no es el complejo conjugado de y, pero es totalmente independiente de la función que se elija. La ecuación para E' es:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:245.25pt;height:21pt' o:ole=""><v:imagedata src="aproxrayleigh_archivos/image018.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967875"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>donde:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:84pt;height:15pt' o:ole=""><v:imagedata src="aproxrayleigh_archivos/image019.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967876"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></p><p class=MsoNormal>de aquí:<o:p></o:p></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:90.75pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="aproxrayleigh_archivos/image020.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241967877"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></p>

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j físicamente razonable como función prueba. El cálculo de E' nos da una estimación óptima de la energía correcta E. En forma más sistemática se introduce una función prueba que explícitamente depende de algún conjunto de parámetros libres. Se calcula E como una función de estos parámetros empleando la ecuación anterior. Luego hacemos E' estacionaria diferenciándola respecto de cada parámetro en turno e igualando a cero la derivada. La solución del conjunto de ecuaciones simultáneas en los parámetros desconocidos nos da un valor aproximado de la energía. Este es el mejor valor que se puede obtener con una función de prueba elegida en la forma inicial.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 </td>
 </tr>
 </table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align: auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>
 </div>
 </body>
 </html>

6.31. Mecánica Cuántica. Coeficientes de Klebsch-Gordan

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="coefklebschgordan_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="coefklebschgordan_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="coefklebschgordan_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>COEFICIENTES DE KLEBSCH-GORDAN</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
```

```

<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T00:39:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T23:41:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>468</o:Words>
<o:Characters>2574</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>21</o:Lines>
<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3036</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}

```

```

@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>COEFICIENTES DE
KLEBSCH-GORDAN</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Estudiaremos el problema de como construir la unción de
onda de un sistema con un valor dado del momento cinético total a partir de
las funciones de onda de las dos partículas que lo constituyen. Consideremos
el caso más simple, el de la composición de dos momentos angulares cuya
resultante es nula. En este caso debe ser  $J_{1z} = J_{2z}$  y las
proyecciones de los momentos cinéticos son tales que  $m_{1z} = -m_{2z}$ .
Sean </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;

```

mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">y_{jm} las funciones de onda normalizadas de los estados de una partícula con momento cinético J y proyección m. La función de onda y_{0} que se busca del sistema es una suma de productos de funciones de onda de ambas partículas con valores opuestos de la forma.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>_{<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:135.75pt; height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="coefklebschgordan_archivos/image022.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]>}<!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969269"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>Los coeficientes que aparecen en la suma deben ser iguales en valor absoluto por el hecho de que todos los valores de las proyecciones deben de ser igualmente probables. La ecuación anterior es un escalar, por lo que el momento total del sistema es cero.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">Consideremos un sistema con momento cinético total cero, formado por tres partículas con momentos cinéticos J_1 , J_2 , J_3 y proyecciones de las mismas m_1 , m_2 , m_3 .

La condición de que el momento cinético total sea cero, implica que $m_1 + m_2 + m_3 = 0$ y que J_1 , J_2 , J_3 deben de ser los lados de un triángulo. En otras palabras cada uno de ellos no es menor que la diferencia, ni mayor que la suma de los otros dos.

₁

₂ ₃

<OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969270">

</OLEObject>

</xml><!--<p></p></p>

<p class=MsoNormal><p> </p></p>

<p class=MsoNormal>La función de onda del sistema considerado tiene la forma de una suma:<p></p></p>

<p class=MsoNormal><p> </p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>₁<!--[if gte vml 1]><v:shape id=" _x0000_i1027" type="# _x0000_t75" style='width:195pt;height:33pt' o:ole="">

<v:imagedata src="coefklebschgordan_archivos/image024.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<!--[endif]><p></p></p>

<p class=MsoNormal><p> </p></p>

<p class=MsoNormal>Los coeficientes de esta ecuación se llaman símbolos ψ_j de Wigner. La permutación de las columnas de un símbolo ψ_j o lo deja invariante, o lo cambia de signo, y no cambia en una permutación cíclica de sus columnas. los símbolos ψ_j tienen la propiedad:<p></p></p>

<p class=MsoNormal><p> </p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'>₁<!--[if gte vml 1]><v:shape id=" _x0000_i1028" type="# _x0000_t75" style='width:192.75pt;height:33pt' o:ole="">

<v:imagedata src="coefklebschgordan_archivos/image025.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<!--[endif]><p></p></p>

DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969272">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>cambian de signo al permutar dos columnas si $J_1 + J_2 + J_3$ es impar. Además vemos que:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75" style='width:216.75pt;height:33pt' o:ole="">
<v:imagedata src="coefklebschgordan_archivos/image026.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969273">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>El cambio de signo de la componente z de todos los momentos cinéticos se puede ver como el resultado de la rotación de ángulo p en torno al eje y.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal>Consideremos el conjunto de las partículas 1 y 2 como un sólo sistema, y el momento J de este sistema se compone con el de la partícula J_3 dando lugar a un momento resultante nulo, $J = J_3$, $m = -m_3$, y así:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:135.75pt;height:32.25pt' o:ole="">
<v:imagedata src="coefklebschgordan_archivos/image027.wmz" o:title="">
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969274">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>

<v:imagedata src="coefklebschgordan_archivos/image031.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="_x0000_i1034"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969278">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'>Los coeficientes <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1035"
 type="#_x0000_t75" style='width:29.25pt;height:18pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="coefklebschgordan_archivos/image032.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
 gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="_x0000_i1035"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241969279">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]--> son los coeficientes
 de Klebsch-<span
 class=Spelle>Gordan. <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>estos<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> coeficientes de <span
 class=Spelle>Klebsch-Gordan constituyen la
 matriz de transformación del sistema ortonormal
 completo de los $(2J+1)(2J+1)$ funciones de onda de
 los estados con valores determinados m_1 , m_2 al mismo
 sistema de funciones con valores determinados J , m . <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
 Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 </td>
 </tr>
 </table>
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
 auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span
 style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p> </o:p></p>
 </div>
 </body>
 </html>

6.32. Mecánica Cuántica. Molécula diatómica

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
 xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"

```

xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="moldiatomica_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="moldiatomica_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="moldiatomica_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>MOLECULA DIATOMICA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T00:43:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T00:46:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>1394</o:Words>
<o:Characters>7671</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>63</o:Lines>
<o:Paragraphs>18</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>9047</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */

```

```

p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
    {mso-style-parent:"";
    margin:0cm;
    margin-bottom:.0001pt;
    text-align:justify;
    mso-pagination:widow-orphan;
    mso-layout-grid-align:none;
    punctuation-wrap:simple;
    text-autospace:none;
    font-size:12.0pt;
    mso-bidi-font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";
    mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
    mso-ansi-language:ES-TRAD;}

span.Spelle
    {mso-style-name:"";
    mso-spl-e:yes;}

span.GramE
    {mso-style-name:"";
    mso-gram-e:yes;}

@page Section1
    {size:595.3pt 841.9pt;
    margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
    mso-header-margin:35.45pt;
    mso-footer-margin:35.45pt;
    mso-paper-source:0;}

div.Section1
    {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}

</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>MOLECULA DIATOMICA</span></b><span

```

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>En la teoría de las moléculas se emplean métodos aproximados, y representa un papel fundamental el hecho que las masas de los núcleos son muy grandes comparadas con la de los electrones. Dada esta diferencia entre las masas, las velocidades del movimiento de los núcleos en la molécula son pequeñas respecto de la de los electrones. Esto nos da la posibilidad de considerar el movimiento electrónico suponiendo los núcleos en reposo y situados a distancias dadas unos de otros. Al determinar los niveles de energía U_n del sistema se encuentran los términos electrónicos de la molécula. Estos términos no son números sino funciones de ciertos par´metros (la distancia entre los núcleos de la molécula). En la energía U_n se incluye también la energía electrost´tica de la interacción de los núcleos entre sí, de forma tal que U_n es por sí la energía total de la molécula para una distribución dada de los núcleos en reposo.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La hamiltoniana de una molécula diatómica es:<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">

<v:stroke joinstyle="miter"/>

<v:formulas>

<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>

<v:f eqn="sum @0 1 0"/>

<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>

<v:f eqn="prod @2 1 2"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @0 0 1"/>

<v:f eqn="prod @6 1 2"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>

<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>

<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>

<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

</v:formulas>

<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>

</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:296.25pt; height:33pt' o:ole="">

<v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image001.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]>

<![if !vml]>

<![endif]>

</sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541322">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>M₁ y M₂ son las masas de los núcleos, m la masa del
 electrún, r_k los vectores de posiciún de
 los electrones y R_i los vectores de posiciún de
 los núcleos. La energía potencial U(<span
 class=Spelle><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>r_k, <span
 class=Spelle><b style='mso-bidi-font-weight:normal'>R_i) incluye la
 interacciún de los electrones con los núcleos, de los electrones entre sí y de
 los núcleos uno con otro. Dada la relaciún de las velocidades<span style='mso-
 spacerun:yes'> entre núcleos y electrones se emplea la
 aproximaciún adiabática. La funciún de onda del sistema es de la
 forma:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:99.75pt;height:15pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image003.wmz" o:title="">
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541323">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>Empleando las ecuaciones de la teoría de perturbaciones adiabáticas,
 tenemos para <span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
 mso-symbol-font-family:Symbol'>y<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:222.75pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image005.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1027"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541324">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>para<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1028" type="#_x0000_t75" style='width:204.75pt;height:33pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image007.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1028"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541325">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>La ecuación para <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>y<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <span
 class=SpellE>describ el movimiento de los electrones en el uso de núcleos
 inmóviles. La magnitud _n<span
 class=SpellE>R_i) determina los niveles de energía del sistema cuando
 los núcleos están en reposo y se encuentran a una distancia fija el uno del otro. La
 energía E_n para una distancia dada entre núcleos se llama
 término electrónico.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>La ecuación para <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'>a<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> describe el movimiento de los
núcleos. La magnitud E_n<span
class=SpellE>R_i) significa la energía potencial de los núcleos.
De esta ecuación se ve que la energía total de los núcleos E depende del
estado de la parte electrónica del sistema, o sea el término
electrónico.</o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Primero encontraremos las magnitudes que conmutan con el operador de Hamilton
<sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1029" type="#_x0000_t75"
style='width:15pt;height:18pt' o:ole="">
<v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1029"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541326">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
, en otras palabras determinaremos las magnitudes que tienen <span
class=SpellE>simultaneamente valores definidos en los estados estacionarios del sistema.
El campo de la molécula diatómica tiene simetría cilíndrica, y el eje
de simetría es la recta que une ambos núcleos y que sea z. En una rotación
de ángulo y respecto de z, no cambia la energía potencial de interacción de
los electrones con los núcleos, como tampoco la de los electrones entre sí, o sea
que el operador hamiltoniano del sistema de electrones
es:</o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
<!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1030" type="#_x0000_t75" style='width:92.25pt;height:30.75pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image011.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1030"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541327">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->

<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal>y no depende del acimut j. <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>De esto se ve que se conserva la proyección del momento total de los electrones sobre el eje de la molécula. Si no se considera la interacción spin- óbita que es muy pequeña, se conserva la proyección del momento orbital de los electrones sobre dicho eje. Los estados de los electrones se clasifican de acuerdo con los valores propios del operador L_z. Los valores propios de la proyección del momento cinético orbital de los electrones sobre el eje de la molécula se denominan por L. Cuando se tienen estados con L = 0, 1, 2, se llaman S, P, D. <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Otra magnitud que se conserva en el sistema de electrones de una molécula es el spin total de los mismos s. En la clasificación de un término electrónico de una molécula, la multiplicidad (2s + 1) se indica en la forma ^{2s + 1}L. <o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Una reflexión de las coordenadas de los electrones sobre cualquier plano que pase por los dos núcleos de la molécula, hace que <sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape
 id="_x0000_i1031" type="#_x0000_t75" style='width:15pt;height:18pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image013.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1031"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541328">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 no cambie, o sea <sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1032"
 type="#_x0000_t75" style='width:15pt;height:18pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image014.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1032"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541329">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 conmuta con el operador
 reflexivo. <math display="block">[A, B] = AB - BA
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><math display="block">[A, B] = AB - BA</p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>En la degeneración de los términos electrónicos, si se da
 <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><math display="block">[A, B] = AB - BA<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> significa que está determinado el valor
 absoluto de la proyección del momento sobre el eje z, ya que la energía del sistema
 puede depender de la orientación de la proyección del
 momento respecto del eje z, es decir, es la misma para <span
 class=SpellE>L_z = <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><math display="block">[A, B] = AB - BA<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, que para <span
 class=SpellE>L_z = -<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><math display="block">[A, B] = AB - BA<span lang=ES-TRAD

. Tenemos que cada término con L_z <sup>1; 0 es doblemente degenerado.

<p> </p>

<p>Los términos eléctricos de una molécula diatómica son funciones de la distancia entre núcleos. Estas funciones se pueden representar gráficamente expresando la energía como función de r.</p>

<p> </p>

<p>Sean U(r₁), U(r₂) dos términos eléctricos diferentes. Si se cortan en un cierto punto, cerca de U(r₁) y U(r₂) tomarán valores próximos. Consideremos en punto r₀ en el que las funciones U(r₁) y U(r₂) toman valores E₁ y E₂ próximos pero no iguales. E₁ y E₂ son los valores propios de H(r₀) del sistema de electrones en el campo de los núcleos que se encuentran a r₀ uno del otro. Si r y r aumentan el hamiltoniano ser <sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1033" type="#_x0000_t75" style='width:32.25pt;height:18pt' o:ole=""><v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image015.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541330"></o:OLEObject></xml><![endif]-->

, donde:</p><p></p>

<p><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1034" type="#_x0000_t75" style='width:54.75pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image017.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]>

<![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1034"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541331">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Arial;color:blue'>es<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> una pequeña corrección. Los
 valores de U₁ y U₂ en r₀ + <span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>d<span lang=ES-TRAD
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>r son los valores propios del nuevo <span
 class=SpellE>hamiltoniano. <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
 color:blue'>Esta forma permite determinar los valores de U₁ y U₂ en
 r₀ + <span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
 Symbol'>d<span
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>r mediante la teoría
 de perturbaciones considerando a <sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1035" type="#_x0000_t75"
 style='width:9.75pt;height:15.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image019.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1035"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541332">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif]-->
 como una perturbación de <sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1036" type="#_x0000_t75"
 style='width:14.25pt;height:18pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="moldiatomica_archivos/image021.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif]-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1036"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541333">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif-->

. No se puede aplicar el método de la teoría de perturbaciones ya que E_1 y E_2 del problema no perturbado son préximos entre sí y $E_2 - E_1$ es pequeño comparado con la magnitud de la perturbacién. Como en el límite $E_2 - E_1 = 0$, se tiene un caso de valores propios degenerados y se aplica la ecuacién secular, obteniéndose:

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1037" type="#_x0000_t75" style='width:267pt;height:30.75pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="molddiatomica_archivos/image023.wmz" o:title=""/>
 </v:shape><![endif-->

<![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>

<!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1037"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541334">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif-->

<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>que determina en primera aproximacién los valores propios buscados de la energía.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>La condién para que exista un punto de interseccién es que<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'> $E_1 - E_2 + V_{11} + V_{22} = 0, V_{12} = 0,$ <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal>pero dado que existe un sélo parámetro dr, estas ecuaciones simultáneamente en general. Si los dos términos considerados tienen

$\sin^2 \theta = 0$, y se queda una ecuación que se satisface para un $\theta = 0$ y $\theta = \pi$. Esto significa que se pueden tener formas con $\theta = 0$ y $\theta = \pi$.

Con esto se llega a que en una molécula diatómica se pueden contar los términos de simetría diferente y en cambio es imposible la intersección de términos de igual simetría. La propiedad de los átomos de unirse con otros para formar una molécula se describe mediante el concepto de valencia. A cada átomo se le asocia una valencia, y en la unión de los átomos sus valencias se deben de saturar mutuamente, es decir, a cada enlace de valencia de un átomo debe corresponder un enlace de valencia de otro átomo. La capacidad de los átomos de combinarse entre sí, está ligada con sus espines. La unión se efectúa de forma tal que los espines de los átomos se compensan. Como característica cualitativa de la capacidad de los átomos de combinarse en la molécula, resulta cómodo emplear un número entero, el doble del spin del átomo. Este número coincide con la valencia química del mismo. Un mismo átomo puede poseer valencias distintas según sea el estado en que se encuentre.

Decir que un átomo integra una molécula con una valencia propia de uno de sus estados excitados, no significa que al separar los átomos a gran distancia se tenga un átomo excitado. La afirmación significa que la distribución de la densidad electrónica en las moléculas es tal que en torno del núcleo del átomo dado, dicha distribución se aproxima a la distribución electrónica en el átomo excitado aislado, en cambio, el límite al que tiende la distribución electrónica al aumentar la distancia entre núcleos, puede corresponder a átomos no excitados.

Cuando los átomos se unen en una molécula, varían un poco las capas electrónicas completas de los mismos. La distribución de la densidad electrónica en las capas incompletas, puede en cambio variar esencialmente. En los casos de enlace heteropolar, los electrones de valencia pasan de unos átomos a otros, de modo que es posible decir que la molécula está constituida por iones con cargas iguales a sus valencias. En el caso homopolar, los átomos en las moléculas se conservan en promedio neutros. Las moléculas homopolares en contraste con las heteropolares no tienen momento dipolar apreciable.

La estabilidad de la molécula viene del todo determinada por la magnitud y signo de la integral de intercambio, ya que para la formación de un compuesto químico estable se necesita que los espines de los átomos sean

class=Spelle>antiparalelos.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>Una segunda propiedad de las moléculas que se sigue de la teoría general es su forma geométrica. La formación de un compuesto químico está vinculada con el valor de las integrales coulombianas y de intercambio que contienen los productos de funciones de onda. Si dentro de estos productos figuran funciones de onda de electrones en un estado p, que son anisotropos en el espacio, se obtienen en direcciones privilegiadas en el espacio, los mayores solapamientos de las funciones de onda.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

<p class=MsoNormal>La última circunstancia importante para comprender la estructura de las moléculas, es que la función de onda de un estado excitado, resulta combinación lineal de funciones de onda de electrones.<o:p></o:p></p>

<p class=MsoNormal><o:p> </o:p></p>

</div></td>

</tr>

</table>

</body>

</html>

6.33. Mecánica Cuántica. Rotación y vibración de una molécula diatómica

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">

<meta name=ProgId content=Word.Document>

<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">

<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

<link rel=File-List href="rotybibramoldiato_archivos/filelist.xml">

<link rel=Edit-Time-Data href="rotybibramoldiato_archivos/editdata.mso">

<link rel=OLE-Object-Data href="rotybibramoldiato_archivos/oledata.mso">

<!--[if !mso]>

<style>

v\:.* {behavior:url(#default#VML);}

o\:.* {behavior:url(#default#VML);}

w\:.* {behavior:url(#default#VML);}

.shape {behavior:url(#default#VML);}

</style>

<![endif]-->

<title>ROTACION Y VIBRACION DE UNA MOLECULA DIATOMICA</title>

<!--[if gte mso 9]><xml>

<o:DocumentProperties>

<o:Author>HHMM</o:Author>

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>

<o:Revision>2</o:Revision>

<o:TotalTime>8</o:TotalTime>

<o:Created>2007-05-25T00:47:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T00:58:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>695</o:Words>
 <o:Characters>3823</o:Characters>
 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
 <o:Lines>31</o:Lines>
 <o:Paragraphs>9</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>4509</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
 </o:DocumentProperties>
 </xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
 <w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
 </w:WordDocument>
 </xml><![endif]-->
 <style>
 <!--
 /* Style Definitions */
 p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
 span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
 span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
 @page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;

```

        mso-footer-margin:35.45pt;
        mso-paper-source:0;}
div.Section1
    {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
    {mso-style-name:"Tabla normal";
    mso-tstyle-rowband-size:0;
    mso-tstyle-colband-size:0;
    mso-style-noshow:yes;
    mso-style-parent:"";
    mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
    mso-para-margin:0cm;
    mso-para-margin-bottom:.0001pt;
    mso-pagination:widow-orphan;
    font-size:10.0pt;
    font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
    <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ROTACION Y VIBRACION DE
UNA MOLECULA DIATOMICA</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El movimiento de los núcleos en una molécula depende
solamente de la distancia entre ellos. En la aproximación adiabática, la
función de onda satisface una ecuación de <span class=Spelle>Schrödinger</span>
que. en coordenadas esférica, tiene la forma:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>

```

```

<v:formulas>
  <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
  <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
  <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
  <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
  <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
  <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
  <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
  <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
  <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
  <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
  <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
  <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:197.25pt;
height:35.25pt' o:ole="">
  <v:imagedata src="rotybibrarmoldiato_archivos/image029.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
  <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
  DrawAspect="Content" ObjectID="_1241973853">
  </o:OLEObject>
</xml><![endif--><o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> E<sub>n</sub>(R) es la
energía electrónica y <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="_x0000_i1026"
type="#_x0000_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">
  <v:imagedata src="rotybibrarmoldiato_archivos/image030.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
  <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
  DrawAspect="Content" ObjectID="_1241973854">
  </o:OLEObject>
</xml><![endif--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>es el operador de
momento angular de los núcleos. Supondremos fija la energía total de los
electrones y consideremos los núcleos para un E<sub>n</sub> dado. El
movimiento de los núcleos se reduce a su rotación y vibración en torno de una
posición de equilibrio. El operador momento de los núcleos se expresa en
función del operador momento total de la molécula que para términos con spin
electrónico igual a cero se representa en la forma:<o:p></o:p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:39pt;height:15.75pt'
o:ole="">
  <v:imagedata src="rotybibrarmoldiato_archivos/image031.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973855">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:9pt;height:15pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="rotybibramoldiato\_archivos/image032.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973856">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><!--><span style='mso-spacerun:yes'> </span>es el momento cinético orbital del sistema de electrones.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La molécula se encuentra en un estado con valor determinado del momento angular total, por ello, el momento de los núcleos puede recorrer toda una sucesión de valores que corresponden a los <span class=SpellE>difrentes</span> estados de rotación de los electrones, por lo que sólo interesa el valor medio, ya que  $J^2$  tiene un valor determinado y se conserva. Se conserva la proyección del momento de los electrones sobre el eje de la <span class=SpellE>moécula</span>. <span class=SpellE>L<sub>z</sub></span> <span class=GramE>=</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>L</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. <span class=GramE>las</span> otras dos proyecciones son iguales, en promedio, a cero. <span class=SpellE>L<sub>x</sub></span> = 0, <span class=SpellE>L<sub>y</sub></span> = 0, <span class=SpellE>L<sub>z</sub></span> = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>L</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Como la dirección del vector <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n</b> del eje de la molécula, es la única dirección privilegiada, se cumple:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:33pt;height:17.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="rotybibramoldiato\_archivos/image033.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973857">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>El vector momento de los núcleos en una molécula diatómica  
es perpendicular a <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>n</b>, es  
decir:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:83.25pt;height:18pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="rotybibramoldiato\_archivos/image034.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973858">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>y de aquí se obtiene:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:101.25pt;height:20.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="rotybibramoldiato\_archivos/image035.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973859">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> el número cuántico J  
recorre una sucesión de números enteros J </span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>3</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>L</span></span><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Los dos últimos términos dependen solamente del estado del sistema de electrones, mientras que el primero caracteriza la rotación de la molécula. La ecuación de Schrödinger es: <math display="block">\hat{H} = \hat{H}\_0 + \hat{H}\_1 + \hat{H}\_2</p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math display="block">\hat{H}\_0 = \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2</span></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math display="block">\hat{H}\_1 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r}</span><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:285.75pt;height:33pt' o:ole="">
<v:imagedata src="rotybibramoladiato\_archivos/image036.wmz" o:title=""/>
</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973860">
</o:OLEObject>
</xml><!--[endif]></p></span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math display="block">\hat{H}\_2 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r}</span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Como se ve, para la aproximación adiabática utilizada para un estado electrónico dado, el movimiento de la molécula se reduce a una rotación global de la misma y a oscilaciones armónicas.</span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math display="block">\hat{H}\_2 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r}</span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En la ecuación de Schrödinger que describe el movimiento de todas las partículas de la molécula intervienen solamente dos cantidades cuyas dimensiones sean las de una masa </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>m</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y la masa del electrón m. Así el parámetro resulta muy pequeño, incluso para la molécula de hidrógeno. La magnitud (m</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>m</span></span><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>m</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>)<sup>3/4</sup> es el parámetro pequeño fundamental de la teoría de las moléculas. La distancia entre niveles de energía electrónica </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>E<sup>el</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en las moléculas no depende de la masa de los núcleos y tiene el mismo orden de magnitud que en los átomos.</span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math display="block">\hat{H}\_2 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r}</span></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><math display="block">\hat{H}\_2 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r}</span></p>





lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>u</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se tienen dos ramas de frecuencias. <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si  $J' = J + 1$  se tiene la primera rama: <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:120.75pt;height:15pt'o:ole="">

<v:imagedata src="rotybibrarmoldiato\_archivos/image039.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973863">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si  $J' = J - 1$  se encuentra la segunda rama:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:153.75pt;height:15pt'o:ole="">

<v:imagedata src="rotybibrarmoldiato\_archivos/image040.wmz" o:title="">

</v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973864">

</o:OLEObject>

</xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>J' no se puede anular ya que tendría  $J' = -1$ .<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La separación de los rayos en cada una de las ramas es igual a 2B, en cambio la separación de las ramas es igual a 4B. La relación que se encuentra entre las ramas no se observa. El conjunto de rayos </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se llama rama <span class=SpellE>P<sub>y</sub></span>, el </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>w</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></span></sub><span



### 6.34. Mecánica Cuántica. Términos multiplete

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="terminos_multiplete_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="terminos_multiplete_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="terminos_multiplete_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TERMINOS MULTIPLETE</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>2</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T00:54:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T00:56:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>916</o:Words>
<o:Characters>5043</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>42</o:Lines>
<o:Paragraphs>11</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>5948</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
```

```

</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

```

<b>TERMINOS MULTIPLETE</b>   Se clasifican los niveles moleculares con spin s no nulo. En la aproximaci&amp;eacute;n de orden cero y sin considerar los efectos relativistas, la energ&amp;iacute;a de la mol&amp;eacute;cula. Como de cualquier sistema de la <span style="font-family: monospace;">aprt&amp;iacute;cula</span>, no depende de la direcci&amp;eacute;n del spin, lo que conduce a una degeneraci&amp;eacute;n de los niveles de orden 2s + 1. Si consideramos los efectos relativistas, los niveles degenerados se desdoblan y como resultado de esto la energ&amp;iacute;a pasa a depender del valor de la proyecci&amp;eacute;n del spin sobre el eje de la mol&amp;eacute;cula, y esto se llama interacci&amp;eacute;n spin eje. El papel principal lo representa en este caso, al igual que en los &amp;aacute;tomos, la interacci&amp;eacute;n de los <span style="font-family: monospace;">spins</span> con el movimiento orbital de los electrones. El car&amp;aacute;cter y la clasificaci&amp;eacute;n de los niveles moleculares dependen esencialmente del papel relativo que desempe&amp;ntilde;a la interacci&amp;eacute;n del spin con el movimiento orbitas l de una parte y la rotaci&amp;eacute;n de la mol&amp;eacute;cula por otra. El papel de esta &amp;uacute;ltima se caracteriza por la distancia entre niveles de rotaci&amp;eacute;n vecinos. De acuerdo con esto se deben considerar dos casos l&amp;iacute;mites: En uno la energ&amp;iacute;a spin eje es grande comparada con las diferencias entre los niveles de rotaci&amp;eacute;n, y en el otro es peque&amp;ntilde;a. El primer caso es el caso a, o enlace tipo a, y el otro el tipo b.   En el caso a, la clasificaci&amp;eacute;n de los niveles difiere en esencia poco de la clasificaci&amp;eacute;n de los t&amp;eacute;rminos con spin igual a cero. Primero consideraremos los t&amp;eacute;rminos electr&amp;eacute;nicos, para n&amp;uacute;cleos sin rotaci&amp;eacute;n, es decir, en reposo. Junto a la proyecci&amp;eacute;n   L   del momento orbital de los electrones, hay que considerar la proyecci&amp;eacute;n del spin total sobre el eje de las mol&amp;eacute;culas que se llama   S   Las cantidades   L   y   se componen para formar el momento cin&amp;eacute;tico total de los electrones respecto del eje de la mol&amp;eacute;cula:
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> s - 1<span class=GramE>, ...</span>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>L</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'> </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>- s. As&iacute; que el t&eacute;rmino electr&oacute;nico con momento orbital </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>L</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se desdobra en 2s + 1 t&eacute;rminos que difieren en los valores de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>W</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y se llama estructura fina. Considerar el movimiento de los n&uacute;cleos conduce para cada uno de estos t&eacute;rminos, a la aparici&oacute;n de estructuras de vibraci&oacute;n y rotaci&oacute;n. Los diferentes niveles de rotaci&oacute;n se caracterizan por los valores del n&uacute;mero cuántico J, es decir del momento cin&eacute;tico total de la mol&eacute;cula, que incluye los momentos cin&eacute;ticos orbital y de spin de los electrones y el momento cin&eacute;tico de rotaci&oacute;n de los n&uacute;cleos.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para el caso b el efecto de rotaci&oacute;n de la mol&eacute;cula predomina aqu&iacute; sobre el desdoblamiento en <span class=SpellE>multiplete</span>, por esto, se debe primero considerar el efecto de la rotaci&oacute;n, prescindiendo de la interacci&oacute;n spin-eje, y s&oacute;lo despu&eacute;s se toma en cuenta en forma de perturbaci&oacute;n.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En una mol&eacute;cula con spin libre se conserva, no s&oacute;lo el momento cin&eacute;tico total J, sino tambi&eacute;n la suma del momento cin&eacute;tico orbital de los electrones k y el momento cin&eacute;tico de rotaci&oacute;n de los n&uacute;cleos J = k + S. El n&uacute;mero cuántico k distingue los diferentes estados de la mol&eacute;cula en rotaci&oacute;n con spin libre que se obtiene a partir del t&eacute;rmino electr&oacute;nico dado. La energ&iacute;a potencial efectiva <span class=SpellE>U<sub>k</sub></span>(r) es un estado con valor dado k, que evidentemente se determina en el caso S = 0. Incluir la interacci&oacute;n spin-eje conduce a un desdoblamiento de cada t&eacute;rmino en 2s + 1 t&eacute;rminos que difieren en los valores del momento cin&eacute;tico J. Seg&uacute;n la regla general de composici&oacute;n de momentos: <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">

```

<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:89.25pt;
height:18pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="termultiplete_archivos/image001.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif-->
 <![if !vml]>

 <![endif]>
 </sub>
 <!--[if gte mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.2" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241541945">
 </o:OLEObject>
 </xml><![endif-->
 <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Para calcular la energía del desdoblamiento hay que determinar el valor medio
del operador energía de la interacción spin-eje relativo al estado
correspondiente a la aproximación de
orden cero, que significa promediar tanto respecto al estado electrónico, como respecto de
la rotación de la molécula.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Un caso particular son los términos <span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>S<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>
 doblete.
 Según el teorema de Kramers que dice: "En un sistema
 en el que la suma de sus spines de las partículas es un número semientero, todos los niveles deben ser doblemente degenerados cuando
 aquí se encuentra en un campo eléctrico arbitrario, y a dos estados distintos de
 igual energía corresponde spines complejos conjugados". En un sistema de
 partículas con spin total s = ½ la degeneración de segundo orden se
 mantiene necesariamente, incluso cuando se consideran todas las interacciones relativas internas

```



que se dan en el mismo. Por lo anterior los  $\tau_{\text{r}}^2$

no se desdoblan, ni teniendo en cuenta tanto la interacción spin-órbita, como  $\lambda$  spin-spin.

La aparición del  $n$ mero cuántico  $L$ La aparición del  $n$ mero cuántico  $L$  se debe, en último  $\tau_{\text{r}}$ , a la interacción elástica de los dos átomos en la molécula, interacción que conduce a que el problema de la determinación de los  $\tau_{\text{r}}$  eléctricos presentes simétrica  $\lambda$ . Esta interacción en la molécula se llama enlace del momento cinético orbital con el eje. Una medida de la magnitud de esta interacción, es la distancia entre los  $\tau_{\text{r}}$  con diferentes valores  $\lambda$  de

La doble degeneración de los  $\tau_{\text{r}}$  con  $L$ La doble degeneración de los  $\tau_{\text{r}}$  con  $L$  se debe, en último  $\tau_{\text{r}}$ , a la interacción elástica de los dos átomos en la molécula, interacción que conduce a que el problema de la determinación de los  $\tau_{\text{r}}$  eléctricos presentes simétrica  $\lambda$ . Esta interacción en la molécula se llama enlace del momento cinético orbital con el eje. Una medida de la magnitud de esta interacción, es la distancia entre los  $\tau_{\text{r}}$  con diferentes valores  $\lambda$  de

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0 es, en realidad, aproximada. Se presenta, tan s&oacute;lo, debido a que se ha prescindido de la influencia de la rotaci&oacute;n de la mol&eacute;cula sobre el estado electr&oacute;nico, y tambi&eacute;n de aproximaciones de orden superior respecto de la interacci&oacute;n spin-&oacute;bita. Cuando se tiene en cuenta la interacci&oacute;n entre estados electr&oacute;nicos y estados de rotaci&oacute;n, los t&eacute;rminos con

<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>L</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>&sup1;</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0 se desdoblan formando niveles vecinos. Este fen&oacute;meno se llama duplicaci&oacute;n.</span></p></p></div></td></tr></table></body></html>

### 6.35. Mecánica Cuántica. Dispersión

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="dispersion_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="dispersion_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="dispersion_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>DISPERSION</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
```

```

<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>13</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T00:56:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-29T23:46:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>798</o:Words>
<o:Characters>4390</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>36</o:Lines>
<o:Paragraphs>10</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>5178</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1

```

```

 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>DISPERSION<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>El concepto de sección eficaz se emplea mucho en la
interacción de un haz de partículas con un centro dispersor. Cuando un haz
con un flujo de N partículas por centímetro cuadrado incide en un centro dispersor,
las partículas usualmente abandonan el centro en todas direcciones. Sea dN el flujo de partículas dispersadas dentro de un
elemento de ángulo sólido d<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:

```

family:Symbol"><span style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> alrededor de la dirección descrita por los ángulos polares </span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">q</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> <span class=GramE>y </span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">f</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">. Se espera que <span class=Spelle>dN</span> sea proporcional al flujo incidente N y al tamaño de d</span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">w</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">, <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style="text-align:center"><span class=Spelle><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">dN</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial"> = </span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">s</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial"></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">q</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">, </span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">f</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial"></span><span class=Spelle>Nd</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">w</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial">, <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue">donde</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"> </span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">s</span></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue"></span><span lang=ES-TRAD style="font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style="mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">s</span></span></p>

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) es un área. Si la  
 distribución de partículas sobre el plano perpendicular al haz es uniforme,  
 es claro que una interpretación consistente es que </span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(</span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span class=GramE><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) es el área de la  
 sección eficaz incidente, a través de la cual pasan todas las partículas que  
 son dispersadas dentro de d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>w</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> alrededor  
 de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Por esto </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(</span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
 symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span class=GramE><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
 Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
 mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) se conoce como la sección eficaz diferencial de haz. Si se integra <span class=SpellE>dN</span> se tiene<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>N<sub>dis</sub></span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'></span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>= N</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>t</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es la sección eficaz total </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>t</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

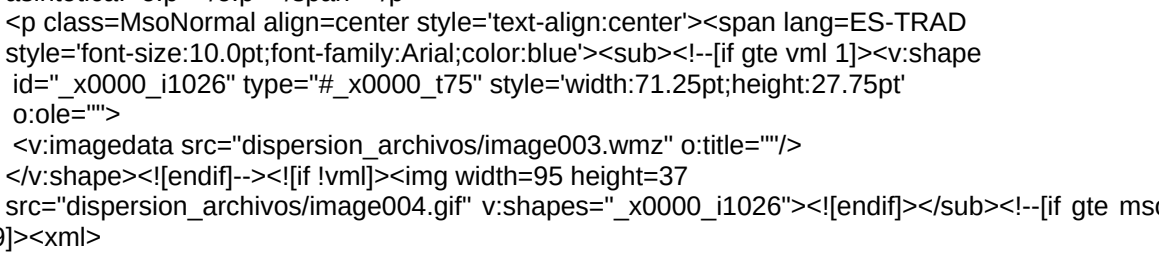
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En la discusión que sigue el blanco se considera como un centro dispersor fijo, y los ángulos </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que se emplean para caracterizar la dispersión están dados en relación a un sistema de coordenadas esféricas cuyo origen está en el centro dispersor. En la práctica los centros dispersores nunca son absolutamente fijos, ya que reculan bajo las fuerzas de interacción cuando la dispersión. El recular del centro dispersor absorbe energía y momento de la partícula incidente, la cantidad exacta depende del ángulo de dispersión y la masa relativa de la partícula incidente, del ángulo de dispersión y la masa relativa de las partículas incidentes y del blanco. Existen dos sistemas de coordenadas que son el sistema de laboratorio y el sistema del centro de masa. El segundo se emplea para analizar la dispersión en términos del potencial de interacción entre el haz y el blanco. La relación entre los dos ángulos está dada por:<o:p></o:p></span></p>

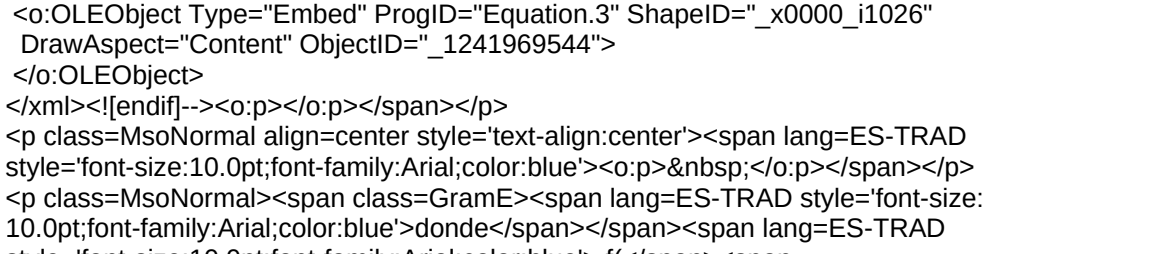
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"><v:formulas>



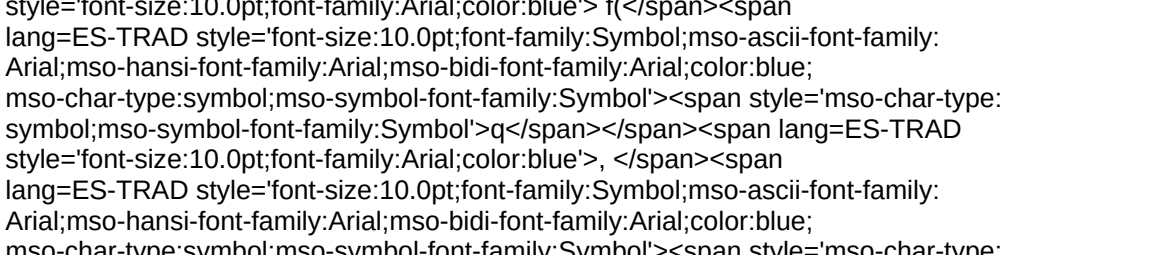


dispersor. El centro de masa es el origen apropiado para un centro dispersor no fijo. La onda dispersada puede representar un flujo de partículas que se mueven radialmente hacia afuera. La onda dispersada debe tener una forma asintótica:

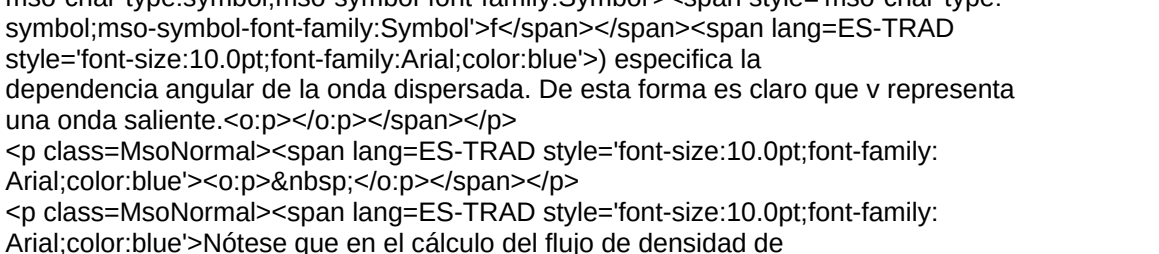




donde  $f$  es la dependencia angular de la onda dispersada. De esta forma es claro que  $v$  representa una onda saliente.



Nótese que en el cálculo del flujo de densidad de probabilidad se toman los puntos de la ecuación de onda separadamente, luego ignorando los términos de interferencia entre  $v$  y  $v$



representan una situación en la cual tanto el haz incidente como el reflejado están presentes en el detector de partículas.

Un aspecto interesante de la dispersión se puede ver considerando la dispersión de las partículas por un gran obstáculo cuando la

energía de las partículas incidentes es grande respecto a la longitud de onda de DeBroglie del haz de partículas que es grande comparado con la dimensión del obstáculo. Por analogía con el caso clásico de dispersión de luz por un objeto opaca, es claro que deberá de existir una región oscura detrás del dispersor en la cual no se encontrarán partículas, por lo que en la descripción de la función de onda del proceso de dispersión, la onda dispersada deberá de ser tal que cancele la onda incidente en esta región, en otras palabras en la región detrás del dispersor, la onda dispersada debe ser igual en amplitud y en flujo a la onda incidente. Esta situación se conoce como dispersión oscura.

El concepto de nivel virtual de energía es de gran valor en algunos aspectos de la dispersión. Considérese la situación de la figura:



Las soluciones a la ecuación de Schrödinger se pueden encontrar para todos los valores positivos de la energía. Por lo tanto si la barrera de potencial entre

$$x = \pm a$$

$$y = 0$$

$$x = \pm b$$

relativamente impenetrables, esto es si  $(V - E)^{1/2} (b - a) \gg 1$ , luego para ciertos valores de la energía la amplitud de probabilidad

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> puede dentro de la barrera asumir valores que son grandes comparados con los de fuera. Estos estados se conocen como estados de energía virtual. En dispersión cuando la energía de la partícula entrante corresponde a uno de estos estados, se dice que ocurre una condición resonante en la cual la sección cruzada de dispersión es marcadamente mayor que para energías no resonantes.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>  
  
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
  
</div>  
  
</body>  
  
</html>

### 6.36. Mecánica Cuántica. Ondas parciales

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="ondasparciales_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="ondasparciales_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="ondasparciales_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
```

```

.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ONDAS PARCIALES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>HHMM</o:Author>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>5</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-25T01:12:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T00:22:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>527</o:Words>
 <o:Characters>2904</o:Characters>
 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
 <o:Lines>24</o:Lines>
 <o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>3425</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

```

```

span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:imap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ONDAS PARCIALES<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Este es otro tratamiento de los problemas de dispersión, y
es muy útil cuando el potencial dispersor es simétrico, esférico y

```

localizado. Se conoce como ondas parciales ya que emplea una descomposición de la función de onda, en ondas esféricas. Este problema se puede fácilmente separar en dos, uno que envuelve el movimiento del centro de una masa que se mueve como una partícula de masa  $M + m$  y uno que involucra el movimiento relativo de dos partículas, que es equivalente al movimiento de una partícula de masa  $m$  (masa reducida) moviéndose en un campo de potencial fijo  $V(r)$ . Separando la ecuación de Schrödinger

la función de onda resultante es:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left( E - V(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) R = 0$$

donde  $E$  es una de las posibles energías continuas del sistema sin acotar.

Por este método es evidente que se puede evaluar la función de onda para cualquier valor dado de  $l$  y  $m$  si se conoce  $V(r)$ . Por la situación experimental tendremos funciones de onda de la forma

donde  $R_l(r)$  es la solución de la ecuación radial, donde  $E$  es una de las posibles energías continuas del sistema sin acotar.

Por este método es evidente que se puede evaluar la función de onda para cualquier valor dado de  $l$  y  $m$  si se conoce  $V(r)$ . Por la situación experimental tendremos funciones de onda de la forma

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol">y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(r,</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>,</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>) las cuales describen a puntos distantes del centro dispersor una superposición de ondas <span class=SpellE>palnas</span> moviéndose en la dirección positiva de z, representando las partículas entrantes y las salientes no dispersas y una onda esférica representando las partículas dispersadas:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:108pt;height:27pt' o:ole=""><v:imagedata src="ondasparciales\_archivos/image022.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971715"></o:OLEObject></xml><![endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se puede medir </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>f(</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>)</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>|</span></span><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> experimentalmente, si esta cantidad es proporcional a un número de partículas dispersas dentro de un ángulo sólido unitario a un ángulo </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD



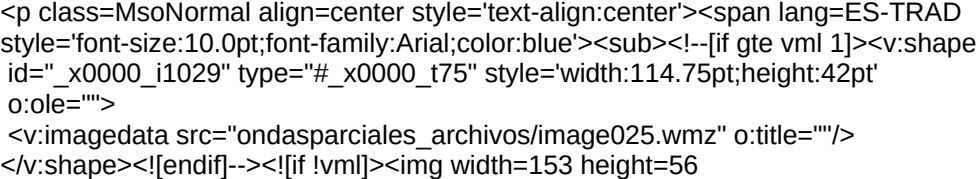


funciones de Bessel esféricas.

Si en la región retirada de su intervalo está presente el potencial dispersor, se usa la solución:



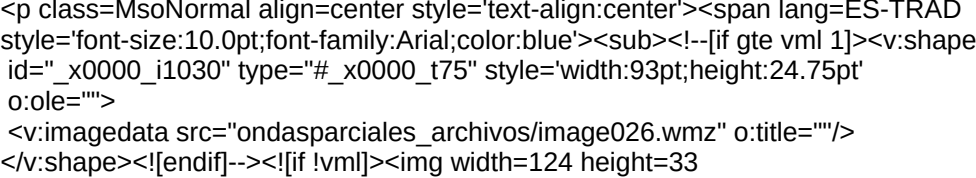
 

donde

Para evaluar  $f$



<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Se calcula </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>l</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> multiplicando por <span class=Spelle>P<sub>s</sub></span><sub></sub>cos</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> sin</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> d</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y se integra de 0 <span class=GramE>a </span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> igualan las ecuaciones anteriores para </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family: Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>y</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>r,</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>q</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>,</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>j</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'>)</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> empleando <span  
 class=SpellE>R<sub>l</sub></span> y <span class=SpellE>e<sup>ikz</sup></span>.  
 Si se buscan soluciones en el intervalo <span class=SpellE>kr</span> &gt;&gt;  
 1 se desprecian en </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
 mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
 family:Symbol'>b</span></span><sub><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>l</span></sub><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(r) todos  
 los términos que involucren potencias inversas de orden mayor de r que 1 y se  
 tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:266.25pt;height:35.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="ondasparciales\_archivos/image027.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971720">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Si usamos el hecho de que los coeficientes de <span  
 class=SpellE>e<sup>ikr</sup></span> y e<sup>-<span class=SpellE>ikr</span></sup>  
 en los dos lados de la ecuación separadamente deben ser iguales, se  
 tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:198.75pt;height:35.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="ondasparciales\_archivos/image028.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
 mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971721">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:185.25pt;height:35.25pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="ondasparciales\_archivos/image029.wmz" o:title=""/>

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971722">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>De la segunda ecuación se resuelve para A<sub>l</sub> y se  
elimina el la primera, por lo que se obtiene:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:86.25pt;height:30pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="ondasparciales\_archivos/image030.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241971723">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Este es el resultado básico del método. De acuerdo con esta  
ecuación es efecto dispersor causado por un potencial dispersor dado se puede  
interpretar como la suma de los efectos de todos los posibles momentos  
angulares de las partículas incidentes. El tren de ondas asociado con una  
partícula de un momento angular dado será dispersado con una cierta amplitud  
y su corrimiento de fase </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>d</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>I con  
respecto a la onda incidente. El corrimiento de fase está sólo determinado  
por el potencial dispersor.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>  
  
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:  
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span  
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
  
</div>

</body>

</html>

### 6.37. Mecánica Cuántica. Moléculas poliatómicas

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="molpoliatomicas_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="molpoliatomicas_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="molpoliatomicas_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>MOLECULAS POLIATOMICAS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>2</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T01:15:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T01:17:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>630</o:Words>
<o:Characters>3465</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>28</o:Lines>
<o:Paragraphs>8</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>4087</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
```

```

<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->

```

```

</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
 <tr>
 <td><div class=Section1>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>MOLECULAS POLIATOMICAS<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>En su aplicación a las moléculas poliatómicas la teoría de grupos resuelve directamente el
problema de la clasificación de sus términos electrónicos, o sea el de la
clasificación de los niveles de energía para una distribución dada de los
núcleos. Estos términos se clasifican de acuerdo con las representaciones
irreducibles del grupo puntual de simetría
que admite la configuración de los núcleos que se consideran, aunque hay
que considerar el hecho evidente de que la clasificación que se obtiene de esta forma se
refiere precisamente a la distribución determinada de los núcleos, de forma que
cuando estos se desplazan la simetría de la configuración en general se modifica.
Esta distribución es de ordinario la distribución correspondiente a la posición
de equilibrio de los núcleos. En este caso la clasificación sigue teniendo un cierto
sentido también para pequeñas vibraciones de los núcleos, pero pierde su
significado, si las vibraciones no pueden considerarse pequeñas.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Una molécula triatómica tiene tres átomos, y tres núcleos
que se encuentran siempre en un plano, que es el plano de simetría de la molécula.
Dado esto, siempre es posible la clasificación de los términos electrónicos
de una molécula triatómica respecto de este plano, simetría o antisimetría de las funciones de onda en la reflexión del
mismo.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Para los términos electrónicos normales de las moléculas poliatómicas vale una regla empírica según la cual en
la mayor parte de las moléculas, la función de onda del estado electrónico
normal, posee simetría completa, o sea la función es invariante respecto de todos
los elementos del grupo de simetrías de la molécula, es decir, corresponde a la
representación irreducible unidad del grupo.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>La expresión para la energía de la
molécula:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>
 <!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"

```

```

path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:129.75pt;
height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="molpoliatomicas_archivos/image001.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]-->
<![if !vml]>

<![endif]>
</sub>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241543221">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]-->
<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:blue'>debe<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> ser invariante respecto de las transformaciones
de simetría. Esto significa que en toda transformación relativa al grupo puntual de
simetría de la molécula, las coordenadas normales Q<sub><span lang=ES-
TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</sub><sub>i</sub> se transforman linealmente
entre sí, y precisamente de tal manera que la suma de los cuadrados permanece invariante.
En otras palabras las coordenadas normales que se refieren a cada frecuencia propia dada de las
vibraciones moleculares constituyen la base de una representación irreducible de su grupo
de simetrías. la multiplicidad de las frecuencias determina las
dimensiones de la representación. La coincidencia de las frecuencias que corresponden a
dos representaciones irreducibles distintas sería una casualidad improbable. De nuevo
constituyen una excepción las representaciones irreducibles con sistemas de caracteres
complejos conjugados. Dado que las coordenadas normales, por su propia naturaleza son
cantidades reales, dos representaciones complejas conjugadas corresponden físicamente a
una frecuencia propia de multiplicidad dos veces mayor.<o:p></o:p></p>

```



<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Estas consideraciones permiten llevar a cabo la clasificaci&ocute;n de las vibraciones propias de una mol&eacute;cula sin necesidad de resolver el complicado problema que plantea la efectiva determinaci&ocute;n de sus coordenadas normales. Para ello hay primero que encontrar la representaci&ocute;n que proporciona el conjunto de todas las coordenadas vibracionales. Esta es la primera representaci&ocute;n total y es reducible y descomponi&eacute;ndola en sus partes irreducibles se determina la multiplicidad de las frecuencias propias y las propiedades de simetr&iacute;a de las vibraciones correspondientes. Al hacerlo puede ocurrir que una misma representaci&ocute;n irreducible est&eacute; contenida en la representaci&ocute;n total un cierto n&uacute;mero de veces, esto significa que se tienen ciertas frecuencias distintas de igual multiplicidad con vibraciones de la misma simetr&iacute;a.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>Para hallar la representaci&ocute;n total partiremos del hecho de que los caracteres de una representaci&ocute;n<span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span>son invariantes respecto de una transformaci&ocute;n lineal de las funciones de base. Por ello, para calcularlas, podemos emplear como funciones de base, no las coordenadas normales, sino s&ocute;lo las componentes <span class=SpElE>u<sub>i</sub></span> de los vectores de desplazamiento de los n&uacute;cleos con relaci&ocute;n a sus posiciones de equilibrio.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div></td>

</tr>

</table>

</body>

</html>

### 6.38. Mecánica Cuántica. Niveles de energía de vibración

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="nivenergvibra_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="nivenergvibra_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="nivenergvibra_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>NIVELES DE ENERGIA DE VIBRACION</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
```

```

<o:DocumentProperties>
 <o:Author>HHMM</o:Author>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>1</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-25T01:17:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T00:18:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>381</o:Words>
 <o:Characters>2098</o:Characters>
 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
 <o:Lines>17</o:Lines>
 <o:Paragraphs>4</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>2475</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";

```

```

 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>NIVELES DE ENERGIA DE
VIBRACION<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Desde el punto de vista de la mecánica cuántica la energía
de vibración de la molécula se determina por los valores propios del hamiltoniano<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"

```

```

path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
 <v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
 <v:f eqn="sum @0 1 0"/>
 <v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
 <v:f eqn="prod @2 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @0 0 1"/>
 <v:f eqn="prod @6 1 2"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
 <v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
 <v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
 <v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:159pt;
height:32.25pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="nivenerg vibra_archivos/image009.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241971462">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:66pt;height:30pt' o:ole="">
 <v:imagedata src="nivenerg vibra_archivos/image010.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte
mso 9]><xml>
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
 DrawAspect="Content" ObjectID="_1241971463">
 </o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>son<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> los operadores impulso
correspondientes a las coordenadas normales. En cuanto a las funciones de
onda, son productos de las correspondientes funciones de onda de los
osciladores arm3nicos lineales:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:53.25pt;height:24.75pt'
o:ole="">
 <v:imagedata src="nivenerg vibra_archivos/image011.wmz" o:title=""/>

```





font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>a</span></span></sub><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>i</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Esto no  
es sino el producto simétrico de P</span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> veces la  
representación irreducible de las que son base las cantidades Q</span><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>i</span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por sí  
mismas.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Para las representaciones bidimensionales y  
tridimensionales, es bueno emplear esto: La suma de los cuadrados de las  
funciones de base de una representación irreducible, es invariante respecto  
de todas las transformaciones de simetría, por lo que es posible  
considerarlas como componentes de un vector de dos o tres dimensiones, y las  
transformaciones de simetría como ciertas rotaciones aplicadas a estos  
vectores.<o:p></o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>  
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:  
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span  
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</div>  
</body>  
</html>

### 6.39. Mecánica Cuántica. Estabilidad de las configuraciones simétricas de una molécula

<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>  
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">  
<meta name=ProgId content=Word.Document>  
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">  
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">

```

<link rel=File-List href="estconfsimemolec_archivos/filelist.xml">
<title>ESTABILIDAD DE LAS CONFIGURACIONES SIMETRICAS DE UNA MOLECULA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
 <o:Author>HHMM</o:Author>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>1</o:Revision>
 <o:TotalTime>1</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-25T01:19:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-25T01:20:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>220</o:Words>
 <o:Characters>1213</o:Characters>
 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
 <o:Lines>10</o:Lines>
 <o:Paragraphs>2</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>1431</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1

```



```

 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ESTABILIDAD DE LAS CONFIGURACIONES
SIMETRICAS DE UNA MOLECULA<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Para que una configuración se estable la energía de la molécula
como función de las distancias entre los núcleos debe presentar un mínimo
para esta distribución de la misma en el espacio. Esto significa que la variación de
la energía para un pequeño desplazamiento de los núcleos no debe contener
términos lineales en los desplazamientos.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>La configuración simétrica es estable si la representación D^{el)2} no contiene ni tan sólo una de las
representaciones irreductibles
D<span
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</sub><span lang=ES-TRAD

```

que caracterizan las vibraciones de una molécula. Para los estados electrónicos no degenerados esta condición se cumple siempre, ya que el producto simétrico de una representación unidimensional por sí misma es la representación unidad.

El estudio de todos los tipos posibles de distribuciones simétricas de los núcleos prueba que para un estado electrónico degenerado, toda distribución simétrica de los núcleos es inestable. Como resultado de esta inestabilidad los núcleos se desplazan de tal manera que la simetría de su configuración se rompe hasta el punto en que la degeneración del término desaparece por completo. En particular se puede afirmar que el término electrónico normal de una molécula simétrica no lineal puede ser únicamente un término no degenerado.

La distribución lineal de los núcleos en una molécula puede ser estable incluso para un estado electrónico degenerado.

#### 6.40. Mecánica Cuántica. Rotación de un sólido

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">
```

```
<head>
```

```
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
```

```
<meta name=ProgId content=Word.Document>
```

```
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
```

```
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
```

```
<link rel=File-List href="rotadesolido_archivos/filelist.xml">
```

```
<link rel=Edit-Time-Data href="rotadesolido_archivos/editdata.mso">
```

```
<link rel=OLE-Object-Data href="rotadesolido_archivos/oledata.mso">
```

```
<!--[if !mso]>
```

```
<style>
```

```
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
```

```
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
```

```
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
```

```
.shape {behavior:url(#default#VML);}
```

```
</style>
```

```
<![endif]-->
```

```
<title>ROTACION DE UN SOLIDO</title>
```

```
<!--[if gte mso 9]><xml>
```

```

<o:DocumentProperties>
 <o:Author>HHMM</o:Author>
 <o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
 <o:Revision>2</o:Revision>
 <o:TotalTime>1</o:TotalTime>
 <o:Created>2007-05-25T01:20:00Z</o:Created>
 <o:LastSaved>2007-05-30T00:56:00Z</o:LastSaved>
 <o:Pages>1</o:Pages>
 <o:Words>304</o:Words>
 <o:Characters>1672</o:Characters>
 <o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
 <o:Lines>13</o:Lines>
 <o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
 <o:CharactersWithSpaces>1973</o:CharactersWithSpaces>
 <o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:Zoom>FullPage</w:Zoom>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;

```

```

margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ROTACION DE UN SOLIDO<span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Estudiaremos la rotación de una molécula poliatómica considerada como un cuerpo sólido, o sea con
los átomos rígidamente unidos entre sí. La determinación de los valores
propios de la energía de un cuerpo en rotación resulta particularmente simple
cuando sus tres momentos principales de inercia son iguales $I_A = I_B = I_C$ (trompo esférico). Esto ocurre para una molécula en aquellos
casos en que esta posee la simetría de uno de los grupos puntuales cúbicos.
El hamiltoniano es:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/><v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas><v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/><o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/></v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:44.25pt; height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="rotadesolido\_archivos/image009.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1025" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973755"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y los valores propios son:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:65.25pt;height:29.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="rotadesolido\_archivos/image010.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapelID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973756"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Cada uno de estos niveles de energía es degenerado respecto de las  $2J + 1$  direcciones del momento cinético referido al propio cuerpo.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Cuando  $I_{A'} = I_{B'}$  </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>1</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> I<sub>C</sub> (trompo simétrico) que se presenta en las moléculas con un eje de simetría<span style='mso-spacerun:yes'> </span>de orden superior al segundo, el <span class=Spelle>hamiltoniano</span> es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:126pt;height:50.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="rotadesolido\_archivos/image011.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973757"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se ve que en un estado con valores determinados de J y K, la energía es:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:149.25pt;height:48.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="rotadesolido\_archivos/image012.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241973758"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Los valores de la energía coinciden sólo para los valores de k, que difieren sólo en signo, lo que corresponde a sentidos opuestos del momento cinético respecto del eje del trompo. Por esto los niveles de energía del trompo simétrico son doblemente degenerados para k </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>1</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> 0.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para I<sub>A</sub> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>1</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> I<sub>B</sub> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><sup>1</sup></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> I<sub>C</sub> (trompo asimétrico) el cálculo de los niveles de energía es imposible de forma general. La degeneración debida a las diferentes direcciones del momento cinético referido al cuerpo se rompe por completo de modo que para un J existen 2j + 1 diferentes niveles no degenerados. Para calcularlos hay que resolver la ecuación de <span class=Spelle>Schrödinger</span> en forma matricial, lo que se reduce a resolver la ecuación secular de grado 2j + 1 formada con los elementos de matriz  $H_{JR}$  se determina mediante las funciones de onda </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>f</span></span></span><span class=Spelle><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>jk</span></sub></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> de los estados en los que el valor absoluto y la proyección </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> del momento no tiene los valores determinados, es decir es imposible atribuir a los niveles de energía valores determinados de k.<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p></td></tr></table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES-MX'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

## 6.41. Mecánica Cuántica. Interacción de los movimientos rotatorios y vibratorios

<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office" xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word" xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>

```

<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="interrotavibra_archivos/filelist.xml">
<title>INTERACCION DE LOS MOVIMIENTOS ROTATORIOS Y VIBRATORIOS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>1</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T01:21:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T01:22:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>290</o:Words>
<o:Characters>1597</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>13</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1884</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";

```



```

 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>INTERACCION DE LOS MOVIMIENTOS
ROTATORIOS Y VIBRATORIOS<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>El movimiento de una molécula lo consideramos como superposiciôn de
un movimiento puramente vibratorio y una rotaciôn de la molécula considerada
como un todo. El momento cinético <span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:
Symbol'><span
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-
family:Symbol'>S</p>
 <span

```

class=Spelle>m<b style='mso-bidi-font-weight:normal'>U</b></span> </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>&acute;</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> <b style='mso-bidi-font-weight:normal'>V</b> es s&acute;o una parte del momento cin&acute;tico total del sistema y no se conserva. Para esto a cada estado vibracional se puede atribuir solamente el valor medio del momento cin&acute;tico vibratorio.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En el trompo antisim&acute;trico todas las frecuencias de vibraci&acute;n son simples ya que sus grupos de simetr&iacute;a poseen s&acute;o representaciones irreducibles unidimensionales, por lo tanto ning&uacute;n nivel vibracional es degenerado. Pero en todo estado no degenerado el momento cin&acute;tico medio es nulo. En las mol&acute;culas del tipo de trompo asim&acute;trico, el momento cin&acute;tico vibratorio medio es nulo en todos los estados.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si entre los elementos de simetr&iacute;a de la mol&acute;cula se tiene un eje de orden superior al segundo, la mol&acute;cula pertenece al tipo del trompo sim&acute;trico. Estas mol&acute;culas tienen vibraciones correspondientes tanto a frecuencias simples como a frecuencias dobles. El momento cin&acute;tico vibratorio medio de los primeros es de nuevo igual a cero. En cambio a las frecuencias dobles corresponde un valor medio no nulo de la proyecci&acute;n del momento sobre el eje de la mol&acute;cula.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>las</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> mol&acute;culas tipo trompo esf&acute;rico, que son las mol&acute;culas con una simetr&iacute;a de cualquiera de los grupos c&uacute;bicos. Estas mol&acute;culas poseen frecuencias simples, dobles y triples. La degeneraci&acute;n de los niveles vibracionales desaparece en parte en la aproximaci&acute;n anarm&acute;nica. Una vez que se ha tenido en cuenta estos efectos, subsisten junto con los no degenerados tan s&acute;o niveles cuya degeneraci&acute;n es de segundo y tercer orden. En estas mol&acute;culas el momento cin&acute;tico vibratorio medio es nulo, no s&acute;o en los estados vibracionales no degenerados, sino tambi&acute;n en los degenerados de orden dos.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div></td>

</tr>

</table>

</body>

</html>

## 6.42. Mecánica Cuántica. Clasificación de los términos moleculares

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"  
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="clasterminmol_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="clasterminmol_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="clasterminmol_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>CLASIFICACION DE LOS TERMINOS MOLECULARES</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>HHMM</o:Author>
<o:LastAuthor>HHMM</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>2</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-25T01:22:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-25T01:24:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>547</o:Words>
<o:Characters>3010</o:Characters>
<o:Company>CCADET, UNAM</o:Company>
<o:Lines>25</o:Lines>
<o:Paragraphs>7</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3550</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>6 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>2</w:DisplayHorizontalDrawingGridEvery>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";

```

```

margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}
@page Section1
{size:612.1pt 792.1pt;
margin:70.9pt 70.9pt 70.9pt 70.9pt;
mso-header-margin:36.0pt;
mso-footer-margin:36.0pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES-MX style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>CLASIFICACION DE LOS TERMINOS
MOLECULARES<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>

```

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>La funci&acute;n de onda de una mol&eacute;cula<span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span>es el producto de la funci&acute;n de onda electr&acute;nica, la funci&acute;n de onda del movimiento vibratorio de los n&uacute;cleos y de la funci&acute;n de onda de rotaci&acute;n. El dar la simetr&iacute;a de estos tres factores respecto de una transformaci&acute;n cualquiera determina tambi&eacute;n la simetr&iacute;a del producto con relaci&acute;n a esta misma transformaci&acute;n. Para una completa simetr&iacute;a del estado hay que indicar adem&acute;s el comportamiento de la funci&acute;n de onda total en la inversi&acute;n <span class=GramE>simultanea</span> de las coordenadas de todas las part&iacute;culas en la mol&eacute;cula. El estado se llama negativo o positivo seg&uacute;n que la funci&acute;n de onda cambie de signo o lo conserve en la transformaci&acute;n.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>La existencia de <span class=SpellE>estereois&acute;meros</span> significa que en la inversi&acute;n la mol&eacute;cula adopta una configuraci&acute;n que ninguna rotaci&acute;n espacial puede llegar a coincidir con la de partida, o sea para que esto exista la mol&eacute;cula no debe poseer ning&uacute;n elemento de simetr&iacute;a ligado con una reflexi&acute;n.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>El m&eacute;todo por teor&iacute;a de grupos consiste en lo siguiente: La funci&acute;n de onda total debe contar adem&acute;s de la parte dependiente de las coordenadas, con un factor dependiente del spin, factor que es funci&acute;n de las proyecciones de los spines de todos los n&uacute;cleos sobre una direcci&acute;n cualquiera elegida en el espacio. La proyec&iacute;n</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-

family:Symbol'>s</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> del spin de un n&uacute;cleo toma  $2i + 1$  valores (i es el spin del n&uacute;cleo), dando a todas las </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>1</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sub><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial; color:blue'>, ...</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>N</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>N</span></sub><span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, donde N es el número de átomos, todos los valores posibles y se tiene en total  $(2^1 + 1)(2^2 + 1) \dots (2^N + 1)$  valores distintos del factor espinorial. En cada transformación de simetría, algunos números cambian de lugar y si imaginamos que los valores de los spines se mantienen en los mismos lugares, la transformación sería equivalente a una permutación de los valores de los spines entre los números. De acuerdo con esto los diferentes factores del spin se transforman entre sí, realizando de esta manera, una representación en general reducible del grupo de simetría de la molécula. Descomponiéndola en partes irreducibles, encontramos los tipos posibles de simetría de la función de onda de spin.</p></p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'></p>&nbsp;</p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Se puede observar que en una transformación solamente no cambian los factores de spin de aquellos números que si cambian de lugar, pero que tienen el mismo valor de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>a</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, en el caso contrario, un factor de spin se transforma en otro factor de spin<span style='mso-spacerun:yes'>&nbsp;</span></span>y no contribuye al valor del carácter. Si </span><span

lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>s</span></span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>a</span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> toma  $2^a + 1$  valores se tiene:</p></p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'></p>&nbsp;</p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>

<!--[if gte vml 1]><v:shapetype id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t" path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f"><v:stroke joinstyle="miter"/>

<v:formulas><v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/><v:f eqn="sum @0 1 0"/><v:f eqn="sum 0 0 @1"/><v:f eqn="prod @2 1 2"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @0 0 1"/><v:f eqn="prod @6 1 2"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/><v:f eqn="sum @8 21600 0"/><v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/><v:f eqn="sum @10 21600 0"/></v:formulas>

<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>

<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
 </v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:81.75pt;  
 height:15.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="clasterminmol\_archivos/image001.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]-->  
 <![if !vml]>  
   
 <![endif]>  
 </sub>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241543715">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]-->  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'>y</span></span><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> el producto se extiende a los grupos de  
 &acute;tomos que cambian entre s&acute; sus posiciones en la transformaci&ocute;n  
 G.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'>No nos interesa tanto la simetr&iacute;a de la funci&ocute;n de spin como la de la  
 funci&ocute;n de onda de las coordenadas de los n&uacute;cleos. Esta simetr&iacute;as  
 est&acute;n ligadas directamente entre s&iacute; por el hecho de que la funci&ocute;n de onda  
 total debe permanecer invariable, o cambiar de signo en la permutaci&ocute;n de cada par de  
 n&uacute;cleos que obedecen a la estad&iacute;stica de <span class=SpellE>Bose</span> o de  
 Fermi respectivamente. Introduciendo el factor correspondiente en los caracteres </span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
 mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>c</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>(G) de la representaci&ocute;n  
 que contiene a todas las representaciones irreducibles, y de acuerdo con la cual se transforman las  
 funciones de onda de coordenadas:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;  
 color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
 mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
 mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
 Symbol'>c</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial'>(G) = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
 Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
 style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>p</span></span><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>(2l<sub>a</sub> + 1<span  
 class=GramE>)(</span>-1<sup>2ia</sup><span class=SpellE>na</span>  
 1)</sup><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><sub><span  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-  
 family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></sub></p>

donde na es el número de núcleos en cada grupo de núcleos que en la transformación intercambian sus posiciones entre sí. Descomponiendo esta transformación en partes irreducibles se obtienen los posibles tipos de simetrías de las funciones de onda de coordenadas de la molécula y la multiplicidad de la degeneración de los niveles de energía.

## 7. Relatividad. Principios de la Relatividad

<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"  
 xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"  
 xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>  
 <meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">  
 <meta name=ProgId content=Word.Document>  
 <meta name=Generator content="Microsoft Word 10">  
 <meta name=Originator content="Microsoft Word 10">  
 <link rel=File-List href="relativintro\_archivos/filelist.xml">  
 <title>PRINCIPIOS DE LA RELATIVIDAD</title>  
 <!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:DocumentProperties>  
 <o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>  
 <o:Template>Normal</o:Template>  
 <o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>  
 <o:Revision>1</o:Revision>  
 <o:TotalTime>1</o:TotalTime>  
 <o:Created>2007-05-28T17:28:00Z</o:Created>  
 <o:LastSaved>2007-05-28T17:29:00Z</o:LastSaved>  
 <o:Pages>1</o:Pages>  
 <o:Words>399</o:Words>  
 <o:Characters>2195</o:Characters>  
 <o:Company>CCADET UNAM</o:Company>  
 <o:Lines>18</o:Lines>  
 <o:Paragraphs>5</o:Paragraphs>  
 <o:CharactersWithSpaces>2589</o:CharactersWithSpaces>  
 <o:Version>10.2625</o:Version>  
 </o:DocumentProperties>  
 </xml><![endif]><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <w:WordDocument>  
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>  
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>  
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>  
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>  
 <w:Compatibility>  
 <w:BreakWrappedTables/>



```

<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}

div.Section1
 {page:Section1;}

/* List Definitions */
@list l0
 {mso-list-id:471673284;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:880296474;}

@list l0:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;
 text-indent:-14.15pt;}

@list l1
 {mso-list-id:880477744;
 mso-list-type:simple;
 mso-list-template-ids:880296474;}

@list l1:level1
 {mso-level-tab-stop:none;
 mso-level-number-position:left;
 mso-level-legacy:yes;
 mso-level-legacy-indent:14.15pt;
 mso-level-legacy-space:0cm;
 margin-left:14.15pt;

```

```

 text-indent:-14.15pt;}
ol
 {margin-bottom:0cm;}
ul
 {margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<table width="792" border="0" cellspacing="0" cellpadding="10">
<tr>
<td><div class=Section1>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>PRINCIPIOS DE LA
RELATIVIDAD<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>El desarrollo de la teoría electromagnética a fines del siglo XIX y
principios del siglo XX y el perfeccionamiento de los métodos experimentales para el
estudio de los procesos electromagnéticos permitieron proceder a una búsqueda
sistem´tica de pruebas de la existencia del éter. Estas investigaciones no
permitieron poner de manifiesto la existencia del éter, sino al desarrollo de una nueva
concepción del mundo físico, y a renunciar a las ideas acerca del espacio y del
tiempo que se habían establecido en la física del siglo
XVIII.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'>Las ideas citadas que podemos llamar cl´sicas, estaban íntimamente
ligadas con la mec´nica cl´sica, y los principios de dicha física
cl´sica son:<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;
color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal style='margin-left:14.15pt;text-indent:-14.15pt;mso-list:
l1 level1 lfo1'>

```





```

<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
 background-color: #FFFFFF;
 margin-left: 10px;
 margin-top: 0px;
 margin-right: 0px;
 margin-bottom: 0px;
}
.style12 {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 10px;
 color: #FFFFFF;
}
.style13 {color: #FFFFFF}
a:link {
 color: #FFFF99;
 text-decoration: none;
}
a:visited {
 text-decoration: none;
 color: #FFFF99;
}
a:hover {
 text-decoration: none;
 color: #990033;
}
a:active {
 text-decoration: none;
 color: #FF0000;
}
.style24 {color: #FFFFFF; font-weight: bold; font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;}
.style26 {font-size: 12px}
-->
</style></head>

<body>
<table width="789" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0">
<tr>
<td width="830" height="14" bgcolor="#336666">P´gina Principal > Curso de
Física Avanzada > Relatividad </td>
</tr>
<tr>
<td align="center" valign="middle" background="../fisicaavanz2.gif"><div align="center"
class="titulogrande style5 style13">Curso de Física Avanzada - Relatividad
</div></td>
</tr>
</table>
<div align="left">
<table width="789" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0"
background="../fisicaavanz2.gif">
<tr background="../fisicaavanz2.gif">
<td width="88"><div align="center" class="style26">MECANICA </div></td>

```

```
 |
```

## 7.2. Relatividad. Principios de la Relatividad. Marco 5

```

<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Untitled Document</title>
<meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=iso-8859-1">
<style type="text/css">
<!--
body {
 background-color: #B8C9C8;
}
.style1 {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 12px;
 font-weight: bold;
 color: #0000CC;
}
a:link {
 color: #990033;
 text-decoration: none;
}
a:visited {
 text-decoration: none;
 color: #990033;
}
a:hover {
 text-decoration: none;
 color: #0000FF;
}
a:active {
 text-decoration: none;
 color: #FF0000;
}

```

```

a {
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 9px;
}
.style14 {
 color: #FFFFFF;
 font-size: 10pt;
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
}
.style15 {color: #B8C9C8}
.style19 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 9px; color: #990033; }
.style22 {color: #990033}
.style25 {font-family: Arial, Helvetica, sans-serif; font-size: 9px; }
.style26 {font-size: 9px}
.style28 {
 color: #990033;
 font-family: Arial, Helvetica, sans-serif;
 font-size: 9px;
}
-->
</style>
</head>

<body>
<div align="center">
 <table width="169" height="20" border="0" cellpadding="0" cellspacing="0" bgcolor="#6699CC">
 <tr>
 <td bgcolor="#78C7A9"><div align="center">INDICE
RELATIVIDAD</div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"> PRINCIPIOS DE LA RELATIVIDAD
</div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"><a href="transfgalileo.htm"
target="mainFrame"> TRANSFORMACION DE GALILEO </div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center">
 POSTULADOS DE
EINSTEIN </div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"> LA TRANSFORMACION DE
LORENTZ</div></td>
 </tr>
 <tr>
 <td bgcolor="#B8C9C8"><div align="center"> ADISION DE
VELOCIDADES</div></td>
 </tr>
 </table>

```

<a href="formcuadrdimensio.htm">CUADRIMENSIONAL</a>	<a href="formcuadrdimensio.htm" target="mainFrame">FORMULACION</a>
<a href="mecanicrelativista.htm">RELATIVISTA</a>	<a href="mecanicrelativista.htm" target="mainFrame">MECANICA</a>
<a href="funlagrangehamilton.htm">LAGRANGE Y HAMILTON</a>	<a href="funlagrangehamilton.htm" target="mainFrame"></a>

### 7.3. Relatividad. Transformación de Galileo

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="transfgalileo_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="transfgalileo_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="transfgalileo_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>TRANSFORMACION DE GALILEO</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>14</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T17:29:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T21:40:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>1354</o:Words>
<o:Characters>7449</o:Characters>

```



```

<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>62</o:Lines>
<o:Paragraphs>17</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>8786</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
 <w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
 <w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
 <w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
 <w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
 <w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
 <w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
 </w:Compatibility>
 <w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>

```

```

<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>TRANSFORMACION DE
GALILEO<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Para caracterizar el movimiento de los cuerpos en el
espacio es necesario poner un sistema de cuerpos físicos entre los cuales
exista una cierta interacción, por ejemplo, electromagnética, y hay que
contar con algún método para medir el tiempo. La posibilidad de medir el
tiempo nos la da cualquier proceso periódico, que llamamos reloj. Así
conocemos la velocidad de la luz y el tiempo necesario para que ésta pase de
un cuerpo al otro se puede determina la distancia entre los dos cuerpos. Un
conjunto de cuerpos cuyas distancias mutuas de han determinado de esta manera
y dotados de relojes se llama sistema de referencia. Únicamente cuando se
dispone de un sistema de referencia se puede hablar de una determinada ley de
movimiento de un cierto cuerpo en el espacio. Si en cada instante se refiere
la posición de un cuerpo a un sistema de referencia, el conjunto de todas las
posiciones del mismo en el espacio forma su trayectoria, y el orden de
sucesión del paso por los diferentes puntos de la trayectoria, se llama la
ley de movimiento.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

```

Podemos elegir como sistema de referencia cualquier conjunto de cuerpos que se mueven según una ley arbitraria, sin embargo entenderemos por sistemas inerciales de referencia aquéllos en los que es válida la ley de inercia de Newton. En otras palabras en los sistemas de referencia inerciales el movimiento de los cuerpos no está sometido a la acción de fuerzas externas, se mueven en movimiento rectilíneo y uniforme. Este hecho es importante porque en ellos el movimiento tiene su forma más simple.

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

Si al comparar las leyes de movimiento de un cuerpo en diferentes sistemas de referencia, si una ley física no cambia al pasar de un sistema al otro, decimos que la ley es invariante respecto de esta transformación. Dicho de otra forma las leyes de la mecánica clásica son invariantes respecto al paso de un sistema de referencia inercial a otro.

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

Consideremos dos sistemas de referencia inerciales  $k$  y  $k'$  que se mueven uno respecto del otro. Al sistema  $k'$  lo llamaremos sistema móvil, y al sistema  $k$ , sistema en reposo. Es fácil obtener las relaciones que ligán entre sí las velocidades y las posiciones de un cuerpo que se mueve respecto a dos sistemas inerciales. Tomemos los ejes  $x$  y  $x'$  de modo que su dirección y sentido coincidan con los del vector velocidad del movimiento relativo  $\mathbf{v}$ , por lo que el movimiento relativo tendrá lugar únicamente en el sentido positivo del eje  $x$ . Además el origen de los dos sistemas coincide en el instante inicial  $t = 0$ , como lo marca la figura.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{v}t$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{v}t$$

</v:shape><![endif]><![if !vml]><![endif]><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Para encontrar las leyes de transformación del sistema de  
referencia k al sistema k' observemos que en ambos sistemas inerciales de  
referencia la ley del movimiento inercial<span style='mso-spacerun:yes'>  
</span>de un cuerpo debe tener exactamente la misma forma. Por lo anterior en  
ambos sistemas la aceleración del cuerpo es la misma e igual a cero, o  
sea:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=Spelle><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>a<sub>x</sub></span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span  
class=Spelle>a<sub>x</sub></span>' = 0, a<sub>y</sub> = a<sub>y</sub>' = 0, <span  
class=Spelle>a<sub>z</sub></span> = <span class=Spelle>a<sub>z</sub></span>'  
= 0, <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>integrando:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=Spelle><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>v<sub>x</sub></span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span  
class=Spelle>v<sub>x</sub></span>' + v, <span class=Spelle>v<sub>y</sub></span>  
= <span class=Spelle>v<sub>y</sub></span>', <span class=Spelle>v<sub>z</sub></span>  
= <span class=Spelle>v<sub>z</sub></span>'<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>una segunda integración:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>x = x' + <span class=Spelle>vt</span>,&br/>y = y', z = z'<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Implícitamente se ha supuesto que el tiempo tiene un <span  
class=Spelle>carácter</span> absoluto y es el mismo en todos los sistemas de  
referencia, por lo que para que el sistema de transformaciones este completo,  
se tiene que escribir:</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>t = t'<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Las ecuaciones:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>x = x' + <span class=Spelle>vt</span>,&br/>y = y', z = z', t = t'<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>forman la llamada transformación de Galileo, y la  
ecuación:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span class=SpellE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>v<sub>x</sub></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = <span class=SpellE>v<sub>x</sub></span>' + v, <span class=SpellE>v<sub>y</sub></span> = <span class=SpellE>v<sub>y</sub></span>', <span class=SpellE>v<sub>z</sub></span> = <span class=SpellE>v<sub>z</sub></span>'<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>recibe</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> el nombre de adición de velocidades en mecánica clásica.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El hecho de que las leyes de la mecánica clásica no varíen al <span class=SpellE>pasr</span> de un sistema de referencia inercial a otro, se expresa en las ecuaciones de Newton de la forma:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:51.75pt;height:27.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="transfgalileo\_archivos/image031.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875626">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="transfgalileo\_archivos/image032.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875627">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:48.75pt;height:27.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="transfgalileo\_archivos/image033.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875628">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;

font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> aplica la sustitución

x </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> x', y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y', z </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> z', o sea, si se pasa del sistema k al sistema k' dichas ecuaciones no cambian si la ley de transformación de las coordenadas y el tiempo es la transformación de Galileo. Dado que en las ecuaciones de movimiento intervienen solamente las aceleraciones en la transformación de Galileo se tiene:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:53.25pt;height:27.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfgalileo\_archivos/image034.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875629"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:30pt' o:ole=""><v:imagedata src="transfgalileo\_archivos/image035.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875630"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:51pt;height:27.75pt' o:ole="">



teoría de Lorentz se hacía un intento decisivo para eliminar la relatividad. La circunstancia de que las ecuaciones de Maxwell-Lorentz, en contraposición a las de Newton resultaran variantes respecto de las transformaciones de Galileo, implicaba como consecuencia inmediata tener que renunciar a la relatividad. Es claro que el problema fundamental del cambio del siglo XIX al XX era determinar experimentalmente una velocidad absoluta y obtener pruebas directas de la existencia del éter.

Consideremos un experimento para lo anterior. Supongamos que en determinado cuerpo, que se mueve respecto del éter inmóvil con velocidad  $v$ , se han colocado una fuente y un detector de ondas electromagnéticas. Si el vector fuente-detector coincide en dirección y sentido con los movimientos del cuerpo respecto del éter  $v$ , la distancia entre una y el otro,  $l$ , la recorrerá la luz en el tiempo  $t_1 = l/(c - v)$ . Si medimos ese tiempo  $t_1$ , se puede hallar la velocidad respecto del éter. Sin embargo, dado que  $c$  es muy grande, en comparación a  $v$  que es muy pequeña, la medición se encontraba fuera de la posible precisión de un experimento. Se puede comparar el tiempo  $t_1$  con el tiempo  $t_2$ , durante el cual la luz recorre la misma distancia  $l$  en una dirección perpendicular a la dirección de  $v$ . Al cabo del tiempo  $t_2$  el receptor recorre un camino  $vt_2$  respecto del éter, de modo que el camino total que recorre la luz desde la fuente hasta el detector es igual a  $(l^2 + v^2 t_2^2)^{1/2}$ . De acuerdo con esto, para el tiempo  $t_2$  tenemos:

$$t_2 = \frac{l}{c} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

pero:

$$t_1 = \frac{l}{c - v}$$

pero:

$$t_2 = \frac{l}{c} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$





</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875638">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:62.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="transfgalileo\_archivos/image044.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte  
mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875639">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Si hacemos interferir los rayos que se han movido desde la  
fuente al detector en el sentido de la velocidad v y en una dirección  
perpendicular, es posible determinar la diferencia entre t<sub>1</sub> y t<sub>2</sub>,  
y la velocidad v con gran precisión. En 1881 <span class=Spelle>Michelson</span>  
llevó a cabo un experimento como el anterior en el que se empleó como  
velocidad de la fuente la del movimiento orbital de la Tierra. <span  
class=Spelle>Michelson</span> hizo interferir los rayos que recorrían el  
camino desde la fuente a un receptor en la dirección del movimiento de la  
Tierra y en una dirección perpendicular al mismo. Para sorpresa no se  
consiguió poner de manifiesto ninguna diferencia entre los tiempos t<sub>1</sub>  
y t<sub>2</sub>, por lo que a alto grado de precisión eran iguales.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</td>  
</tr>  
</table>  
<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:  
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span  
style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
</div>  
</body>  
</html>

#### 7.4. Relatividad. Postulados de la teoría de la relatividad de Einstein

```
<html xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="postrelateinstein_archivos/filelist.xml">
<title>POSTULADOS DE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD DE EINSTEIN</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>1</o:Revision>
<o:TotalTime>1</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T17:43:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T17:44:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>466</o:Words>
<o:Characters>2564</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>21</o:Lines>
<o:Paragraphs>6</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>3024</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
```

```

text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}
@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
{mso-list-id:1692294619;
mso-list-type:simple;
mso-list-template-ids:880296474;}
@list l0:level1
{mso-level-tab-stop:none;
mso-level-number-position:left;
mso-level-legacy:yes;
mso-level-legacy-indent:14.15pt;
mso-level-legacy-space:0cm;
margin-left:14.15pt;
text-indent:-14.15pt;}
ol
{margin-bottom:0cm;}
ul
{margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;
mso-para-margin-bottom:.0001pt;
mso-pagination:widow-orphan;
font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

```

<b>POSTULADOS DE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD DE EINSTEIN</b>   El resultado negativo del experimento de Michelson llevó a Einstein a reconsiderar los conceptos de partida de la física, comenzando por las ideas del espacio y tiempo. Como resultado desarrolló la teoría de la relatividad llamada especial. Introdujo dos principios como base de su teoría:      - El principio de relatividad de Einstein.    - El principio de existencia de una velocidad límite de propagación de las interacciones.       Según el principio de relatividad de Einstein, el movimiento rectilíneo uniforme de los cuerpos no influye sobre los procesos que ocurren en ellos. En otras palabras, todas las leyes de la naturaleza son las mismas en los sistemas de referencia inerciales. Esta proposición la podemos expresar de la forma: Las leyes de la naturaleza son invariantes al pasar de un sistema de referencia inercial a otro. Es indubitable que el principio de Einstein es una generalización del principio de relatividad de Galileo, que estableció el carácter relativo del movimiento inercial y la imposibilidad de introducir los conceptos de movimiento absoluto y reposo absoluto en la mecánica clásica. El resultado negativo del experimento de Michelson, significó para Einstein, que los conceptos de movimiento absoluto y reposo carecen de sentido también en la teoría electromagnética.
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

color:blue">Sin embargo existe una profunda diferencia entre los principios de Galileo y Einstein. En el de Einstein el paso de un sistema inercial a otro no se vincula con las f&ouml;rmulas de transformaci&ouml;n de las coordenadas<span style="mso-spacerun:yes">&nbsp;</span>y la ley de adici&ouml;n de las velocidades de la mec&aaacute;nica cl&aaacute;sica. En efecto, es claro que las ecuaciones de Maxwell no admiten estas transformaciones, por lo que en la teor&iacute;a de Einstein se debe de encontrar una nueva ley de transformaci&ouml;n de las coordenadas y del tiempo que permita pasar de un sistema inercial a otro. Para esto es el segundo postulado de la teor&iacute;a de la relatividad, que afirma que cualquier interacci&ouml;n entre cuerpos se propaga en el vac&iacute;o <span class="GramE">finita</span> y universal, y que es independiente del movimiento y del estado de los cuerpos. Este postulado expresa el resultado del experimento de Michelson.</p></div></td></tr></table></body></html>

## 7.5. Relatividad. Las transformaciones de Lorentz

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="translorentz_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="translorentz_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="translorentz_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
```

```

.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>LAS TRANSFORMACIONES DE LORENTZ</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>3</o:Revision>
<o:TotalTime>10</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T17:44:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T21:45:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>1271</o:Words>
<o:Characters>6993</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>58</o:Lines>
<o:Paragraphs>16</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>8248</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";
margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle

```

```

 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="3074"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>LAS TRANSFORMACIONES DE
LORENTZ<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Partiendo de los postulados de la teoría de la relatividad
de Einstein se puede obtener la ley de transformación que liga entre sí las

```



coordenadas espaciales y el tiempo en dos sistemas de referencia en movimiento rectilíneo y uniforme. Sean  $x, y, z, t$  y  $x', y', z', t'$ . las coordenadas y el tiempo en los sistemas de referencia inerciales  $k$  y  $k'$ , y  $v$  la velocidad de su movimiento relativo. No existe ninguna razón que no lleve a suponer que el tiempo en el sistema  $k'$  es el mismo que en el sistema  $k$ . para simplificar el problema elegimos a los ejes  $x$  y  $x'$  como los que están en la dirección de la velocidad, como se marca en la figura.

$z$

$t$

$x$

$x'$

$y$

$y'$

$z'$

$t'$

$v$

formulas

if lineDrawn pixelLineWidth 0

sum @0 1 0

sum 0 0 @1

prod @2 1 2

prod @3 21600 pixelWidth

prod @3 21600 pixelHeight

sum @0 0 1

prod @6 1 2

prod @7 21600 pixelWidth

sum @8 21600 0

prod @7 21600 pixelHeight

sum @10 21600 0

path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"

lock v:ext="edit" aspectratio="t"

shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:187.5pt; height:117pt'

imagedata src="translorentz\_archivos/image001.png" o:title=""/>

shape-->[if !vml]>img width=250 height=156 src="translorentz\_archivos/image002.jpg"

shapes="\_x0000\_i1025">[endif]>

Debemos de pensar que en determinado instante de tiempo  $t'$  en el punto de coordenadas  $(x', y', z')$  tiene lugar cierto proceso físico. Nuestro problema es encontrar las coordenadas de este proceso en el sistema de coordenadas  $k$ , o sea, encontrar las coordenadas  $(x, y, z, t)$  que caracterizan ese mismo proceso en el sistema  $k$ .

Para establecer la relación analítica que liga entre sí las cantidades  $(x, y, z, t)$  y  $(x', y', z', t')$ , consideremos la propagación de una onda electromagnética esférica en ambos sistemas de referencia.

Elijamos como origen del tiempo  $t = 0$ , que es el momento en el cual el origen de coordenadas del sistema  $k'$  coincide con el del sistema  $k$ . Supongamos que en el instante  $t = 0$  una onda electromagnética esférica se propaga a partir del origen de coordenadas. En el sistema  $k$ , la ecuación de la superficie de la onda es:

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:102pt;height:17.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="translorentz\_archivos/image003.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875893"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>De acuerdo con el principio de la relatividad de Einstein, la ley y la velocidad de propagación de una onda deben ser las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales. Además de la ecuación anterior se puede escribir la ecuación de la onda esférica en el sistema k.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:183.75pt;height:17.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="translorentz\_archivos/image005.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875894"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>las</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> ecuaciones de transformación de coordenadas y del tiempo deben mantener la validez de las ecuaciones anteriores y ser lineales. <span class=GramE>la</span> condición de linealidad esta relacionada con la homogeneidad del espacio, en el que no existe un sólo punto de privilegio por sus propiedades. <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Nos podemos dar cuenta que debido a que el movimiento del sistema k' tiene lugar a lo largo del eje x, la transformación de las coordenadas y, z, debe ser de la forma:  $y = y'$ ,<span style='mso-spacerun:yes'></span><span>z = z'. La ley de transformación que lleva de x a x' se puede escribir partiendo de lo siguiente: si en el instante  $t = 0$ , los orígenes de los sistemas de coordenadas k y k' coinciden, la ecuación del plano  $x' = 0$  en el sistema k se escribe así:  $x =$  <span class=SpellE>vt</span>, por lo tanto en el caso más general se puede escribir:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>



Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que satisfacen las condiciones del principio de relatividad de Einstein se encuentran al sustituir t' y x' en la ecuación de la onda esférica, lo que nos da:<o:p></o:p></span></p>

x^2,  $t^2$  y  $xt$  sean iguales, por lo tanto:<o:p></o:p></span></p>

de la sugunda ecuación obtenemos:

$$y = g$$

Si sustituimos en la tercera ecuación  $b$  y  $g$ , tenemos:

$$a$$

Sustituyendo  $a$  en la segunda ecuación se tiene:



DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875905">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituyendo los calores de </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> en las ecuaciones para x' y t' tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:57pt;height:45.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="translorentz\_archivos/image029.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875906">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>y' = y<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>z' = z<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:54.75pt;height:57.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="translorentz\_archivos/image031.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875907">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">Las anteriores ecuaciones se llaman la transformación de Lorentz, las que de acuerdo con el principio de la relatividad de Einstein deben sustituir a las de Galileo.

Con base en el principio de relatividad de Einstein los sistemas de referencia  $k$  y  $k'$  son equivalentes, por lo que en el sistema  $k'$  la velocidad del movimiento es  $-v$ , con lo que se obtiene:

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

Una propiedad de las transformaciones de Lorentz es que para velocidades relativas del movimiento que son pequeñas respecto a la velocidad de la luz, se tiene que en el límite cuando  $v \ll c$  la relación  $v^2/c^2$  es muy pequeña y se tiene:

$$x' \approx x + vt$$

$$y' \approx y$$

$$t' \approx t$$



<o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

L\_0 la longitud del objeto en la dirección del movimiento, que es el eje x. Esta longitud medida en el sistema de referencia del objeto (k') se llamará longitud propia del objeto. Mediante las transformaciones de <span class=SpellE>Lorentz</span> encontraremos la longitud del objeto en el sistema de referencia k, es decir la longitud de un objeto que se mueve respecto del sistema k con velocidad v. Sean  $x_1$  y  $x_2$  las coordenadas del origen y extremo del objeto en el sistema k'. Encontraremos estas coordenadas en el sistema k.<o:p></o:p></span></p>

x\_1 y  $x_2$ . Mediante la ecuación de transformación de longitud tenemos:<o:p></o:p></span></p>

la diferencia será:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma$$

Si llamamos a  $x_1$  -  $x_2$  por L, tenemos:

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

por lo que:

$$L = L_0 \gamma$$

ecuación anterior nos dice que la longitud del objeto que se mueve con velocidad  $v$  respecto del sistema de referencia  $k$  es  $(1 - \frac{v^2}{c^2})^{1/2}$  veces su longitud propia. Este acortamiento de las dimensiones de un cuerpo se llama contracción de Lorentz. Dado que las

dimensiones del objeto en las direcciones perpendiculares a la velocidad se conservan invariantes, el volumen del objeto está relacionado con su volumen propio por medio de la ecuación.

$\Delta V = \Delta V_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

De esta forma la longitud y el volumen de un objeto que no está sometido a la acción de fuerzas externas son cantidades que tienen un valor relativo. En la física clásica el carácter absoluto del concepto de longitud de un objeto se consideraba evidente de facto.

En el concepto de tiempo se produce un cambio también fundamental en la teoría de la relatividad. Supongamos que en punto  $x'$  del sistema  $k'$  tiene lugar un proceso físico durante el intervalo de tiempo  $\Delta t'$ .

Donde  $t'_1$  y  $t'_2$  son los instantes inicial y final del proceso. En el sistema  $k$  para los instantes  $t_1$  y  $t_2$  se puede escribir:

$$\Delta t = \Delta t' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875916">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La diferencia de los tiempos nos da el intervalo de tiempo transcurrido desde el inicio hasta el final del proceso en el sistema k:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:99pt;height:45.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="translorentz\_archivos/image045.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875917">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El tiempo </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>D</span></span></span>  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub>0</sub> medido en el sistema de referencia que se mueve junto con el proceso, se llama tiempo propio. La última ecuación nos dice que el tiempo propio entre dos sucesos físicos es  $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$  veces el tiempo que ha transcurrido entre ellos en el sistema k. En contraste con la física newtoniana, el transcurso del tiempo depende del estado de movimiento. No existe un tiempo universal, y el concepto de intervalo de tiempo entre dos sucesos físicos es relativo.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </td>  
 </tr>  
 </table>  
 <p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 </div>  
 </body>  
 </html>

## 7.6. Relatividad. Adición de velocidades y transformacion de ángulos

```
<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="adiciónvelocidades_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="adiciónvelocidades_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="adiciónvelocidades_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>ADISION DE VELOCIDADES Y TRANSFORMACION DE ANGULOS</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>46</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T17:53:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T21:16:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>267</o:Words>
<o:Characters>1471</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>12</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1735</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
```

```

</xml><![endif]-->
</style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}
div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->

```

```

</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>ADISION DE VELOCIDADES Y
TRANSFORMACION DE ANGULOS<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Escribiremos las ecuaciones de la transformaci3n de Lorentz para las diferenciales de las coordenadas
espaciales y del tiempo:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype
id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:62.25pt;
height:45.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="adici3nvelocidades_archivos/image031.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if
gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241874154">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:39pt;height:27pt' o:ole="">

```

<v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image032.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874155">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:57.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image033.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874156">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Sean x', y', z' las coordenadas de un punto material que se  
 mueve en el sistema de coordenadas k'. Las componentes de la velocidad de  
 dicho punto en el sistema k' serán:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:45pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image034.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874157">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
 vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:42.75pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image035.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874158">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
 vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:39.75pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">



<v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image036.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874159">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>y en el sistema k:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:42pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image037.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874160">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
 vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:42pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image038.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874161">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><sub><!--[if gte  
 vml 1]><v:shape  
 id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:38.25pt;height:27.75pt'  
 o:ole="">  
 <v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image039.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
 gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874162">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
 font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
 style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'>Dividiendo las diferenciales de las coordenadas por la  
 diferencial del tiempo se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
 Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD



o:ole="">  
<v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image043.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874166">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Por la ley de la adición de velocidades podemos darnos  
cuenta que un ángulo tiene un valor relativo y cambia al pasar de un sistema  
de referencia inercial a otro. Dado que: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:42pt;height:30.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image044.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874167">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>q</span></span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el  
ángulo formado por el vector velocidad de la partícula con el eje x, tenemos  
que:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:321pt;height:96.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="adiciónvelocidades\_archivos/image045.wmz" o:title=""/>  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874168">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>donde <o:p></o:p></span></p>

$$u' \cos \theta = u \cos \theta'$$

Esta última ecuación es la ley de transformación de los ángulos en la teoría de la relatividad, y relaciona los valores de los ángulos  $\theta$  y  $\theta'$  y  $\theta$  y  $\theta'$  formados por el vector velocidad con los ejes  $x'$  y  $x$  respectivamente.

Relatividad. Formulación cuatridimensional de la teoría de la relatividad

```

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="formcuadrdimensionio_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="formcuadrdimensionio_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="formcuadrdimensionio_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\.* {behavior:url(#default#VML);}
o\.* {behavior:url(#default#VML);}
w\.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>FORMULACION CUADRIMENSIONAL DE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>7</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T19:28:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T21:18:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>1099</o:Words>
<o:Characters>6047</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>50</o:Lines>
<o:Paragraphs>14</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>7132</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
{mso-style-parent:"";

```

```

margin:0cm;
margin-bottom:.0001pt;
text-align:justify;
mso-pagination:widow-orphan;
mso-layout-grid-align:none;
punctuation-wrap:simple;
text-autospace:none;
font-size:12.0pt;
mso-bidi-font-size:10.0pt;
font-family:"Times New Roman";
mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.SpellE
{mso-style-name:"";
mso-spl-e:yes;}
span.GramE
{mso-style-name:"";
mso-gram-e:yes;}
@page Section1
{size:595.3pt 841.9pt;
margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
mso-header-margin:35.45pt;
mso-footer-margin:35.45pt;
mso-paper-source:0;}
div.Section1
{page:Section1;}
/* List Definitions */
@list l0
{mso-list-id:577062984;
mso-list-type:simple;
mso-list-template-ids:880296474;}
@list l0:level1
{mso-level-tab-stop:none;
mso-level-number-position:left;
mso-level-legacy:yes;
mso-level-legacy-indent:14.15pt;
mso-level-legacy-space:0cm;
margin-left:14.15pt;
text-indent:-14.15pt;}
ol
{margin-bottom:0cm;}
ul
{margin-bottom:0cm;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
{mso-style-name:"Tabla normal";
mso-tstyle-rowband-size:0;
mso-tstyle-colband-size:0;
mso-style-noshow:yes;
mso-style-parent:"";
mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
mso-para-margin:0cm;

```

mso-para-margin-bottom:.0001pt;  
mso-pagination:widow-orphan;  
font-size:10.0pt;  
font-family:"Times New Roman";}

</style>  
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>  
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>  
<o:shapelayout v:ext="edit">  
<o:idmap v:ext="edit" data="1"/>  
</o:shapelayout></xml><![endif]-->  
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

&lt;table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792 style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'&gt;   &lt;tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'&gt;   &lt;td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'&gt;   &lt;p class=MsoNormal&gt;&lt;b style='mso-bidi-font-weight:normal'&gt;&lt;span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'&gt;FORMULACION CUADRIMENSIONAL DE LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD&lt;/span&gt;&lt;/b&gt;&lt;span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'&gt;&lt;o:p&gt;&lt;/o:p&gt;&lt;/span&gt;&lt;/p&gt;   &lt;p class=MsoNormal&gt;&lt;span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'&gt;&lt;o:p&gt;&amp;nbsp;&lt;/o:p&gt;&lt;/span&gt;&lt;/p&gt;   &lt;p class=MsoNormal&gt;&lt;span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'&gt;De acuerdo con la relatividad todas las leyes físicas deben ser exactamente las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales, lo que significa que todas las leyes físicas se deben formular de tal manera que sean invariantes respecto de las transformaciones de &lt;span class=SpellE&gt;Lorentz&lt;/span&gt;. La condición de invariancia de las leyes físicas respecto de ciertas transformaciones de los sistemas de coordenadas no es una característica específica de la teoría de la relatividad. Cualquier ley física se formula de manera que las magnitudes que en ella intervienen se refieren a un determinado sistema de ejes coordenados. Es claro que el contenido de una ley física no puede depender de la orientación de dichos ejes en el espacio. La propiedad de invariancia de las leyes físicas respecto, por ejemplo un giro, se puede expresar de la forma siguiente: en la mecánica clásica todas las leyes físicas se formulan como igualdades del tipo &lt;/span&gt;&lt;span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'&gt;&lt;span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'&gt;a&lt;/span&gt;&lt;/span&gt;&lt;span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'&gt; &lt;/span&gt;&lt;span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'&gt;&lt;span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'&gt;=&lt;/span&gt;&lt;/span&gt;&lt;span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'&gt; &lt;/span&gt;&lt;span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'&gt;&lt;span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'&gt;b&lt;/span&gt;&lt;/span&gt;&lt;span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'&gt;, o bien &lt;/span&gt;&lt;b
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

a

o

ik

ik

. La primera de ellas establece una relación entre cantidades escalares que se conservan invariantes en un giro de coordenadas, y la segunda relaciona cantidades vectoriales. La última igualdad muestra de modo general que el carácter tensorial de las magnitudes que aparecen en uno y otro miembro es el mismo. Por lo anterior toda ley física se formula de modo que contenga solamente magnitudes de igual naturaleza tensorial.

En la mecánica clásica las leyes de transformación de coordenadas, que conservan invariantes las leyes físicas, son las siguientes:

1. Times New Roman

Invariancia respecto de la transformación de Galileo.



<p class=MsoNormal style='margin-left: 14.15pt; text-indent: -14.15pt; mso-list: l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; mso-fareast-font-family: Arial; color: blue'><span style='mso-list: ignore'>2.<span style='font: 7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; color: blue'>Invariancia respecto de las traslaciones y de los giros del sistema de coordenadas.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left: 14.15pt; text-indent: -14.15pt; mso-list: l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; mso-fareast-font-family: Arial; color: blue'><span style='mso-list: ignore'>3.<span style='font: 7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; color: blue'>Invariancia respecto de la sustitución de t por (t + </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Symbol; mso-ascii-font-family: Arial; mso-hansi-font-family: Arial; mso-bidi-font-family: Arial; color: blue; mso-char-type: symbol; mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type: symbol; mso-symbol-font-family: Symbol'>D</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; color: blue'>t), que expresa la homogeneidad del curso del tiempo.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal style='margin-left: 14.15pt; text-indent: -14.15pt; mso-list: l0 level1 lfo2'><![if !supportLists]><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; mso-fareast-font-family: Arial; color: blue'><span style='mso-list: ignore'>4.<span style='font: 7.0pt "Times New Roman"'>&nbsp;&nbsp;&nbsp;</span></span></span><![endif]><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; color: blue'>Invariancia respecto del cambio de signo del tiempo, que indica el carácter reversible de las leyes de la mecánica, simétricas respecto del futuro y pasado.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; color: blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; color: blue'>A simple vista se puede pensar que la diversidad de las leyes físicas y la variedad de las magnitudes físicas excluye el procedimiento general para establecer sus formulaciones invariantes en relatividad. Para hallar un modo general que permita establecer expresiones invariantes ante la relatividad introduciremos de manera puramente formal la magnitud:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; color: blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align: center'><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Symbol; mso-ascii-font-family: Arial; mso-hansi-font-family: Arial; mso-bidi-font-family: Arial; mso-char-type: symbol; mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type: symbol; mso-symbol-font-family: Symbol'>t</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial'> = <span class=Spelle>ict</span>,<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; color: blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; color: blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial; color: blue'> llamaremos cuarta coordenada, o tiempo imaginario, y no tiene significado físico inmediato. El tiempo imaginario nos puede representar un intervalo de la forma:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align: center'><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt; font-family: Arial'>-ds<sup>2</sup> = dx<sup>2</sup> +

$dy^2 + dz^2 + dt^2$

Con esta notación las transformaciones de Lorentz representa una transformación lineal de las cuatro coordenadas (x, t, z, y), que conserva invariante la cantidad  $ds^2$ , que representa el cuadrado de la distancia entre dos puntos de un espacio cuatridimensional. Por lo anterior la transformación de Lorentz es una transformación lineal que conserva la distancia entre cualesquiera dos puntos de este espacio. Esta interpretación geométrica de la transformación de Lorentz es debida a Minkowski, y nos permite deducir directamente la forma invariante relativista de las leyes físicas. Para que una expresión sea relativísticamente invariante, debe tener la forma  $a = b$ , donde a y b son escalares, o bien  $a_{\mu} = b_{\mu}$ , donde  $a_{\mu}$  y  $b_{\mu}$  son vectores cuatridimensionales con componentes  $a_x, a_y, a_z, a_t$  y  $b_x, b_y, b_z, b_t$  respectivamente.

$\frac{y}{x} = \frac{y}{x}$

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span></sub><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span></sub><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'> $\frac{1}{4}$ </span></span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son  
tensores de cualquier orden en el espacio de cuatro dimensiones. El concepto  
de espacio de cuatro dimensiones tiene un carácter formal y no equivale a  
afirmar que existe un espacio real de cuatro dimensiones. La coordenada  
temporal </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es una  
magnitud imaginaria que tiene un profundo significado físico: pone de  
manifiesto la relación entre el espacio y el tiempo.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Introduciremos el vector cuadridimensional de posición <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>r</span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'>a</span></span></sub><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'> </span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Arial'>(</span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 1, 2, 3,4),<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el vector cuyas  
proyecciones sobre ejes de coordenadas ortogonales entre sí son iguales a x,  
y, z, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;  
mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:  
Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span  
style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. En una  
transformación de <span class=SpellE>Lorentz</span>, una rotación en el  
espacio de cuatro dimensiones, las componentes del vector r</span><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:

Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se  
transforman de acuerdo a r</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:  
Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>a</span></span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> = </span><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;  
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;  
mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span></sub><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> r'</span><sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:  
Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;  
mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:  
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span></sub><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> tal que  
el cuadrado del vector r</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;  
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;  
mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:  
Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-  
family:Symbol'>a</span></span></sub><sup><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span  
lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se  
conserve invariante.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype  
id="\_x0000\_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"  
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">  
<v:stroke joinstyle="miter"/>  
<v:formulas>  
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>  
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>  
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>  
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>  
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>  
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>  
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>  
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>

</v:formulas>  
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>  
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>  
</v:shapetype><v:shape id="\_x0000\_i1025" type="#\_x0000\_t75" style='width:134.25pt; height:24.75pt' o:ole="">  
<v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image038.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1025"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874268">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Para que lo anterior ocurra los coeficientes de la  
transformación de <span class=SpellE>Lorentz</span> deben cumplir la  
condición: <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1026" type="#\_x0000\_t75" style='width:54pt;height:15.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image039.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1026"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874270">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:  
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que</span></span><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> recibe el nombre de  
condición de ortogonalidad. Luego tenemos:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:230.25pt;height:27pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image040.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874271">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">Esta condición impone una limitación esencial a los coeficientes de la transformación </span><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family: Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>.<span style='mso-spacerun:yes'> </span>Generalicemos la definición del vector  $\mathbf{r}$ </span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> al caso de un cuadrivector arbitrario. Por definición llamaremos cuadrivector  $\mathbf{a}$ </span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> a un conjunto de proyecciones <span class=Spelle>a<sub>x</sub></span>,  $a_y$ , <span class=Spelle>a<sub>z</sub></span>,  $a_t$ </span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que en las transformaciones de <span class=Spelle>Lorentz</span> se transforma de acuerdo con la misma ley que las componentes del vector de posición  $\mathbf{r}$ </span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue; mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type: symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>,  $o$  sea:

<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>a</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial; mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol; mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family: Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'> = </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial; mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>g</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family: Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:

symbol;mso-symbol-font-family:Symbol"><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> a</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>b</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>a</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Por analogía se puede escribir la ley de transformación en la forma:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:57.75pt'o:ole=""><v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image041.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874272"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>a<sub>y</sub> = a<sub>y</sub>',<span style='mso-spacerun:yes'> </span><span class=SpellE>a<sub>z</sub></span> = <span class=SpellE>a<sub>z</sub></span><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:68.25pt;height:57.75pt'o:ole=""><v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image042.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874273"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Para los vectores cuatrimensionales, al igual que para los de tres dimensiones, cabe introducir el concepto de producto escalar.<o:p></o:p></span></p>



<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>c = a</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>b</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = a </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> b + a</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> </span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>b</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>, <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> c es un escalar. Los vectores a</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y b</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se califican de ortogonales entre sí, si su producto escalar es igual a cero.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Una característica importante de un cuadvivector es el escalar que corresponde al cuadrado del mismo:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:137.25pt;height:24.75pt' o:ole="">



Para las componentes de la cuadrivelocidad se tiene:







La cuarta componente  $u_0$  de la velocidad es imaginaria. Salvo el factor  $ic$  representa el coeficiente de transición del tiempo propio  $dt_0$  al tiempo  $dt$ . Una característica del cuadrivector velocidad es que sus componentes no son independientes entre sí. Si formamos el cuadrado de  $u$

mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>2</span></sup><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> se

tiene:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:125.25pt;height:18pt' o:ole="">

<v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image048.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874279">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que el cuadvector velocidad es un vector temporal y su valor absoluto es una constante.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Definiremos la aceleración cuadridimensional de la

forma:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:48pt;height:30pt' o:ole="">

<v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image049.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874280">

</o:OLEObject>

</xml><![endif]><!--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Expresando la <span class=Spelle>cuadriaceleración</span> en función de la velocidad v y la aceleración, se encuentra:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:273.75pt;height:48.75pt' o:ole="">

<v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image050.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874281">

</o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:129.75pt;height:50.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image051.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874282">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:129.75pt;height:48.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image052.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874283">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:153.75pt;height:48.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image053.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874284">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>El cuadrado de la <span class=SpellE>cuadriaceleración</span>  
 es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:218.25pt;height:66pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image054.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874285">  
 </o:OLEObject>

</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>por</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> lo que es la <span class=Spelle>cuadriaceleración</span> un vector espacial.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Si derivamos <o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:125.25pt;height:18pt'o:ole=""><v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image055.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874286"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>respecto de t<sub>0</sub>, tenemos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:84pt;height:30pt'o:ole=""><v:imagedata src="formcuadrdimensio\_archivos/image056.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874287"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>lo</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> que significa que los vectores u</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> y w</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> son ortogonales entre sí en el espacio de cuatro dimensiones.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</td>

</tr>

```

</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:
auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><o:p> </o:p></p>

</div>

</body>

</html>

```

## 7.8. Relatividad. Mecánica relativista

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="mecanicrelativista_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="mecanicrelativista_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="mecanicrelativista_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:* {behavior:url(#default#VML);}
o\:* {behavior:url(#default#VML);}
w\:* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>MECANICA RELATIVISTA</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>8</o:Revision>
<o:TotalTime>30</o:TotalTime>
<o:Created>2007-05-28T19:36:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T21:38:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>1018</o:Words>
<o:Characters>5603</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>46</o:Lines>
<o:Paragraphs>13</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>6608</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>

```

```

<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
 <w:BreakWrappedTables/>
 <w:SnapToGridInCell/>
 <w:WrapTextWithPunct/>
 <w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}

@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}

div.Section1
 {page:Section1;}

-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}

</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>

```



```

<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="8194"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellspacing=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>MECANICA
RELATIVISTA<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Como en mecánica clásica, entendemos por una partícula un
cuerpo sin dimensiones, y observemos, ante todo, que la ley de la inercia de
Newton es invariante respecto de las transformaciones de Lorentz. Si en un
sistema inercial de coordenadas k una partícula se mueve sin acelerarse, la
transformación lineal de coordenadas que lleva a otro sistema k' nos resulta
en éste un movimiento de velocidad constante. Pero las ecuaciones de la
dinámica, que son invariantes respecto de las transformaciones de Galileo, no
lo son respecto a las de Lorentz.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Las propiedades inerciales de una partícula se pueden
caracterizar por un escalar, la masa invariante o la masa en reposo m. El
valor de la masa en reposo es una constante característica para cada tipo de
partícula. Definiremos el cuádruplo p <sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:
symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol'>a</sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> por <o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>p<sub><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;
mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;
mso-symbol-font-family:Symbol'>a</sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Arial'> = μ <sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;
font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;
mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</sub>.<o:p></o:p></p>
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Sus componentes son:<o:p></o:p></p>

```



Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el la fuerza cuadrimensional o fuerza de Minkowski, y </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>a</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> toma los valores x, y, z, </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>. Estas ecuaciones reciben el nombre de ecuaciones de la dinámica relativista. En términos de componentes se tiene:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1027" type="#\_x0000\_t75" style='width:135.75pt;height:50.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image041.emz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875477"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En el primer miembro de la ecuación aparece la derivada del impulso respecto del tiempo ordinario. <o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Impongamos la condición de que en el segundo miembro esté la componente de la fuerza ordinaria <i style='mso-bidi-font-style:normal'>F</i><sub>x</sub>. La componente de la cuadrifuerza F<sub>x</sub> está ligada con la componente F<sub>x</sub> de la fuerza en la mecánica clásica por la relación:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>F<sub>x</sub></span><span lang=ES-TRAD><span style='position:relative;top:12.0pt;mso-text-raise:-12.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:69pt;height:33pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image042.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875478"></o:OLEObject>

</xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><span style='position:relative;top:30.0pt;mso-text-raise:-30.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:47.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image043.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875479"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>que en el caso de  $v \ll c$  es la ecuación de Newton.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Para las otras componentes tendremos:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><span style='position:relative;top:30.0pt;mso-text-raise:-30.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:48pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image045.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875480"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'><o:p></o:p></span></sub></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><span style='position:relative;top:30.0pt;mso-text-raise:-30.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:47.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image046.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875481"></o:OLEObject></xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>



lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> u</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span></span></sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> = 0<span style='color:blue'><o:p></o:p></span></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Sustituimos los valores de F<sub>x</sub>, F<sub>y</sub>, F<sub>z</sub>, u<sub>x</sub>, y u<sub>z</sub> resulta:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1034" type="#\_x0000\_t75" style='width:32.25pt;height:42.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image049.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1034" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875484"></o:OLEObject></xml><![endif]></span></span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>F<sub>x</sub><span style='color:blue'></span></sub><span style='color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1035" type="#\_x0000\_t75" style='width:39.75pt;height:42.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image050.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1035" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875485"></o:OLEObject></xml><![endif]></span>F<sub>y</sub><span style='color:blue'></span></sub><span style='color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1036" type="#\_x0000\_t75" style='width:39.75pt;height:42.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image051.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1036" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875486"></o:OLEObject></xml><![endif]></span>F<sub>z</sub><span style='color:blue'></span></sub><span style='color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1037" type="#\_x0000\_t75" style='width:75pt;height:45.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image052.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1037"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875487">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></o:p></p></span></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>por lo que:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><span style='position:relative;top:12.0pt;mso-text-raise:-12.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1038" type="#\_x0000\_t75" style='width:90.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image053.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1038"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875488">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>En el segundo miembro de la última ecuación aparece el trabajo realizado por la fuerza F sobre la partícula. Por lo tanto la componente  $F_x$  de la cuadrifuerza está vinculada con el trabajo de la fuerza tridimensional F. La ecuación la podemos escribir de la forma:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><span style='position:relative;top:30.0pt;mso-text-raise:-30.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1039" type="#\_x0000\_t75" style='width:87.75pt;height:48pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image054.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]><!--[if !vml]><![endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1039"  
 DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875489">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>  
 <p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></b></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>El producto <b style='mso-bidi-font-weight:normal'> F </b></span><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:

Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>x</span></b><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> v</span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> es el trabajo de la fuerza sobre la partícula realizado en la unidad de tiempo, por lo que el primer miembro de la ecuación debe ser la variación de la energía por unidad de tiempo. Por lo que la energía de la partícula se expresa como:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1040" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:47.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image055.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1040" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875490"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Determinaremos la expresión de la aceleración. Las ecuaciones del movimiento<span style='mso-spacerun:yes'> </span>se pueden presentar en la forma:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><span style='position:relative;top:30.0pt;mso-text-raise:-30.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1041" type="#\_x0000\_t75" style='width:207.75pt;height:48pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image056.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1041" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875491"></o:OLEObject></xml><!--[endif]></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p><p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o también:<o:p></o:p></span></p><p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD><span style='position:relative;top:30.0pt;mso-text-raise:-30.0pt'><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1042" type="#\_x0000\_t75" style='width:111.75pt;height:47.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image057.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></span><!--[if gte mso 9]><xml>



<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1042" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875492">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial;color:blue'><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La relación entre la masa en reposo  $m$  y el impulso tridimensional  $\mathbf{p}$  está dada  
 por:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1043" type="#\_x0000\_t75" style='width:57pt;height:45.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image058.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1043" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875493">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>que para el caso de  $v \ll c$  es la de la mecánica clásica, por lo que  $m$  corresponde a una masa que se mueve a velocidad pequeña. Las propiedades de esta masa, llamada masa en reposo, no corresponden a las de la masa clásica. Las masas difieren fundamentalmente en que la masa en reposo no cumple con la ley de conservación, ya que existen procesos en los que la masa en reposo antes de que se inicie un proceso no es igual a la masa de las partículas una vez terminado el proceso. Junto con la masa en reposo se introduce la masa  $m(v)$ , llamada masa relativista, o simplemente masa, que se define como coeficiente de proporcionalidad entre los vectores  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{v}$ :  
 <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'><p></span></b><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt; font-family:Arial'> =  $m(v)\mathbf{v}$ ,<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1044" type="#\_x0000\_t75" style='width:1in;height:45.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image059.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1044" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875495">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La masa relativista depende de la velocidad y es función, no sólo de las propiedades de las partículas, sino de su estado de movimiento. La masa relativista no es una magnitud invariante, lo que significa que si una partícula se mueve respecto de dos sistemas de referencia con velocidades distintas, su masa, medida con instrumentos que se encuentran en dichos sistemas será diferente.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La energía de una partícula se definió como:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1045" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:47.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image060.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1045" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875496">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Una relación que liga la componente temporal del cuadrivector impulso con la energía es:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1046" type="#\_x0000\_t75" style='width:36pt;height:27.75pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image062.wmz" o:title=""/>  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1046" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875497">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>De esta manera p</span><sub><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>t</span></span></sub><span lang=ES-TRAD

style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> coincide, salvo un factor constante, con la energía de la partícula. Lo importante de la ecuación anterior es que el impulso y la energía se unen formando un cuadvector energía-impulso:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1047" type="#\_x0000\_t75" style='width:84.75pt;height:30.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image064.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1047" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875498"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las componentes del cuadvector energía-impulso no son relativísticamente invariantes. Tanto el impulso tridimensional como la energía resultan ser magnitudes relativas. Al pasar de un sistema inercial a otro, las componentes del cuadvector energía impulso se transforman de acuerdo con las ecuaciones:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1048" type="#\_x0000\_t75" style='width:66pt;height:57.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image065.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1048" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875499"></o:OLEObject></xml><!--[endif]><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>p<sub>y</sub></span> =

p<sub>y</sub></p><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>p<sub>z</sub></span> =

p<sub>z</sub></p><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1049" type="#\_x0000\_t75" style='width:86.25pt;height:45.75pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image066.wmz" o:title=""/></v:shape><!--[endif]><!--[if !vml]><!--[endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1049" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875500">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>En las transformaciones de Lorentz la energía y las componentes dl impulso se expresan unas en función de otras. la energía y el impulso por separado son invariantes, pero lo que si es invariante es el cuadrado del cuadvivector, es decir:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1050" type="#\_x0000\_t75" style='width:210pt;height:29.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image068.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1050" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875501">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>que si le sustituimos el valor del impulso y la energía resulta ser:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1051" type="#\_x0000\_t75" style='width:131.25pt;height:29.25pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image070.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1051" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875502">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Cuando  $v \ll c$  la fórmula de energía se transforma en:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1052" type="#\_x0000\_t75" style='width:165.75pt;height:33pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image072.wmz" o:title="">

</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1052"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875503">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>El segundo sumando coincide con la energía cinética de la  
partícula en mecánica clásica. Para  $v = 0$  la energía de la partícula fuera de  
un campo de fuerzas es <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> $E <sub>0 </sub>$ </span> =  
mc<sup>2</sup></sup><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>que es diferente de cero.<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Podría pensarse que esta definición de energía es  
arbitraria, y se podría definir de la forma:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1053" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:47.25pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image073.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1053"  
DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875504">  
</o:OLEObject>  
</xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Si  $v$  &lt;&lt;  $c$  las transformaciones de Lorentz se deben  
reducir a las de Galileo, y por lo tanto debe cumplirse la adición de  
velocidades ordinaria. <o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:  
Arial;color:blue'>Para que la ecuación de transformación del impulso:<o:p></o:p></span></p>  
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD  
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape  
id="\_x0000\_i1054" type="#\_x0000\_t75" style='width:66pt;height:57.75pt'  
o:ole="">  
<v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image074.wmz" o:title="">  
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if  
gte mso 9]><xml>  
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1054"

DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875505">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se reduzca a la adición de velocidades clásica cuando  $v \ll c$  se debe cumplir que  $E' \ll E$ </span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Symbol;mso-ascii-font-family:Arial;mso-hansi-font-family:Arial;mso-bidi-font-family:Arial;color:blue;mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'><span style='mso-char-type:symbol;mso-symbol-font-family:Symbol'>@</span></span></span>  
 lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>  $mc^2$ </sup></sup>. De estas condiciones tenemos que de:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1055" type="#\_x0000\_t75" style='width:57.75pt;height:47.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="mecanicrelativista\_archivos/image075.wmz" o:title=""></v:shape><!--[endif]--><!--[if !vml]><!--[endif]--></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1055" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241875506"></o:OLEObject></xml><!--[endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>se tiene:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>p<sub>x</sub> = p<sub>x</sub> + mv<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>o sea:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'>v<sub>x</sub> = v<sub>x</sub> + v<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>La energía de una partícula en movimiento se puede ligar con la masa relativista por la ecuación: <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> $E = m(v)c^2$ </sup></sup>.<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>Las ecuaciones <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> $E_0 = mc^2$ </sup></sup> =  
 $mc^2$ </sup></sup><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>y <o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial'> $E = m(v)c^2$ </sup></sup><o:p></o:p></span></p>

se llaman ecuaciones de Einstein y prueban que cualquier partícula que posea una masa <math>m</math>, tiene una energía <math>E</math>. la energía y la masa son proporcionales. Esta proposición se llama ley de equivalencia de masa y energía. La masa y la energía son dos características físicas de las partículas, distintas una de otra, y la ley de equivalencia establece solamente la proporcionalidad entre ambas.
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 7.9. Relatividad. Funciones de Lagrange y de Hamilton

```

<html xmlns:v="urn:schemas-microsoft-com:vml"
xmlns:o="urn:schemas-microsoft-com:office:office"
xmlns:w="urn:schemas-microsoft-com:office:word"
xmlns="http://www.w3.org/TR/REC-html40">

<head>
<meta http-equiv=Content-Type content="text/html; charset=windows-1252">
<meta name=ProgId content=Word.Document>
<meta name=Generator content="Microsoft Word 10">
<meta name=Originator content="Microsoft Word 10">
<link rel=File-List href="funlagrangehamilton_archivos/filelist.xml">
<link rel=Edit-Time-Data href="funlagrangehamilton_archivos/editdata.mso">
<link rel=OLE-Object-Data href="funlagrangehamilton_archivos/oledata.mso">
<!--[if !mso]>
<style>
v\:.* {behavior:url(#default#VML);}
o\:.* {behavior:url(#default#VML);}
w\:.* {behavior:url(#default#VML);}
.shape {behavior:url(#default#VML);}
</style>
<![endif]-->
<title>FUNCIONES DE LAGRANGE Y DE HAMILTON</title>
<!--[if gte mso 9]><xml>
<o:DocumentProperties>
<o:Author>José Luis Pérez Silva</o:Author>
<o:Template>Normal</o:Template>
<o:LastAuthor>José Luis Pérez Silva</o:LastAuthor>
<o:Revision>2</o:Revision>
<o:TotalTime>3</o:TotalTime>

```

```

<o:Created>2007-05-28T20:46:00Z</o:Created>
<o:LastSaved>2007-05-28T21:20:00Z</o:LastSaved>
<o:Pages>1</o:Pages>
<o:Words>253</o:Words>
<o:Characters>1394</o:Characters>
<o:Company>CCADET UNAM</o:Company>
<o:Lines>11</o:Lines>
<o:Paragraphs>3</o:Paragraphs>
<o:CharactersWithSpaces>1644</o:CharactersWithSpaces>
<o:Version>10.2625</o:Version>
</o:DocumentProperties>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<w:WordDocument>
<w:SpellingState>Clean</w:SpellingState>
<w:GrammarState>Clean</w:GrammarState>
<w:HyphenationZone>21</w:HyphenationZone>
<w:DrawingGridHorizontalSpacing>9,35 pto</w:DrawingGridHorizontalSpacing>
<w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>2</w:DisplayVerticalDrawingGridEvery>
<w:Compatibility>
<w:BreakWrappedTables/>
<w:SnapToGridInCell/>
<w:WrapTextWithPunct/>
<w:UseAsianBreakRules/>
</w:Compatibility>
<w:BrowserLevel>MicrosoftInternetExplorer4</w:BrowserLevel>
</w:WordDocument>
</xml><![endif]-->
<style>
<!--
/* Style Definitions */
p.MsoNormal, li.MsoNormal, div.MsoNormal
 {mso-style-parent:"";
 margin:0cm;
 margin-bottom:.0001pt;
 text-align:justify;
 mso-pagination:widow-orphan;
 mso-layout-grid-align:none;
 punctuation-wrap:simple;
 text-autospace:none;
 font-size:12.0pt;
 mso-bidi-font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";
 mso-fareast-font-family:"Times New Roman";
 mso-ansi-language:ES-TRAD;}
span.Spelle
 {mso-style-name:"";
 mso-spl-e:yes;}
span.GramE
 {mso-style-name:"";
 mso-gram-e:yes;}
@page Section1
 {size:595.3pt 841.9pt;
 margin:70.85pt 70.9pt 70.85pt 70.9pt;
 mso-header-margin:35.45pt;
 mso-footer-margin:35.45pt;
 mso-paper-source:0;}

```



```

div.Section1
 {page:Section1;}
-->
</style>
<!--[if gte mso 10]>
<style>
/* Style Definitions */
table.MsoNormalTable
 {mso-style-name:"Tabla normal";
 mso-tstyle-rowband-size:0;
 mso-tstyle-colband-size:0;
 mso-style-noshow:yes;
 mso-style-parent:"";
 mso-padding-alt:0cm 5.4pt 0cm 5.4pt;
 mso-para-margin:0cm;
 mso-para-margin-bottom:.0001pt;
 mso-pagination:widow-orphan;
 font-size:10.0pt;
 font-family:"Times New Roman";}
</style>
<![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapedefaults v:ext="edit" spidmax="2050"/>
</xml><![endif]--><!--[if gte mso 9]><xml>
<o:shapelayout v:ext="edit">
 <o:idmap v:ext="edit" data="1"/>
</o:shapelayout></xml><![endif]-->
</head>

<body lang=ES style='tab-interval:35.4pt'>

<div class=Section1>

<table class=MsoNormalTable border=0 cellpadding=0 width=792
style='width:594.0pt;mso-cellspacing:0cm;mso-padding-alt:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<tr style='mso-yfti-irow:0;mso-yfti-lastrow:yes'>
<td style='padding:7.5pt 7.5pt 7.5pt 7.5pt'>
<p class=MsoNormal><b style='mso-bidi-font-weight:normal'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:red'>FUNCIONES DE LAGRANGE Y
DE HAMILTON<span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:red'><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Podemos escribir las ecuaciones de movimiento en
coordenadas generalizadas en forma de ecuaciones de Lagrange.
Para poder hacer esto, tenemos que escribir la Lagrangiana.<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'>Por definición la función de Lagrange
es una magnitud cuyas derivadas con respecto de las coordenadas de la
velocidad son las componentes del impulso, mientras que las derivadas con
respecto a las coordenadas son las componentes de la fuerza. Por lo anterior
tenemos:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shapetype

```

```

id="_x0000_t75" coordsize="21600,21600" o:spt="75" o:preferrelative="t"
path="m@4@5l@4@11@9@11@9@5xe" filled="f" stroked="f">
<v:stroke joinstyle="miter"/>
<v:formulas>
<v:f eqn="if lineDrawn pixelLineWidth 0"/>
<v:f eqn="sum @0 1 0"/>
<v:f eqn="sum 0 0 @1"/>
<v:f eqn="prod @2 1 2"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="prod @3 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @0 0 1"/>
<v:f eqn="prod @6 1 2"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelWidth"/>
<v:f eqn="sum @8 21600 0"/>
<v:f eqn="prod @7 21600 pixelHeight"/>
<v:f eqn="sum @10 21600 0"/>
</v:formulas>
<v:path o:extrusionok="f" gradientshapeok="t" o:connecttype="rect"/>
<o:lock v:ext="edit" aspectratio="t"/>
</v:shapetype><v:shape id="_x0000_i1025" type="#_x0000_t75" style='width:87pt;
height:45.75pt' o:ole="">
<v:imagedata src="funlagrangehamilton_archivos/image019.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1025"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241874362">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1026" type="#_x0000_t75" style='width:75pt;height:30pt' o:ole="">
<v:imagedata src="funlagrangehamilton_archivos/image020.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>
<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="_x0000_i1026"
DrawAspect="Content" ObjectID="_1241874363">
</o:OLEObject>
</xml><![endif]--><o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:
Arial;color:blue'><o:p> </o:p></p>
<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:
10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>donde<span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> U_c
es la energía potencial del campo exterior que depende sólo de la coordenada de la partícula. Las
ecuaciones anteriores se satisfacen por la lagrangiana:<o:p></o:p></p>
<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD
style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape
id="_x0000_i1027" type="#_x0000_t75" style='width:99.75pt;height:33pt'
o:ole="">
<v:imagedata src="funlagrangehamilton_archivos/image021.wmz" o:title=""/>
</v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--
[if gte mso 9]><xml>

```

<o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1027" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874364">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La función de <span class=SpellE>Lagrange</span> relativista ya no es la diferencia entre las energías cinética y potencial. La Lagrangiana nos permite escribir las ecuaciones dinámicas en función de las coordenadas generalizadas <span class=SpellE>q<sub>i</sub></span>:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1028" type="#\_x0000\_t75" style='width:72.75pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="funlagrangehamilton\_archivos/image022.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1028" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874365">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>o bien:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1029" type="#\_x0000\_t75" style='width:66pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="funlagrangehamilton\_archivos/image023.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1029" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874366">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>donde:<o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1030" type="#\_x0000\_t75" style='width:38.25pt;height:30pt' o:ole="">  
 <v:imagedata src="funlagrangehamilton\_archivos/image024.wmz" o:title="">  
 </v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml>  
 <o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1030" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874367">  
 </o:OLEObject>  
 </xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>  
 <p class=MsoNormal><span class=GramE><span lang=ES-TRAD style='font-size: 10.0pt;font-family:Arial;color:blue'>son</span></span><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'> los impulsos generalizados.<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>Si conocemos la lagrangiana es posible hallar la funci3n de Hamilton H. Si la primera no depende expl3citamente del tiempo, por definici3n:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1031" type="#\_x0000\_t75" style='width:266.25pt;height:50.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="funlagrangehamilton\_archivos/image025.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1031" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874368"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>La velocidad se puede expresar en funci3n del impulso como:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1032" type="#\_x0000\_t75" style='width:117.75pt;height:44.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="funlagrangehamilton\_archivos/image026.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1032" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874369"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'>calculando:<o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal align=center style='text-align:center'><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><sub><!--[if gte vml 1]><v:shape id="\_x0000\_i1033" type="#\_x0000\_t75" style='width:102.75pt;height:20.25pt' o:ole=""><v:imagedata src="funlagrangehamilton\_archivos/image027.wmz" o:title=""/></v:shape><![endif]--><![if !vml]><![endif]></sub><!--[if gte mso 9]><xml><o:OLEObject Type="Embed" ProgID="Equation.3" ShapeID="\_x0000\_i1033" DrawAspect="Content" ObjectID="\_1241874370"></o:OLEObject></xml><![endif]--><o:p></o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family: Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:

Arial;color:blue">En mecánica relativista la hamiltoniana coincide con la energía total dada en función del impulso de la partícula. Cuando  $p \gg mc$  la ecuación de Hamilton se reduce a:  $H = pc$ . Un movimiento donde esta aproximación es válida se le denomina ultrarelativista, y es exacta para las partículas con masa en reposo igual a cero.

<p class=MsoNormal><span lang=ES-TRAD style='font-size:10.0pt;font-family:Arial;color:blue'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</td>

</tr>

</table>

<p class=MsoNormal align=left style='text-align:left;mso-layout-grid-align:auto;punctuation-wrap:hanging;text-autospace:ideograph-numeric ideograph-other'><span style='mso-bidi-font-size:12.0pt;mso-ansi-language:ES'><o:p>&nbsp;</o:p></span></p>

</div>

</body>

</html>

## **Conclusiones**

Este curso lo hemos usado en varios de los cursos de maestría del Posgrado en Ingeniería de la UNAM. El curso se ha usado tanto en el curso de circuitos eléctricos como también ha sido un apoyo al curso de Física Electrónica.

El curso se les distribuye en disco a los estudiantes para que todos lo tengan y con base en él se imparte la cátedra.

A lo largo de más de diez años de impartir estos cursos hemos ido empleando su contenido y su enfoque, de tal manera que permita a los estudiantes poder subsanar muchas de las lagunas que tienen, así como enfocarse más en sus carencias y necesidades de acuerdo a la especialidad que tengan.

La experiencia ha sido muy fructífera, tanto para los estudiantes que tienen un material en su idioma y con las facilidades de un espacio WEB, como para los profesores que hemos tenido que motivarnos para que se mejore tanto su contenido como su operación.

Las mejoras que se han realizado a la estructura del multimedia nos ha permitido ganar en la facilidad de navegar por el sitio y economizar en costo de megabits requeridos, así como que la introducción de nuevos temas o ampliación de otros se han vuelto fácil para los autores.

## **Referencias Bibliográficas**

Agazzi. Temás y problemas de Filosofía de la Física. Herder Pag 101.

Blanche. El método experimental y la filosofía de la Física. Fondo de Cultura Económica 1972.

Einstein. Ideas and opinions. Carl Saling Ed. Crown Publichers N.Y. 1954.

Heisenberg. La imagen de la naturaleza en la Física actual. Ariel, Barcelona 1976.

Leibniz. Carta a Conring del 19 de marzo de 1678

M.Planck. El conocimiento del mundo Físico. Barcelona 1969.

Von Weisacker. La imagen Física del mundo. BAC 1970.